HELOU
GUALTER
NEWTON

MANUAL DO PROFESSOR

FÍSICA 1

MECÂNICA

COMPONENTE CURRICULAR
FÍSICA
1ª ANO
ENSINO MÉDIO

Editora Saraiva

Ricardo Helou Doca

- Engenheiro Eletricista formado pela Faculdade de Engenharia Industrial (FEI-SP)
- Professor de Física na rede particular de ensino

Gualter José Biscuola

- Engenheiro Eletricista formado pela Universidade de São Paulo
- Professor de Física na rede particular de ensino

Newton Villas Bôas

- Licenciado em Física pela Universidade de São Paulo
- Professor de Física na rede particular de ensino

FÍSICA

MECÂNICA

MANUAL DO PROFESSOR

COMPONENTE CURRICULAR
FÍSICA
1º ANO
ENSINO MÉDIO

3ª edição | 2016 | São Paulo

Editora Saraiva

Física 1
© Ricardo Helou Doca, 2016
© Gualter José Biscuola, 2016
© Newton Villas Bôas, 2016

Direitos desta edição:
Saraiva Educação Ltda., São Paulo, 2016
Todos os direitos reservados

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Doca, Ricardo Helou
Física, volume 1 : mecânica : ensino médio / Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola, Newton Villas Bôas. -- 3. ed. -- São Paulo : Saraiva, 2016.

Obra em 3 v.
Suplementado pelo manual do professor.
Bibliografia
ISBN 978-85-472-0559-1 (aluno)
ISBN 978-85-472-0560-7 (professor)

1. Física (Ensino médio) 2. Física (Ensino médio) - Problemas, exercícios etc. I. Biscuola, Gualter José. II. Villas Bôas, Newton. III. Título.

16-03565 CDD-530.07

Índices para catálogo sistemático:

1. Física : Ensino médio 530.07

Diretora editorial	Lidiane Vivaldini Olo
Gerente editorial	Luiz Tonolli
Editor responsável	Viviane Carpegiani
Editor	Luís Felipe Porto Mendes
Assistentes editoriais	Aline dos Reis Neves, Erich Gonçalves da Silva, Rani de Oliveira e Souza
Gerente de produção editorial	Ricardo de Gan Braga
Gerente de revisão	Hélia de Jesus Gonsaga
Coordenador de revisão	Camila Christi Gazzani
Revisores	Cesar G. Sacramento, Lillian Miyoko Kumai, Raquel Alves Taveira, Ricardo Miyake
Produtor editorial	Roseli Said
Supervisor de iconografia	Sílvio Kligin
Coordenador de iconografia	Cristina Akisino
Pesquisa iconográfica	Fernando Cambetas
Licenciamento de textos	Marina Murphy Diniz
Coordenador de artes	Narjara Lara
Design e capa	Sergio Cândido com imagens de Shutterstock
Edição de arte	Alexandre Miasato Uehara
Diagramação	Setup
Assistente	Camilla Felix Cianelli
Ilustrações	CJT/Zapt, Francisco Vilachã, Luciano da S. Teixeira, Luis Augusto Ribeiro, Luis Fernando R. Tucillo, João Anselmo, Mozart Couto, Rodval Matias, Setup, Vicente Mendonça
Tratamento de imagens	Emerson de Lima
Protótipos	Magali Prado
077708.003.001 **Impressão e acabamento**	

O material de publicidade e propaganda reproduzido nesta obra está sendo utilizado apenas para fins didáticos, não representando qualquer tipo de recomendação de produtos ou empresas por parte do(s) autor(es) e da editora.

Nos livros desta coleção são sugeridos vários experimentos. Foram selecionados experimentos seguros, que não oferecem riscos ao estudante. Ainda assim, recomendamos que professores, pais ou responsáveis acompanhem sua realização atentamente.

Editora Saraiva
SAC 0800-0117875
De 2ª a 6ª, das 8h às 18h
www.editorasaraiva.com.br/contato
Avenida das Nações Unidas, 7221 – 1º andar – Setor C – Pinheiros – CEP 05425-902

Ao estudante

Elaboramos este trabalho com a certeza de proporcionar a você um caminho metódico e bem planejado para um início consistente no aprendizado de Física. Nem por um momento perdemos de vista a necessidade de despertar seu real interesse pela disciplina. Para alcançar esse objetivo, criamos uma obra rica em situações contextuais, baseadas em ocorrências do dia a dia. Muitos exemplos, ilustrações e outros recursos foram inseridos com o intuito de instigar sua curiosidade e seu desejo de saber mais e se aprofundar nos temas abordados.

A obra foi dividida em três volumes, um para cada ano do Ensino Médio. No primeiro volume, apresentamos a Mecânica, dividida em Cinemática, Dinâmica e Estática (dos sólidos e dos fluidos). No segundo, tratamos da Termologia, Ondulatória e Óptica Geométrica. E, no terceiro, abordamos a Eletricidade – composta de Eletrostática, Eletrodinâmica e Eletromagnetismo – e a Física Moderna.

Os grandes ramos da disciplina, como a Dinâmica, a Cinemática e a Estática no volume 1, constituem unidades de cada livro. Estas, por sua vez, são divididas em capítulos que trazem, além do texto teórico, propostas de experimentos, textos complementares e leituras que muito irão colaborar para a boa compreensão do conteúdo.

Em todos os capítulos há duas seções de atividades: as **Questões comentadas**, que, trazendo as resoluções, constroem a linguagem específica da disciplina e propõem uma primeira operacionalização com os conceitos apresentados; e as **Questões propostas**, destinadas às atividades de sala de aula e de casa.

E, ao término de cada volume, são dadas as respostas de todas as atividades apresentadas, exceto as do boxe **Descubra mais** e as do **Compreensão, pesquisa e debate** – que faz parte da seção **Intersaberes** –, pois tais questionamentos visam promover a pesquisa e propor desafios adicionais e deverão ser objeto de debates com colegas e professores.

Temos certeza de que seu percurso pelos capítulos e páginas deste trabalho contribuirá para que seu conhecimento, sua visão de mundo e seu senso crítico se ampliem em grande medida. Desejamos que você utilize esta obra com a mesma vibração e entusiasmo com que a escrevemos.

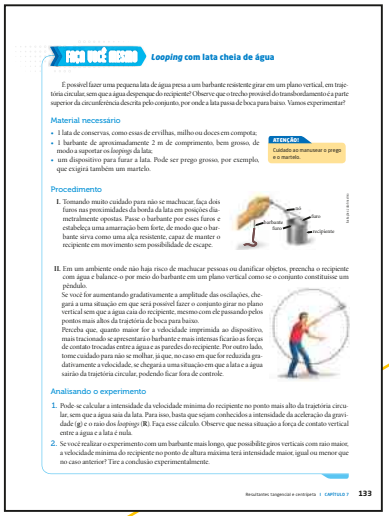
Os autores

CONHEÇA ESTE LIVRO

Abertura de unidade

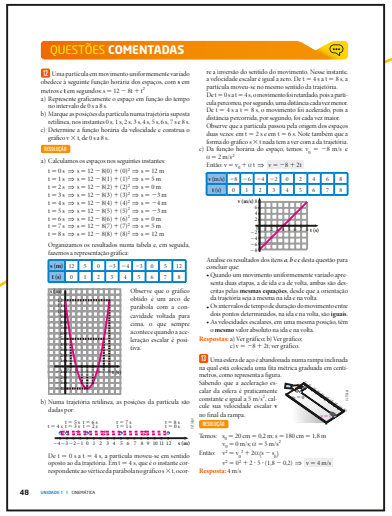
Na **Abertura de unidade** é feita uma breve apresentação da área da Física que será estudada e a maneira como a unidade foi estruturada, indicando-se os capítulos que a compõem.

CAPÍTULO
13
ESTÁTICA DOS SÓLIDOS
1. INTRODUÇÃO
Pontos de apoio
Pontos de apoio
Pontos de apoio



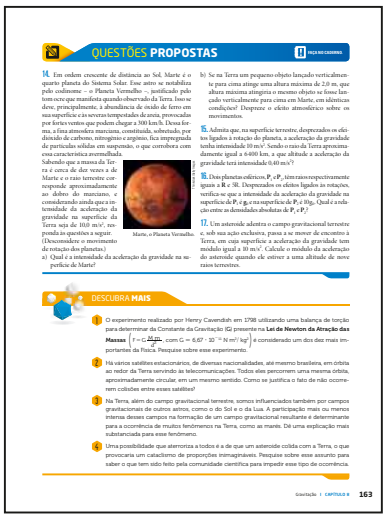
Faça você mesmo

A seção **Faça você mesmo** traz atividades experimentais ou de verificação simples que poderão auxiliá-lo na compreensão de fenômenos e conceitos importantes da Física.



Questões comentadas

Em **Questões comentadas**, você terá um conjunto de atividades resolvidas em detalhes, que poderão auxiliá-lo como ponto de partida para a resolução de atividades semelhantes.



Questões propostas

Nesta seção, você encontrará atividades formuladas para resolução em sala de aula e em casa. Essas atividades estão dispostas conforme a sequência da teoria e em ordem crescente de dificuldade. As **Questões propostas** são, em sua maioria, ricas em temas transversais que possibilitarão discussões relacionadas a outras áreas do conhecimento, meio ambiente, cidadania etc.

Descubra mais

No boxe **Descubra mais**, você encontra questões que o convidam a pesquisar e a conhecer um pouco mais sobre os assuntos estudados. Com isso, você poderá ampliar a abordagem do texto e descobrir temas correlatos enriquecedores.

Intersaberes

Na seção **Intersaberes**, você terá acesso a textos que poderão ser explorados de maneira integrada com outras disciplinas. É uma oportunidade de complementar e aprofundar o conteúdo do capítulo, estabelecer conexões entre diferentes áreas do conhecimento, realizar pesquisas e promover um debate de opiniões envolvendo os colegas e o professor.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO À FÍSICA

A FÍSICA 10

1 A Física na natureza e na tecnologia .. 10

Ampliando o olhar

A Física no desenvolvimento científico e tecnológico 12

2 Potências de dez e notação científica 13

3 Contagem e medição de uma grandeza 13

4 Padrões de unidades de medida 14

5 Informações adicionais 15

6 Ordem de grandeza 17

A MECÂNICA, UMA DAS PARTES DA FÍSICA 18

1 Mecânica 18

2 As partes da Mecânica 18

Ampliando o olhar

A Cinemática e a Dinâmica 19

3 O modelo de partícula ou ponto material 20

4 Grandeza vetorial e grandeza escalar 20

UNIDADE 1

CINEMÁTICA

CAPÍTULO 1

INICIAÇÃO À CINEMÁTICA ESCALAR E MOVIMENTO UNIFORME 22

1 Introdução 22

2 Referencial 22

3 Instante e intervalo de tempo 23

Em busca de explicações

Método do carbono 14 para a determinação de idades (datação) 23

4 Movimento e repouso 25

5 Trajetória 26

6 Rapidez média 28

7 Espaço 28

8 Variação de espaço e distância percorrida 29

9 Velocidade escalar média 30

10 Velocidade escalar instantânea 31

11 Movimento uniforme 34

CAPÍTULO 2

MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO 40

1 Movimento acelerado, movimento retardado e movimento uniforme 40

2 Aceleração escalar 41

3 Movimento uniformemente variado 42

CAPÍTULO 3

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME 50

1 Introdução 50

2 Enfoque angular 51

3 Velocidade escalar angular 51

4 Período e frequência 53

Faça você mesmo

Estudando engrenagens acopladas por uma corrente 56

CAPÍTULO 4

VETORES E CINEMÁTICA VETORIAL 59

1 Grandezas escalares e vetoriais 59

2 Vetores e operações com vetores 60

3 Deslocamento vetorial 67

4 Velocidade vetorial média 68

5 Velocidade vetorial (instantânea) 68

6 Aceleração vetorial média 69

7 Aceleração vetorial (instantânea) 69

8 Velocidade relativa, de arrastamento e resultante 74

9 Princípio de Galileu 74

Em busca de explicações

Aeronaves em voo sob a ação de ventos 76

Intersaberes

Furacão: ira da natureza 80

UNIDADE 2

DINÂMICA

CAPÍTULO 5

PRINCÍPIOS DA DINÂMICA 82

1 Introdução 82
2 O efeito dinâmico de uma força 83
3 Conceito de força resultante 83
4 Equilíbrio de uma partícula 84
5 Conceito de inércia 85
6 O Princípio da Inércia (1ª Lei de Newton) 86
Faça você mesmo
Observando a inércia de repouso de uma moeda 87
Ampliando o olhar
Newton *versus* Einstein 88
7 O Princípio Fundamental da Dinâmica (2ª Lei de Newton) 89
Ampliando o olhar
O protótipo do quilograma 90
8 Peso de um corpo 92
Ampliando o olhar
Elevadores 94
Faça você mesmo
Determinando experimentalmente a intensidade de $\vec{g}$ 94
9 Deformações em sistemas elásticos 96
Faça você mesmo
Obtendo a constante elástica de uma mola 97
10 O Princípio da Ação e Reação (3ª Lei de Newton) 99
Faça você mesmo
Máquina de Atwood 106
Intersaberes
A força de resistência do ar e o estudo da queda vertical de um corpo no ar 111

CAPÍTULO 6

ATRITO ENTRE SÓLIDOS 114

1 Introdução 114
2 Atrito estático 115
Faça você mesmo
Determinando experimentalmente o coeficiente de atrito estático 117
3 Atrito cinético 119
4 Lei do atrito 122
Ampliando o olhar
Leonardo da Vinci 122

CAPÍTULO 7

RESULTANTES TANGENCIAL E CENTRÍPETA 128

1 Componentes da força resultante 128
2 A componente tangencial ($\vec{F}_t$) 129
3 A componente centrípeta ($\vec{F}_{cp}$) 130
Em busca de explicações
Velocidade e estabilidade no automobilismo 132
Faça você mesmo
Looping com lata cheia de água 133
Em busca de explicações
Avião em curva circular contida em plano horizontal 134
4 As componentes tangencial e centrípeta nos principais movimentos 135
Faça você mesmo
Gira-gira 136
5 Força centrífuga 137
Intersaberes
Como é viver em ambientes de microgravidade? 143

CAPÍTULO 8

GRAVITAÇÃO 145

1 Introdução 145
Ampliando o olhar
Plutão-Caronte 147
2 As leis de Kepler 148
3 Universalidade das leis de Kepler 150
Ampliando o olhar
Universo particular 150
4 Lei de Newton da Atração das Massas 152
5 Satélites 153
Ampliando o olhar
A Estação Espacial Internacional (EEI) 155
6 Estudo do campo gravitacional de um astro 158
Em busca de explicações
Por que estrelas e planetas são praticamente esféricos? 160
Ampliando o olhar
Buracos negros 160
Intersaberes
Teorias que se sucedem 164

CAPÍTULO 9

MOVIMENTOS EM CAMPO GRAVITACIONAL UNIFORME (BALÍSTICA) 166

1 Introdução 166
2 Aceleração de um corpo em movimento livre 167
3 Campo gravitacional uniforme 167
4 Movimento vertical em campo gravitacional uniforme 167
5 Propriedades do movimento vertical 168
Ampliando o olhar
Uma experiência imaginária de Galileu 170
6 Movimento parabólico nas proximidades da Terra 173
Faça você mesmo
Estudando o alcance horizontal em um movimento parabólico 175

CAPÍTULO 10

TRABALHO E POTÊNCIA 180

1 Energia e trabalho 180
Ampliando o olhar
O Sol – nossa grande "fornalha" 181
2 Trabalho de uma força constante 183
3 Sinais do trabalho 183
4 Casos particulares importantes 183
5 Cálculo gráfico do trabalho 185
6 Trabalho da força peso 185
7 Trabalho da força elástica 186

8 O Teorema da Energia Cinética 187
9 Trabalho no erguimento de um corpo 188
10 Potência 192
11 Rendimento 193
Ampliando o olhar
Árvores laboriosas: trabalho no erguimento de água e os rios voadores da Amazônia 195
Intersaberes
Potência em cachoeiras 198

CAPÍTULO 11
ENERGIA MECÂNICA E SUA CONSERVAÇÃO 201
1 Princípio da conservação – Intercâmbios energéticos 201
Ampliando o olhar
Um luxo de lixo! 203
2 Unidades de energia 204
3 Energia cinética 204
4 Energia potencial 204
Ampliando o olhar
Skate radical: o *Big Air* 206
5 Cálculo da energia mecânica 209
6 Sistema mecânico conservativo 209
7 Princípio da Conservação da Energia Mecânica 210
Em busca de explicações
Emoção no *looping* vertical 211
Intersaberes
Salvo pelo neutrino 217

CAPÍTULO 12
QUANTIDADE DE MOVIMENTO E SUA CONSERVAÇÃO 218
1 Impulso de uma força constante 218
2 Quantidade de movimento 219
3 Teorema do impulso 220
Ampliando o olhar
Air bags: frenagens menos traumáticas 221
Em busca de explicações
Mochila voadora 224
4 Sistema mecânico isolado 226
Faça você mesmo
Canhão de sal de frutas 226
5 Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento 227
Faça você mesmo
Propulsão de dispositivos 229
6 Estudo das colisões mecânicas 232
Em busca de explicações
O balão teimoso 235

UNIDADE 3 **ESTÁTICA**

CAPÍTULO 13
ESTÁTICA DOS SÓLIDOS 241
1 Introdução 241
2 Estática do ponto material e estática do corpo extenso 242
3 Equilíbrio do ponto material 242
4 Equilíbrio do corpo extenso 245
Faça você mesmo
Investigando uma nova grandeza 245
5 Momento escalar de uma força em relação a um eixo 247
Em busca de explicações
O braço do momento 248
6 Condições de equilíbrio do corpo extenso 249
7 Alavancas 249
Ampliando o olhar
Algumas alavancas nos seres vivos 251
8 Centro de gravidade 252
Faça você mesmo
Estudando o centro de gravidade de um sistema 253
9 Equilíbrio de corpos apoiados 255

CAPÍTULO 14
ESTÁTICA DOS FLUIDOS 260
1 Introdução 260
2 Massa específica ou densidade absoluta (μ) 260
3 Densidade de um corpo (d) 261
Ampliando o olhar
O ciclo das águas 262
4 O conceito de pressão 264
5 Pressão exercida por uma coluna líquida 265
6 O Teorema de Stevin 265
7 A pressão atmosférica e o experimento de Torricelli 267
Em busca de explicações
A sucção impossível 268
Faça você mesmo
A vela que ergue água 269
8 O Teorema de Pascal 272
9 Vasos comunicantes 273
10 Prensa hidráulica 275
11 O Teorema de Arquimedes 275
Faça você mesmo
Verificando o Princípio de Arquimedes 278
Intersaberes
A atmosfera terrestre 283

RESPOSTAS DAS QUESTÕES PROPOSTAS 285
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 288
MANUAL DO PROFESSOR – Orientações didáticas 289

INTRODUÇÃO À FÍSICA

Thinkstock/Getty Images

Fotografia do lançamento do ônibus espacial Endeavour. Maio de 2011.

NESTA UNIDADE

- A FÍSICA
- A MECÂNICA, UMA DAS PARTES DA FÍSICA

A FÍSICA

1. A FÍSICA NA NATUREZA E NA TECNOLOGIA

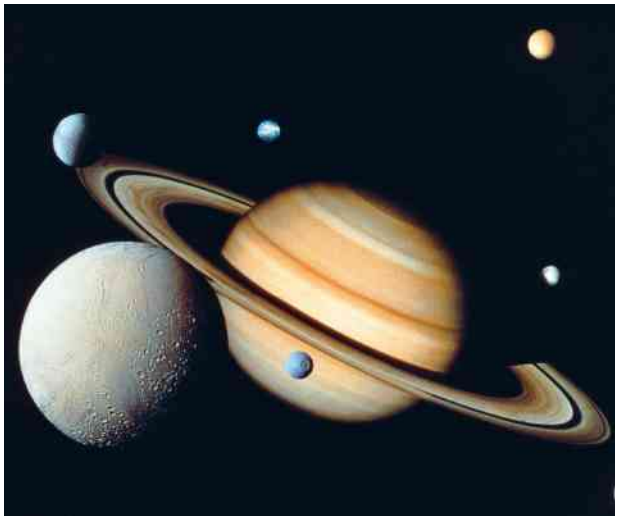
A Física, como o próprio nome oriundo do grego (*physis* = natureza) já indica, é uma das ciências que estudam a natureza. Tudo o que acontece na natureza é denominado **fenômeno natural**, mesmo que nada tenha de extraordinário. O simples fato de uma camisa molhada secar no varal é um fenômeno natural, assim como a queda de uma laranja que se desprendeu de seu galho.

O estudo da Física Clássica é dividido em cinco grandes partes: Mecânica, Termologia, Ondulatória, Óptica e Eletricidade. Nesta coleção, no Volume **3**, você encontra alguns capítulos de Física Moderna.

Veja alguns exemplos de fenômenos naturais estudados pela Física, além de algumas aplicações tecnológicas:

- O movimento orbital de satélites, planetas e outros corpos celestes é estudado em **Mecânica**.

Thinkstock/Getty Images



Representação artística de Saturno e algumas de suas luas (com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia).

- A solidificação da água (formação do gelo) e a obtenção de baixas temperaturas (em uma geladeira, por exemplo) são estudadas em **Termologia**.

Cristina Xavier

Alimentos refrigerados em uma geladeira.

- As micro-ondas usadas em um forno (ou em transmissões via satélite) e até a coloração das bolhas de água e sabão são estudadas em **Ondulatória**.

Eldad Carin/Thinkstock/Getty Images

Bolhas coloridas de água e sabão.

- A **Óptica** é a parte da Física que, entre outras aplicações, explica a formação do arco-íris e ainda nos dá o conhecimento necessário para que possamos desenvolver aparelhos como o microscópio óptico.

PHIL BOORMAN/AFP

Cientista utilizando um microscópio.

- A causa de descargas elétricas na atmosfera (raios) é estudada em **Eletricidade**. Em cartões magnéticos, bilhetes de metrô e fitas de áudio e vídeo, informações são gravadas e reproduzidas em razão de conhecimentos de **Eletricidade** e **Magnetismo**.

Alamy/Fotoarena

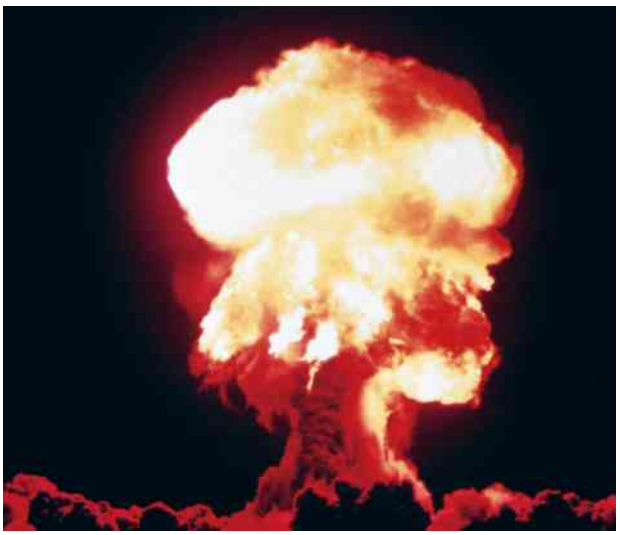
Relâmpagos na cidade de Debrecen, Hungria.

Cristina Xavier

Fita de vídeo e fita cassete, que já foram muito utilizadas, cartão magnético e bilhete de metrô.

- A fusão nuclear, presente tanto na liberação de energia pelo Sol como na explosão de uma bomba de hidrogênio, é um processo estudado em **Física Moderna**.

Thinkstock/Getty Images



Teste de explosão nuclear, Estados Unidos, 1957.

Também é a Física que nos permite entender a flutuação de um navio, a coloração azul do céu, o sentido das brisas litorâneas, as vantagens da panela de pressão e da garrafa térmica, os motores a explosão, as miragens, o cintilar das estrelas, a bússola, o funcionamento de motores elétricos, alto-falantes, microfones, a geração de energia elétrica nas usinas e tantas outras coisas.

O progresso das diversas ciências fez com que elas passassem a interagir cada vez mais umas com as outras. Por isso, é preciso saber que o estudo da Física é muito importante, não apenas para quem vai seguir alguma carreira na área das chamadas Ciências Exatas, como a Engenharia, a Geologia, a Química, entre outras, mas também é fundamental na Biologia e, consequentemente, na Medicina. Basta lembrar, por exemplo, da transmissão dos impulsos nervosos (sinais elétricos) através dos neurônios, da ressonância magnética, da importância e dos perigos dos raios X, da ultrassonografia, da endoscopia, das cirurgias a *laser* e da tomografia por emissão de pósitron (PET, do inglês *positron emission tomography*).

A Física também é muito importante na Odontologia. Sabe-se, por exemplo, que os materiais usados na restauração dos dentes devem ter coeficientes de dilatação iguais ou quase iguais ao do próprio dente, ou seja, devem dilatar-se como o material dentário, evitando assim a queda da obturação ou danos causados ao material do próprio dente. Além disso, um profissional dessa área precisa saber dos cuidados que se deve ter ao usar raios X.

Na Música, a Física também está presente. Afinar um violão, por exemplo, significa fazer com que suas cordas vibrem em frequências bem definidas, ou seja, executem determinado número de vibrações por segundo.

Até no Direito a Física tem importância. A análise da trajetória de uma bala de revólver, que pode levar à solução de um crime, requer conhecimentos físicos.

Talvez você já tenha encontrado alguém que pense que as estrelas são pontos brilhantes grudados em uma abóbada chamada céu, ou uma pessoa que duvide que o ser humano pisou na superfície da Lua. Provavelmente, você também já ouviu alguém dizer que os objetos, dentro de um satélite em órbita, não caem porque lá não existe gravidade.

O acesso a conhecimentos básicos de Física vai torná-lo capaz de esclarecer todos esses fatos, e muitos outros, a você mesmo e a essas pessoas.

AMPLIANDO O **OLHAR**

A Física no desenvolvimento científico e tecnológico

Leia a seguir um texto dos físicos Raymond Serway e John Jewett sobre a relevância da Física no desenvolvimento científico e tecnológico.

Física, a ciência física mais fundamental, lida com os princípios básicos do universo. Ela é a fundação sobre a qual estão baseadas as outras ciências – Astronomia, Biologia, Química e Geologia. A beleza da Física está na simplicidade de suas teorias fundamentais e na maneira em que um número pequeno de conceitos, equações e suposições básicas podem alterar e expandir nossa visão do mundo ao nosso redor.

A *Física Clássica*, desenvolvida antes de 1900, inclui as teorias, os conceitos, as leis e as experiências em Mecânica Clássica, Termodinâmica e Eletromagnetismo. Por exemplo, Galileu Galilei (1564-1642) fez contribuições significativas para a Mecânica Clássica por meio de seu trabalho sobre as leis do movimento com aceleração constante. Na mesma época, Johannes Kepler (1571-1630) usou observações astronômicas para desenvolver leis empíricas para os movimentos dos corpos planetários.

Contudo, as contribuições mais importantes para a Mecânica Clássica foram fornecidas por Isaac Newton (1642-1727), que desenvolveu a Mecânica Clássica como uma teoria sistemática e foi um dos criadores do cálculo como uma ferramenta matemática. Embora tenham continuado no século XVIII desenvolvimentos importantes na Física Clássica, a Termodinâmica e o Eletromagnetismo não foram desenvolvidos até a parte final do século XIX, principalmente porque os aparelhos para as experiências controladas eram ou muito rudes ou então não estavam disponíveis até essa época. Embora muitos fenômenos elétricos e magnéticos tenham sido estudados mais cedo, o trabalho de James Clerk Maxwell (1831-1879) forneceu uma teoria unificada para o Eletromagnetismo. [...]

[...] Uma revolução maior na Física, chamada usualmente de *Física Moderna*, começou próximo ao final do século XIX. A Física Moderna desenvolveu-se principalmente porque muitos fenômenos físicos não podiam ser explicados pela Física Clássica. Os dois desenvolvimentos mais importantes na era moderna foram a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica. A Teoria da Relatividade de Einstein revolucionou completamente os conceitos tradicionais de espaço, tempo e energia. A teoria de Einstein descreve corretamente o movimento de corpos movendo-se com velocidades comparáveis à velocidade da luz. A Teoria da Relatividade também mostra que a velocidade da luz é um limite superior da velocidade de um corpo e que a massa e a energia estão relacionadas. A Mecânica Quântica foi formulada por inúmeros cientistas ilustres para fornecer descrições dos fenômenos físicos em nível atômico.

Os cientistas trabalham continuamente para melhorar nossa compreensão das leis fundamentais, e novas descobertas são feitas todo dia. Em muitas áreas de pesquisa existe uma grande sobreposição entre Física, Química e Biologia. Evidência para esta sobreposição é constatada nos nomes de algumas subespecialidades na ciência – biofísica, bioquímica, físico-química, biotecnologia, e assim por diante. Inúmeros avanços tecnológicos em épocas recentes são o resultado de esforços de muitos cientistas, engenheiros e técnicos. Alguns dos desenvolvimentos mais notáveis na segunda metade do século XX são: (1) missões espaciais para a Lua e outros planetas, (2) microcircuitos e computadores de alta velocidade, (3) técnicas de imagem sofisticadas utilizadas na pesquisa científica e na medicina, e (4) várias realizações notáveis em engenharia genética. O impacto destes desenvolvimentos e descobertas na nossa sociedade tem sido de fato grande, e descobertas e desenvolvimentos futuros serão muito provavelmente emocionantes, desafiadores, e de grande benefício para a humanidade [...].

SERWAY, Raymond A.; JEWETT JR., John W. *Princípios de Física* (v. 1 – Mecânica Clássica). Tradução de André Kock Torres Assis. São Paulo: Thomson, 2004.

2. POTÊNCIAS DE DEZ E NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Sobretudo nas Ciências Naturais – Física, Química e Biologia – é comum termos de lidar com quantidades muito grandes ou muito pequenas.

O número de moléculas de água que há em 1 litro desse líquido, por exemplo, é aproximadamente 33 500 000 000 000 000 000 000 e a massa de cada uma delas é cerca de:

0,000 000 000 000 000 000 000 0299 grama.

Uma maneira simplificada de escrever esses números de modo que ocupem menos espaço e, acima de tudo, facilite operar com eles é, obviamente, muito bem-vinda.

Podemos fazer isso por meio de uma notação exponencial que utiliza potências de dez, isto é, potências do tipo 10^n, em que o número 10 e o número **n** são, respectivamente, a base e o expoente da potência.

Usando esse recurso, as duas quantidades acima podem ser escritas, por exemplo, assim:

$335 \cdot 10^{23}$ moléculas e $2{,}99 \cdot 10^{-23}$ grama.

Veja o primeiro número:

33 500 000 000 000 000 000 000 000, moléculas

Se a vírgula (em vermelho) for levada para a posição indicada pela seta azul, ficará deslocada 23 casas decimais para a esquerda. Com isso, o número original ficará multiplicado por $\mathbf{10^{-23}}$ e, portanto, ficará alterado. Para voltar ao que era, precisa então ser multiplicado por $\mathbf{10^{23}}$ e, assim, ele fica:

$335 \cdot 10^{23}$ moléculas

Veja agora o outro:

0, 000 000 000 000 000 000 000 0299 grama

Se a vírgula (em vermelho) for levada para a posição indicada pela seta azul, ficará deslocada 23 casas decimais para a direita. Com isso, o número original ficará multiplicado por $\mathbf{10^{23}}$ e, portanto, ficará alterado. Então, para não mudar seu valor, precisa ser multiplicado por $\mathbf{10^{-23}}$, ficando assim:

$2{,}99 \cdot 10^{-23}$ grama

Notação científica

Certo atlas de Astronomia fornece o seguinte valor da distância média da Terra ao Sol:

149 600 000 km

Usando potências de dez, esse valor pode ser expresso de várias maneiras, como $1\,496 \cdot 10^5$ km, $149{,}6 \cdot 10^6$ km, $14{,}96 \cdot 10^7$ km ou $1{,}496 \cdot 10^8$ km, por exemplo.

Todas estão corretas, mas a última, $1{,}496 \cdot 10^8$ km, está no formato denominado **notação científica**.

O que caracteriza a notação científica é uma potência de dez – no exemplo é 10^8 – multiplicada por um número – no exemplo é 1,496 – que tenha, antes da vírgula, um **único** algarismo, e que esse algarismo solitário seja **diferente de zero** – no exemplo, é 1.

Portanto, as outras formas escritas, embora estejam corretas, não estão em notação científica porque têm, antes da vírgula, mais de um algarismo.

Também não está em notação científica, apesar de correta, a forma $0{,}1496 \cdot 10^9$ km porque, embora exista um único algarismo antes da vírgula, ele é **igual** a zero.

Observe que entre as quantidades $335 \cdot 10^{23}$ moléculas e $2{,}99 \cdot 10^{-23}$ grama, que nos acompanham desde o início desta seção, apenas a segunda está em notação científica.

3. CONTAGEM E MEDIÇÃO DE UMA GRANDEZA

Grandeza é a denominação matemática de tudo que pode ser expresso por um **número** de **unidades**, mediante uma contagem ou uma medição.

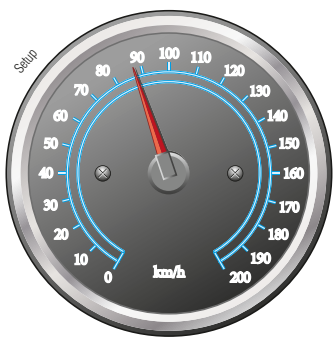
Veja uma situação em que é feita uma **contagem**.

João foi à geladeira verificar quantos ovos tinha para comer. Contou e viu que tinha 8 ovos. Oito ovos é uma grandeza em que o **número** é o **8** e a **unidade** de contagem é o **ovo**.

Note que o valor de uma grandeza – no caso, quantidade de ovos –, encontrado por meio de uma mera contagem, é exato.

Fazer a **medição** de uma grandeza, ou **medir** essa grandeza, também requer a determinação de um **número** de unidades – no caso, unidades de medida. O número de unidades de **medida** encontrado é a medida da grandeza.

Observe a ilustração a seguir, que representa o velocímetro de um automóvel em determinado momento de uma viagem.



A posição do ponteiro indica o valor da velocidade do veículo na unidade de medida km/h (quilômetro por hora).

Qual á velocidade registrada nesse velocímetro?

Vemos que o ponteiro está entre 80 e 90 km/h, acima dos 85 km/h, mas não temos certeza se o valor da velocidade fica mais bem expresso, por exemplo, por 87 ou 88 km/h. Vamos supor que se tenha optado por 87 km/h. Quanto ao **8**, não há dúvida: é um **algarismo certo**. Já o **7** foi avaliado, é um **algarismo duvidoso**. O algarismo certo e o algarismo duvidoso são denominados **algarismos significativos** (nesse exemplo, o **8** e o **7**).

Essa dúvida revela que a medida que obtemos não é exata, ao contrário de um valor determinado por uma contagem, que é totalmente preciso (exato), como no caso daqueles oito ovos.

Uma medida tem precisão limitada pelo instrumento de medição utilizado.

Se a escala do nosso velocímetro tivesse subdivisões de 1 em 1 km/h, poderíamos ler um número inteiro e exato de km/h, mas a dúvida persistiria já na primeira casa decimal: será que é, por exemplo, 87,4 ou 87,5 km/h? Vamos supor que se tenha optado por 87,4 km/h. Nesse caso, o **8** e o **7** são algarismos certos. Já o **4** foi avaliado. Portanto, passamos a ter três algarismos significativos: o **8**, o **7** e o **4**. Os algarismos significativos que devem estar presentes nesse número são os **certos** (lidos) e o primeiro **duvidoso** (avaliado).

É verdade que a medida seria mais precisa, mas jamais exata. Isso acontece em toda medição de qualquer outra grandeza.

Podemos, finalmente, afirmar que:

> **Medir** uma grandeza significa encontrar um número, sempre com precisão limitada, que indica quantas vezes ela contém uma unidade de medida.

A principal finalidade deste item não é exigir o rigoroso respeito aos algarismos significativos em todos os cálculos, mas evitar abusos na quantidade de algarismos presentes nos resultados obtidos. O resultado da divisão de 450 m^2 por 20,2 m não pode ter tanta precisão como os 22,277228 m fornecidos pela calculadora.

4. PADRÕES DE UNIDADES DE MEDIDA

Antigamente, cada país definia suas próprias unidades de medida, o que acarretava dificuldades no intercâmbio entre eles. Imagine o que isso acarretaria hoje!

Na Inglaterra, por exemplo, o rei Henrique I decretou, no ano de 1120, que o padrão (!) de comprimento seria a distância entre a ponta de seu nariz e a ponta do seu dedo médio quando seu braço era esticado na horizontal: essa unidade era a **jarda**.

Na França, o rei Luís XIV usou o comprimento de seu pé para definir outro padrão (!) de comprimento: o **pé**.

De modo similar surgiu a **polegada**, baseada em outra parte de algum rei: uma falange do dedo polegar.

É muito fácil notar que definições desse tipo (e havia outras!) não tinham nenhum rigor, além de serem vulneráveis.

Com o passar dos séculos, foram surgindo padrões cada vez mais precisos das unidades de medida.

O Sistema Internacional de Unidades

O **Sistema Internacional de Unidades**, abreviado por **SI**, é um conjunto de unidades de medida de todas as grandezas, adotado mundialmente. Além das unidades, ele inclui prefixos, que são múltiplos e submúltiplos, na base 10, dessas unidades, e normas ortográficas que estabelecem como devem ser escritos os prefixos e as unidades.

Unidades

A partir de sete unidades, ditas **unidades fundamentais**, e de mais duas, ditas **unidades suplementares** (destas, apenas uma será usada em nosso curso), foram definidas todas as outras unidades.

Cada unidade fundamental ou suplementar tem um padrão preciso e reproduzível.

Entre as fundamentais estão o **metro**, o **quilograma** e o **segundo**.

O quadro a seguir fornece as sete unidades fundamentais (incluindo uma suplementar – a última da lista), seus símbolos e as grandezas – também ditas grandezas fundamentais, além de uma suplementar – que são medidas nessas unidades:

Unidade		Grandeza
Nome	Símbolo	
metro	m	comprimento
quilograma	kg	massa
segundo	s	tempo
ampère	A	intensidade de corrente elétrica
kelvin	K	temperatura termodinâmica
mol	mol	quantidade de matéria
candela	cd	intensidade luminosa
radiano	rad	ângulo plano

Existem alguns múltiplos das unidades fundamentais, que não pertencem ao SI, mas têm uso permitido.

São eles:

- minuto (min): 1 min = 60 s;
- hora (h): 1 h = 60 min = 60 · 60 s = 3 600 s;
- dia (d): 1 d = 24 h = 24 · 3 600 s = 86 400 s;
- tonelada (t): 1 t = 1 000 kg.

Para a medição de ângulos planos o SI estabelece a unidade radiano (rad), mas permite o uso do grau (°), do minuto (’) e do segundo (”).

Pelo fato de o grau ser a unidade mais comumente usada na medição de ângulos planos – nos esquadros, por exemplo, podemos encontrar, além do ângulo de 90°, dois ângulos de 45° ou um de 60° e outro de 30° – é altamente provável que o estudante não conheça a unidade radiano, mas isso não deve preocupá-lo porque mais adiante ela será definida. Se quiser saber a quantos graus ela corresponde, veja: 1 rad ≅ 57°.

Combinando convenientemente as oito unidades do quadro anterior, obtemos todas as outras unidades de medida, ditas **unidades derivadas**, usadas na medição das demais grandezas, também ditas **grandezas derivadas**.

Se multiplicarmos metro por metro, por exemplo, obteremos a unidade metro quadrado (m^2), para medir a grandeza derivada área.

Analogamente, a multiplicação metro por metro por metro fornece o metro cúbico (m^3), que é a unidade de volume no SI.

Entretanto, apesar de não pertencer ao SI, esse sistema também aceita a unidade de volume **litro**, cujo símbolo é ℓ (ou **L**, para evitar eventual risco de confusão com o algarismo 1). A unidade 1 m^3 equivale a 1 000 ℓ.

O quociente da unidade metro pela unidade segundo, por sua vez, gera a unidade metro por segundo (m/s), para medir a grandeza derivada velocidade, e assim por diante.

Prefixos usados no SI

Os prefixos apresentados na tabela a seguir significam potências de dez e são simbolizados por letras comuns, exceto uma: a letra grega μ (lê-se “mi”).

Seu uso simplifica sobremaneira a grafia de quantidades muito grandes ou muito pequenas:

Nome do prefixo	Símbolo do prefixo	Potência de dez que o prefixo significa	Significado do prefixo na forma decimal
yotta	Y	10^{24}	1 000 000 000 000 000 000 000 000
zetta	Z	10^{21}	1 000 000 000 000 000 000 000
exa	E	10^{18}	1 000 000 000 000 000 000
peta	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000
tera	T	10^{12}	1 000 000 000 000
giga	G	10^{9}	1 000 000 000
mega	M	10^{6}	1 000 000
quilo	k	10^{3}	1 000
hecto	h	10^{2}	100
deca	da	10^{1}	10
deci	d	10^{-1}	0,1
centi	c	10^{-2}	0,01
mili	m	10^{-3}	0,001
micro	μ	10^{-6}	0,000 001
nano	n	10^{-9}	0,000 000 001
pico	p	10^{-12}	0,000 000 000 001
femto	f	10^{-15}	0,000 000 000 000 001
atto	a	10^{-18}	0,000 000 000 000 000 001
zepto	z	10^{-21}	0,000 000 000 000 000 000 001
yocto	y	10^{-24}	0,000 000 000 000 000 000 000 001

É importante observar que o prefixo quilo é simbolizado por **k** minúsculo, diferentemente do que podemos ver com frequência em açougues, feiras, mercearias, supermercados e placas de sinalização de trânsito.

Consulte a tabela anterior para entender as seguintes igualdades:

- 1 kg = 1 · 10^3 g = 1 000 g;
  (1 quilograma é igual a 1 000 gramas)
- 1 mm = 1 · 10^{-3} m = 0,001 m;
  (1 milímetro é igual a 1 milésimo do metro)
- 1 mg = 1 · 10^{-3} g = 0,001 g;
  (1 miligrama é igual a 1 milésimo do grama)
- 1 Gm = 1 · 10^9 m = 1 000 000 000 m;
  (1 gigametro é igual a 1 bilhão de metros)
- 1 cm = 1 · 10^{-2} m = 0,01 m.
  (1 centímetro é igual a 1 centésimo do metro)

5. INFORMAÇÕES ADICIONAIS

Dois extremos

Para medir distâncias extremamente grandes ou extremamente pequenas, além do uso dos prefixos, também são definidas algumas unidades especiais.

Na Astronomia, por exemplo, usa-se uma unidade de comprimento denominada **ano-luz**, que é a distância percorrida pela luz, no vácuo, durante 1 ano terrestre:

$$1 \text{ ano-luz} = 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

Essa unidade é útil principalmente para medir distâncias entre estrelas.

Já no caso de medições das dimensões de um átomo e de outros comprimentos extremamente pequenos, usa-se uma unidade denominada **angstrom**, cujo símbolo é **Å**.

$$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$$

De volta às medidas do rei

Aquelas unidades definidas pelas medidas do rei, como o pé e a polegada, por exemplo, juntamente com várias outras unidades, compuseram o sistema inglês de unidades. Entretanto, nesse sistema, elas têm relações bem definidas com as unidades correspondentes do SI.

Principalmente para satisfazer eventuais curiosidades, citamos a seguir algumas dessas relações:

- 1 polegada = 2,54 centímetros (na construção civil, usualmente aproximada para 25 milímetros);
- 1 pé = 30,48 centímetros;
- 1 milha terrestre = 1,609 quilômetro;
- 1 milha marítima = 1,852 quilômetro.

Em trabalhos científicos só se utiliza atualmente o SI, mas na linguagem comum dos países de língua inglesa o sistema inglês ainda é bastante usado.

No Brasil, a polegada, por exemplo, já foi muito usada como unidade de medida de diâmetros internos de canos e tubulações, de bitolas de vergalhões de ferro usados em vigas e colunas de concreto, mas hoje está quase abandonada.

Fernando Favoretto/Criar Imagem

Um tubo de PVC de 4 polegadas é, hoje, muito mais comumente chamado de tubo de PVC de 100 milímetros.

Entretanto, a polegada ainda se impõe na definição do tamanho da tela de televisores e monitores.

Thinkstock/Getty Images

Televisor de 20 polegadas.

Além da polegada, convivemos com outras unidades do sistema inglês.

Ao calibrar os pneus de um veículo, por exemplo, informamos quantas libras por polegada quadrada de pressão queremos (na verdade, erroneamente, falamos apenas "libras").

Quando se pretende adquirir um aparelho de ar-condicionado, logo vem a pergunta:

— De quantos "Btu"?

Escrita corretamente, Btu/hora, a sigla citada na pergunta, é uma unidade de potência do sistema inglês $\left(1\,000\ \frac{\text{Btu}}{\text{h}} \cong 300 \text{ watts}\right)$.

Tom McHugh/Photo Researchers/Diomedia

Placa indicativa de distâncias medidas em milhas com as conversões aproximadas em quilômetros. Confira essas conversões.

Thinkstock/Getty Images

Velocímetro de um automóvel, com escala em milhas por hora e conversões aproximadas em quilômetros por hora. Confira a equivalência entre 50 MPH e 80 km/h.

Pensando o sistema inglês

Converse com seus colegas e procure identificar o que precisaria acontecer para que os brasileiros e todos os demais povos pudessem substituir o sistema inglês pelo SI na aquisição de televisores e aparelhos de ar-condicionado, na calibração de pneus, na navegação aérea e marítima etc.

6. ORDEM DE GRANDEZA

Observe as potências de dez: 10^{-2}, 10^{-1}, 10^{0}, 10^{1}, 10^{2}, 10^{3} e 10^{4}.

Se você quiser escolher uma delas para melhor representar, em **centímetros**, a altura de uma geladeira, qual escolherá?

Certamente, escolherá 10^{2}, pois 10^{2} cm é igual a 100 cm, o que equivale a 1 m.

Perceba que 10^{1} e 10^{3} fogem muito da realidade já que não é nada comum uma geladeira com altura próxima de 10 cm ou de 1 000 cm (dez metros)!

A potência de dez que melhor representa uma grandeza é denominada **ordem de grandeza** da grandeza.

Assim, em centímetros, a ordem de grandeza da altura de uma geladeira é 10^{2}, não importando se sua altura é 160 cm, 180 cm ou 200 cm, por exemplo.

A ordem de grandeza, apesar de ser uma "aproximação da aproximação", é importante em todas as ciências naturais.

Não se sabe, por exemplo, qual é o tamanho de um elétron. Entretanto, um experimento realizado em mecânica quântica revela indícios de que ele mede menos que 10^{-16} m, o que já é um começo do conhecimento.

Se perguntarem qual é a espessura de uma folha de papel deste livro, sem um instrumento de grande precisão você não saberá responder. Entretanto, sem usar instrumento nenhum, é possível fazer uma estimativa.

Separe um conjunto de folhas que você julgue ter 1 cm de espessura, conte o número de folhas do conjunto e faça um cálculo.

O autor fez isso, tomando um conjunto de folhas da página 115 à 275: o número de páginas é 160 (275 − 115), mas o número de folhas é 80 – a metade de 160 – porque cada folha tem duas páginas.

Em seguida, dividiu 1 cm por 80 folhas:

$$\frac{1\text{ cm}}{80\text{ folhas}} = 1{,}25 \cdot 10^{-2}\text{ cm/folha}$$

Portanto, a ordem de grandeza da espessura da folha é 10^{-2} cm, já que a potência de 10 mais próxima de 1,25 é 10^{0}, que é igual a 1.

Note que manter o 1,25 seria uma falsa informação de precisão, uma vez que o julgamento da grossura do conjunto das 80 folhas foi feito a olho.

Destaque-se que conhecer simplesmente a ordem de grandeza – uma potência de dez – é muito bom quando se trata de mera estimativa.

Físicos, químicos, biólogos e outros cientistas de áreas afins lidam muito com ordens de grandeza, principalmente quando precisam fazer estimativas rápidas.

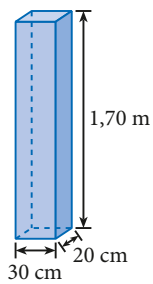
Exemplo:

O diâmetro médio de uma célula de nosso corpo é da ordem de 10 μm (10^{-5} m). Determine a ordem de grandeza da quantidade de células em um ser humano adulto.

Resolução:

Tratando-se de uma estimativa, vamos imaginar uma célula como um pequeno cubo de aresta da ordem de 10^{-5} m. Assim, a ordem de grandeza do volume de uma célula é $(10^{-5}\text{ m})^3$, que é igual a $\mathbf{10^{-15}\ m^3}$.

Agora, vamos estimar o volume de um adulto, imaginando-o um prisma de altura igual a 1,70 m e base retangular de lados iguais a 30 cm e 20 cm:



Setup

Um adulto modelado por um prisma.

O volume desse adulto é dado pela multiplicação:
$30\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} \cdot 1{,}7\text{ m} = 0{,}3\text{ m} \cdot 0{,}2\text{ m} \cdot 1{,}7\text{ m} =$
$= 3 \cdot 10^{-1}\text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-1}\text{ m} \cdot 1{,}7\text{ m} = 1{,}02 \cdot 10^{-1}\text{ m}^3$.

Antes de continuar, perceba que, em meio a tanta imprecisão, não faz sentido preocupar-se com os algarismos significativos!

Continuando, concluímos que a ordem de grandeza do volume desse adulto é 10^{-1} m^3.

Vamos, finalmente, determinar a ordem de grandeza da quantidade de células que cabe em 10^{-1} m^3:

$$\frac{10^{-1}\text{ m}^3}{10^{-15}\text{ m}^3/\text{célula}} = 10^{14}\text{ células}$$

A MECÂNICA, UMA DAS PARTES DA FÍSICA

1. MECÂNICA

Astros girando em torno de outros astros, meteoroides caindo na atmosfera de nosso planeta, brisas levando jangadas da terra para o mar ou do mar para a terra, vendavais e furacões ocorrendo aqui e acolá, pessoas caminhando pelas ruas, atletas correndo em provas esportivas, veículos trafegando nas estradas, águas descendo rios, sangue correndo em nossas artérias e veias, ondas propagando-se na superfície da água, ondas sonoras que saem de um alto-falante e chegam aos ouvintes, uma quantidade imensa de ondas eletromagnéticas (luz visível, ultravioleta, infravermelha, micro-ondas, entre outras) passando por nós, átomos e moléculas em agitação no interior dos corpos, elétrons percorrendo fios condutores em circuitos elétricos, partículas atingindo rapidez extraordinária nos aceleradores de partículas. Em todas as situações citadas, que são apenas alguns exemplos entre tantos, está presente o conceito de **movimento**, ou seja, em todas elas algo está mudando de lugar.

Também vemos, em nosso cotidiano, corpos que não estão em movimento, isto é, corpos que não saem do lugar em que estão. Dizemos que esses corpos estão em **repouso**. É o caso, por exemplo, das nossas casas e dos postes de distribuição de energia elétrica.

Neste livro trataremos da Mecânica Clássica, que, para abreviar, chamaremos simplesmente de Mecânica.

A **Mecânica** é a parte da Física que estuda o movimento e o repouso dos corpos, sem levar em conta os movimentos microscópicos que acontecem no interior deles, como oscilações de núcleos atômicos e movimentos de elétrons. Assim, a Mecânica estuda, por exemplo, o movimento de um avião, mas não trata do movimento de agitação de seus átomos e moléculas. Apesar desse enfoque limitado, ela fornece subsídios fundamentais para as demais áreas da Física.

Desde a Antiguidade, o ser humano preocupa-se em explicar os fenômenos que ocorrem na natureza. O movimento dos corpos foi alvo das primeiras atenções. A Mecânica é a mais antiga das partes da Física, contudo não se sabe ao certo quando começou seu desenvolvimento.

Podemos citar Aristóteles, Arquimedes, Ptolomeu, Copérnico, Galileu, Kepler e Newton como alguns dos grandes expoentes na evolução da Mecânica. Einstein também deu passos gigantescos, porém já na era da chamada Física Moderna.

2. AS PARTES DA MECÂNICA

Observe a fotografia a seguir.

Thinkstock/Getty Images

Vista aérea de complexo viário em Los Angeles, Califórnia.

Ela mostra, em um certo momento, veículos em movimento retilíneo e veículos em movimento curvilíneo. Certamente alguns estão mais velozes que outros.

A partir do instante em que essa fotografia foi tirada, é possível que, durante algum tempo, certos veículos tenham mantido sua velocidade e que outros tenham se tornado mais rápidos ou mais lentos.

A descrição de tudo isso, qualitativa e quantitativamente, é feita por meio de conceitos e grandezas definidos em uma parte da Mecânica denominada **Cinemática**.

Os porquês de poder acontecer tudo o que a Cinemática descreve são respondidos graças a conceitos e grandezas definidos em outra parte da Mecânica, chamada **Dinâmica**.

A Mecânica tem ainda uma terceira parte que trata exclusivamente de corpos em repouso: é a **Estática**.

Formalizando essa divisão da Mecânica em três partes, temos:

- A **Cinemática** é a parte da Mecânica que trata do repouso e do movimento apenas os descrevendo, isto é, sem se preocupar com as causas que determinam o estado de repouso ou as características do estado de movimento. As grandezas físicas fundamentais de que a Cinemática se vale são o **comprimento** e o **tempo**.
- A **Dinâmica** é a parte da Mecânica que investiga as causas que determinam e modificam as características dos movimentos dos corpos. É, sem dúvida, a essência da Mecânica, pois é na Dinâmica que são estabelecidas as relações entre movimento, massa e força. As grandezas fundamentais para o desenvolvimento dessa parte são, usualmente, o **comprimento**, o **tempo** e a **massa**.
  Grosso modo, pode-se dizer que a Dinâmica explica aquilo que a Cinemática apenas descreve.
- A **Estática** é a parte da Mecânica que estuda especificamente as condições para que ocorra o repouso dos corpos, denominado equilíbrio estático. É, na verdade, uma análise mais aprofundada de uma situação de equilíbrio estudada na Dinâmica.

AMPLIANDO O **OLHAR**

A Cinemática e a Dinâmica

Para exemplificar a diferença entre a Cinemática e a Dinâmica, vamos citar duas das três grandes descobertas do astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630), fantásticas tanto pela maneira como aconteceram quanto pelos poucos recursos da época.

Dispondo de observações e medições feitas por outros dois astrônomos, o polonês Nicolau Copérnico (1473-1543) e o dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), Kepler concluiu que os planetas do Sistema Solar descrevem órbitas elípticas em torno do Sol e que este ocupa um dos focos das elipses.

Ilustrações: CJT/Zapt

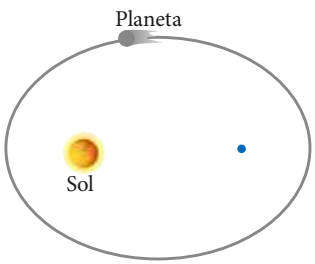


Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Entretanto, Kepler não explicou (nem tinha como) por que as órbitas têm esse formato. Ele simplesmente as **descreveu**, ou seja, tratou os movimentos planetários segundo a Cinemática.

Kepler descobriu também que a divisão do cubo do semieixo maior da elipse (R^3) pelo quadrado do ano, ou seja, do tempo **T** para completar uma volta em torno do Sol (T^2), dava o mesmo resultado para todos os planetas então conhecidos.

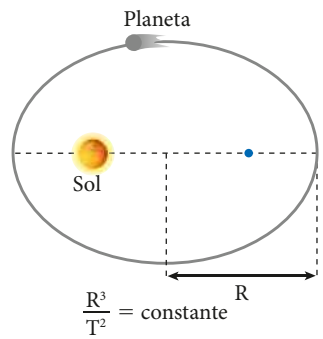


Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

O curioso é que ele chegou a essa conclusão simplesmente manipulando os números de que dispunha, fazendo realmente tentativas.

Mais uma vez, Kepler tratou os movimentos planetários segundo a Cinemática: descobriu um fato referente a esses movimentos, mas não explicou o porquê desse fato.

Posteriormente, o físico e matemático inglês Isaac Newton (1642-1727), usando leis que ele mesmo descobriu e recursos de cálculo que ele próprio inventou, justificou as descobertas de Kepler: explicou por que as órbitas são elípticas e por que R^3/T^2 é uma constante. Além disso, provou que as órbitas também podem ter outras formas e que aquilo que Kepler descobriu para os planetas do Sistema Solar vale também para o movimento orbital de qualquer astro.

Podemos dizer, então, que Newton tratou os movimenos dos astros segundo a Dinâmica.

3. O MODELO DE PARTÍCULA OU PONTO MATERIAL

Como veremos adiante nesta mesma seção, qualquer corpo – que, obviamente, tem um tamanho (volume) – muitas vezes pode ser representado por um simples ponto.

Antes, vamos falar um pouco sobre a Terra, um corpo redondo com cerca de 12 800 km de diâmetro.

O estudo dos sismos (terremotos) contribuiu muito para se obter indícios de como a Terra é por dentro.

As ondas geradas pelos abalos sísmicos – ondas sísmicas – se propagam no interior do planeta a partir do hipocentro, ponto em que o sismo tem origem, e podem ser detectadas por sismógrafos em todo o mundo.

Mudanças de direção dessas ondas ao longo da propagação possibilitaram concluir que existem partes internas do planeta com matéria no estado líquido e outras com matéria no estado sólido.

A lava expelida por um vulcão é magma, matéria de certa forma semelhante a um concreto mole e muito quente, que vaza por frestas na litosfera, a casca sólida do planeta. A análise das lavas evidenciou que a temperatura interna do planeta é muito alta e revelou alguns materiais existentes dentro dele.

A grande maioria dos terremotos ocorre nas mesmas regiões em que está também a grande maioria dos vulcões ativos. Essas regiões são as fronteiras entre as placas tectônicas – pedaços em que a litosfera está fragmentada, encaixados semelhantemente a um grande quebra-cabeça.

Nessa brevíssima análise do nosso planeta, seria possível desconsiderar suas dimensões e tratá-lo como um simples ponto? Obviamente, não. Um ponto não tem partes e, por isso, não é possível falar em **regiões de um ponto**.

Portanto, na análise feita, o fato de a Terra ter dimensões não pode ser ignorado e ela precisa ser tratada como um corpo extenso.

A Terra também precisa ser tratada como um corpo extenso no estudo do movimento de rotação que realiza em torno de seu eixo imaginário. É útil destacar que a rotação de qualquer corpo requer um eixo em torno do qual giram partes desse corpo.

Devido a esse movimento, assistimos à alternância de períodos diurnos e noturnos. Além disso, quando é dia em uma região, é noite em outra.

Portanto, nenhuma rotação pode ser caracterizada em um ponto.

Vamos pensar agora em outro movimento da Terra: a translação ao redor do Sol.

Esse movimento não é afetado de modo mensurável pelas dimensões do planeta nem por seus diferentes climas, por suas atividades sísmicas e vulcânicas ou por outros processos que ocorrem nele.

Por isso, na análise desse movimento, a Terra pode ser representada por meio de um **modelo** de **ponto material** ou **partícula**: ignoramos seu volume e a representamos por um ponto.

Modelo é algo que se adota para substituir uma situação real, de modo que simplifique a análise dela sem acarretar erros significativos.

Em Física, a adoção de modelos é muito frequente. Ao longo deste curso você lidará com vários outros.

4. GRANDEZA VETORIAL E GRANDEZA ESCALAR

Pedro resolveu fazer uma longa caminhada e, depois de muito caminhar, nem sabia mais de que lado ficava seu bairro. Por sorte, encontrou alguém que, ao ser interrogado, lhe disse:

— Moço, seu bairro fica pertinho. Daqui até lá são só uns cinco quilômetros.

Será que bastava a Pedro conhecer a distância a ser percorrida (5 km) até sua casa para encontrá-la?

Obviamente, não. Precisava também saber em que reta seguir, que significa conhecer a **direção** da caminhada, e, nessa reta, para que lado devia ir, que significa conhecer o **sentido** da caminhada.

— Vou andar cinco quilômetros para onde? – perguntou à pessoa, quem, em seguida, respondeu apontando com o braço esticado:

— Está vendo um coqueiro lá no alto do morro? Mire nele e vá em frente.

Foi assim que Pedro conseguiu voltar para casa.

Observe, então, que uma mudança de posição como essa que Pedro teve de realizar – uma grandeza denominada **deslocamento** –, além de um número de unidades de medida, precisa também de uma orientação espacial – **direção** e **sentido** – para ficar plenamente determinada.

Grandezas desse tipo são ditas grandezas **vetoriais**.

Vamos pensar agora em outra situação.

A mãe de Danilo, suspeitando que ele estava com febre, mediu sua temperatura e leu trinta e nove graus Celsius (39 °C) na escala do termômetro.

A grandeza medida pela mãe de Danilo, ou seja, a temperatura, ficou completamente determinada pelo número 39. Não seria cabível a pergunta: 39 °C para onde?

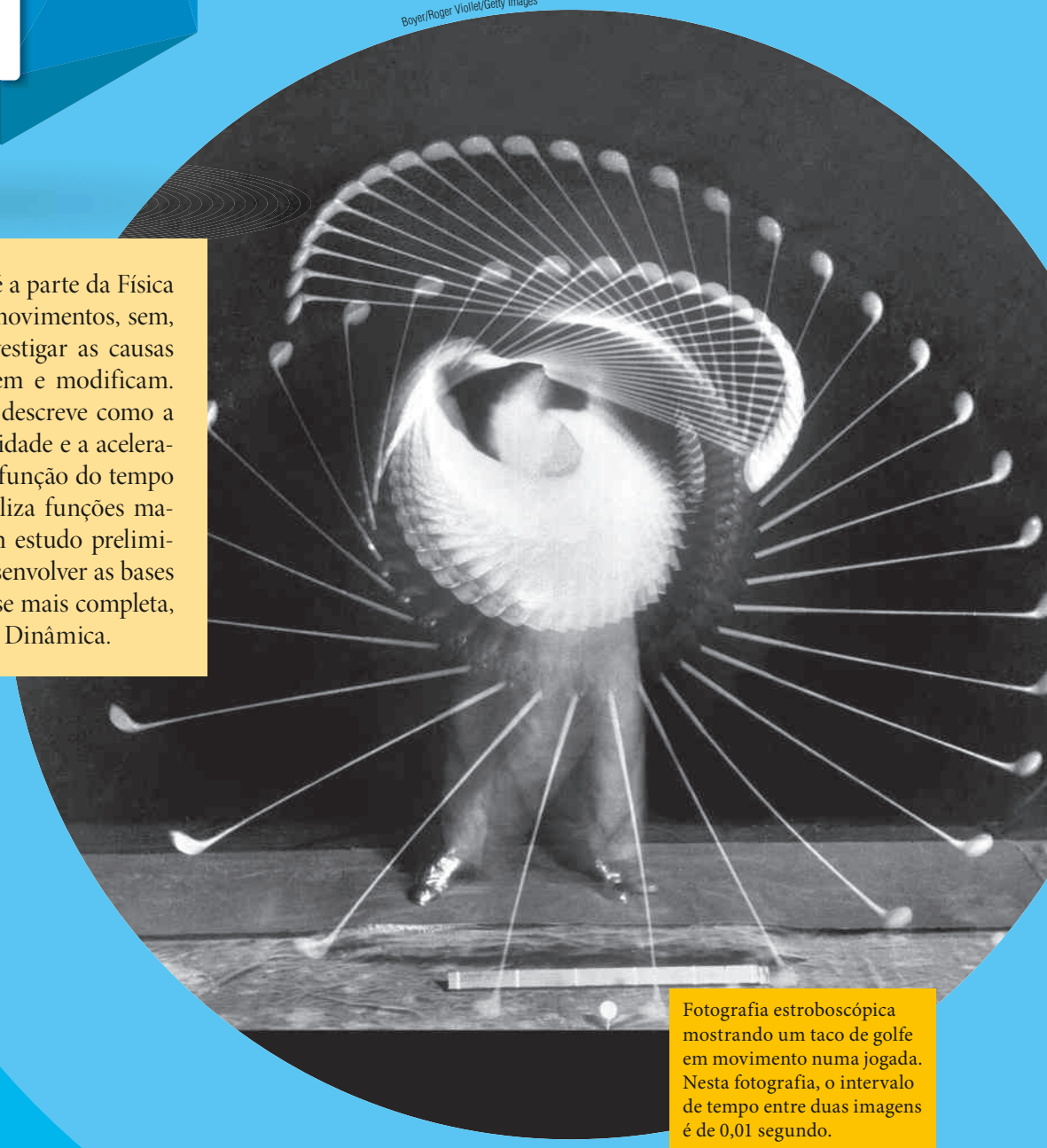
Grandezas desse tipo são ditas grandezas **escalares**.

Na Física você vai conhecer muitas outras grandezas escalares e também muitas outras grandezas vetoriais.

UNIDADE 1

CINEMÁTICA

A **Cinemática** é a parte da Física que estuda os movimentos, sem, no entanto, investigar as causas que os produzem e modificam. Ela geralmente descreve como a posição, a velocidade e a aceleração variam em função do tempo e, para isso, utiliza funções matemáticas. É um estudo preliminar que visa desenvolver as bases para uma análise mais completa, a qual é feita em Dinâmica.



Boyer/Roger Viollet/Getty Images

Fotografia estroboscópica mostrando um taco de golfe em movimento numa jogada. Nesta fotografia, o intervalo de tempo entre duas imagens é de 0,01 segundo.

NESTA UNIDADE

1 INICIAÇÃO À CINEMÁTICA ESCALAR E MOVIMENTO UNIFORME

2 MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

3 MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

4 VETORES E CINEMÁTICA VETORIAL

CAPÍTULO 1

INICIAÇÃO À CINEMÁTICA ESCALAR E MOVIMENTO UNIFORME

1. INTRODUÇÃO

Imagine que você embarca eu um trem e, sentado diante de uma das janelas, observa do lado de fora outro trem bem próximo ao seu, parado em uma linha férrea paralela. Subitamente você nota que o outro trem se desloca, passando devagar pela janela de onde é feita a visualização. Esse fato causará, durante alguns instantes, certa confusão mental e você certamente questionará qual dos dois comboios está partindo da estação. Falta alguma coisa para fundamentar a resposta, não é? Com certeza, faz-se necessário um referencial que possibilite uma conclusão.

Você observa, então, que sua posição em relação a uma coluna na plataforma da estação não se altera e logo conclui: "É o outro trem que está dando início à sua viagem. O meu ainda está parado".

Passado esse momento, seu trem também inicia o deslocamento, dando-lhe a impressão de se tornar cada vez mais veloz. A sensação de velocidade é proporcionada pela rapidez com que você percebe os objetos externos "passarem" pela janela do trem. Mas quem está, afinal, se deslocando: os objetos externos ou o próprio trem? Vamos responder: ambos podem estar em movimento. Tudo depende do referencial adotado.

Ao longo do percurso até o destino você poderá notar que, em alguns trechos, a velocidade do trem ora aumenta com rapidez, ora permanece praticamente inalterada. Já em outros momentos a velocidade do comboio se reduz a zero, quando ele para nas estações do itinerário. As maneiras segundo as quais você comprime o encosto do assento ou é "projetado" para a frente dão a percepção fisiológica da intensidade da aceleração. Na primeira situação, você provavelmente dirá: "Puxa, que arrancada!". Ou, no último caso, talvez comente: "Nossa, que freada!".

Em casos como esses, em que os corpos já dispõem de "caminhos" prontos para serem seguidos, como automóveis em rodovias, trens em ferrovias e outros, a descrição adequada dos movimentos é feita por meio de grandezas definidas **escalarmente**. Daí a denominação cinemática **escalar** utilizada no título deste capítulo. Nos dois capítulos seguintes, os movimentos também serão descritos por meio de grandezas escalares.

2. REFERENCIAL

Certamente você já percebeu a importância de saber em que lugar estão os objetos de sua casa, como suas roupas e seu material escolar, por exemplo.

Para ser possível descrever o movimento de um corpo, também é necessário saber dizer **onde ele está**, ou seja, conhecer sua **posição**, que sempre é dada em relação a algum outro corpo denominado **referencial**.

> **Referencial** é um corpo (ou um conjunto de corpos) em relação ao qual são definidas as posições de outros corpos.

Observe a fotografia a seguir.

Tetsuo Segui

Vista noturna da cidade de São Paulo.

Vemos na fotografia duas luas no céu.

Sabemos, porém, que isso não é real, pois nosso planeta possui apenas um satélite natural: a Lua.

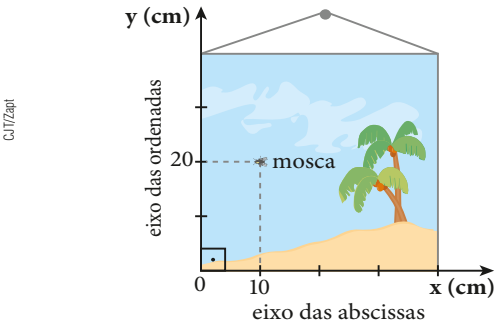
Vamos explicar o que aconteceu.

O obturador de uma máquina fotográfica fixada em um tripé foi aberto em determinado horário, registrando uma imagem da Lua. Minutos depois foi aberto novamente, e outra imagem da Lua ficou registrada no **mesmo** fotograma do filme.

Em relação a um referencial na superfície da Terra – esse referencial pode ser, por exemplo, o solo, os prédios ou os postes de iluminação –, a Lua mudou de posição entre o momento da primeira exposição e o momento da segunda.

Em muitos casos é conveniente associar um sistema de eixos cartesianos ortogonais ao corpo tomado como referencial. A posição de um outro corpo, em relação a esse referencial, fica bem estabelecida pelas coordenadas lidas nesses eixos e expressas por números de unidades de comprimento.

Considere, por exemplo, uma mosca pousada em um quadro suspenso em uma parede, conforme a figura:



Tomando o próprio quadro como referencial, podemos dar a posição da mosca dizendo que ela está a 10 cm do lado esquerdo e a 20 cm do lado inferior. Se, porém, associarmos ao quadro um sistema de eixos cartesianos 0xy, a posição da mosca em relação ao quadro ficará definida pela abscissa $x = 10$ cm e pela ordenada $y = 20$ cm.

3. INSTANTE E INTERVALO DE TEMPO

Fundamentalmente, há dois tipos de perguntas cujas respostas envolvem a grandeza tempo. O primeiro tipo de pergunta pode ser exemplificado assim:

A quantos minutos do primeiro tempo o atacante Nilo marcou o primeiro gol no jogo (fictício) entre as equipes do Alexandria Futebol Clube e do Esporte Clube Assuã?

Essa pergunta solicita a "localização" no tempo de uma ocorrência, de um momento. Esse momento é denominado **instante**.

O instante é determinado por uma quantidade, que simbolizaremos por **t**. Essa quantidade representa quantas unidades de tempo já se passaram desde um instante inicial escolhido arbitrariamente, como $t_0 = 0$, chamado **origem dos tempos**. Assim, no jogo a que nos referimos, $t_0 = 0$ significa o instante em que o jogo se iniciou, ocasião em que o árbitro acionou seu cronômetro.

Nessa partida, o primeiro gol de Nilo ocorreu no instante $t_1 = 20$ minutos, o que significa que se passaram 20 minutos desde a origem dos tempos até o momento do gol.

O segundo tipo de pergunta pode ser exemplificado assim:

Quanto tempo a torcida do Alexandria teve de esperar, desde a marcação do primeiro gol, para que seu atacante Nilo marcasse o segundo?

Observe que essa pergunta solicita um tempo decorrido, ou seja, uma duração, uma sucessão de instantes entre certo instante $\mathbf{t_1}$ e outro instante $\mathbf{t_2}$. A essa sucessão de instantes damos o nome de **intervalo de tempo** e o representamos por $\Delta\mathbf{t}$ (lê-se delta t). O cálculo de $\Delta\mathbf{t}$ é feito subtraindo-se $\mathbf{t_1}$ (ocorrido antes) de $\mathbf{t_2}$ (ocorrido depois):

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

O primeiro gol de Nilo foi marcado aos 20 minutos do primeiro tempo ($t_1 = 20$ min), e o segundo, aos 37 minutos do primeiro tempo ($t_2 = 37$ min). Então, o intervalo de tempo decorrido entre os dois gols é calculado do seguinte modo:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = 37 \text{ min} - 20 \text{ min} \Rightarrow \Delta t = 17 \text{ min}$$

NOTA

Em Física, a letra grega Δ é usada com muita frequência para simbolizar a variação $\Delta\mathbf{G}$ de uma grandeza **G** qualquer, sempre fazendo $G_{final} - G_{inicial}$.

$$\Delta G = G_{final} - G_{inicial}$$

EM BUSCA DE EXPLICAÇÕES

Método do carbono 14 para a determinação de idades (datação)

Para você descobrir a idade de uma pessoa, basta conhecer sua data de nascimento. Como você determinaria, no entanto, a idade de um fóssil, como a ossada de um animal já extinto, por exemplo?

Quase todo o carbono existente na natureza (pouco menos de 99%) é o chamado carbono 12, cujo núcleo atômico é constituído de 6 prótons e 6 nêutrons. Além dele, há uma pequena quantidade (pouco mais de 1%) de carbono 13 (núcleo com 6 prótons e 7 nêutrons) e uma pequeníssima quantidade de **carbono 14** (núcleo com

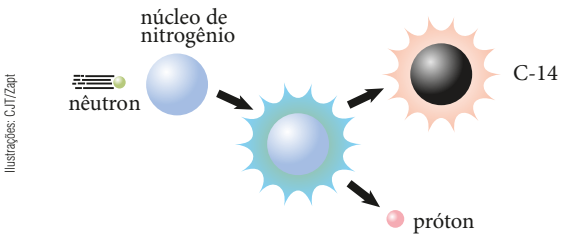
6 prótons e 8 nêutrons). Em cada bilhão de átomos de carbono, apenas dez são de carbono 14.

Átomos de um mesmo elemento químico, cujos núcleos têm o mesmo número de prótons e diferentes números de nêutrons, são denominados **isótopos** desse elemento. Assim, o carbono 12, o carbono 13 e o carbono 14 são isótopos do carbono.

Dizemos que o núcleo de um átomo é estável quando ele não se modifica espontaneamente com o passar do tempo: os núcleos do carbono 12 e do carbono 13, por exemplo, são estáveis.

Um núcleo atômico é **instável** ou **radiativo** quando se modifica espontaneamente com o passar do tempo, transformando-se em um núcleo de outro elemento químico. A isso damos o nome de **desintegração radiativa**, fenômeno que acontece com o carbono 14 e com vários outros elementos. Portanto, dos três isótopos do carbono, apenas o carbono 14, que vamos representar por C-14, é radiativo.

A atmosfera terrestre é permanentemente bombardeada pela radiação cósmica proveniente do Sol e de outros corpos celestes. Nessa radiação, que é altamente energética, estão presentes ondas eletromagnéticas, elétrons, prótons, partículas alfa (partículas constituídas de 2 prótons e 2 nêutrons) etc. Quando núcleos estáveis de átomos presentes na atmosfera são atingidos pela radiação cósmica, entre outras ocorrências, há uma liberação de nêutrons de alta energia. Núcleos estáveis de nitrogênio, ao serem bombardeados por esses nêutrons, transformam-se em núcleos radiativos de C-14:



Ilustrações: CJT/Zapt

Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Como se aprende em Química, o gás carbônico (CO_2) é formado a partir do carbono e do oxigênio. Assim, de todo gás carbônico presente na atmosfera, uma pequeníssima quantidade tem o C-14. Na fotossíntese, as plantas e as algas absorvem gás carbônico e, com isso, passam a conter o C-14.

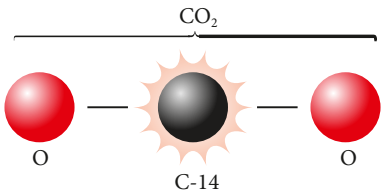


Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Ao se alimentarem dessas plantas e algas, os animais também passam a ter C-14 em seus tecidos.

Embora núcleos de C-14 estejam se desintegrando e, com isso, deixando de ser C-14, há uma reposição natural, pois, na atmosfera, eles sempre são produzidos. Consequentemente, o percentual desse isótopo, tanto na atmosfera como nos seres vivos, é praticamente constante: dez átomos de C-14 em cada bilhão de átomos de carbono (acredita-se que essa constância seja verdadeira de 70 000 anos atrás até hoje).

Entretanto, quando um ser vivo morre, o percentual de C-14 existente nele passa a diminuir com o tempo, já que deixa de haver reposição. O conhecimento desse percentual permite determinar a idade de fósseis, múmias e papéis antigos, entre outros materiais orgânicos.

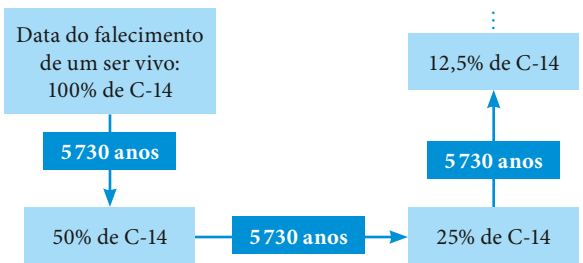
JAMES KING-HOLMES/SPL/Latinstock

Datação de osso pelo método de C-14.

No Brasil, o Laboratório de Geocronologia da USP e o Laboratório do Instituto de Física da UFBA fazem datação pelo C-14.

A **meia-vida** do C-14, isto é, o tempo para que certa quantidade de núcleos desse isótopo se reduza à metade, por desintegração radiativa, é de 5 730 anos.

Então, se for encontrada uma ossada com percentual de C-14 reduzido a 50% (metade) em relação a um ser vivo, concluiremos que sua idade é 5 730 anos. Se esse percentual estiver reduzido a 25% (metade da metade), a ossada tem 5 730 anos + + 5 730 anos = 11 460 anos, e assim por diante:

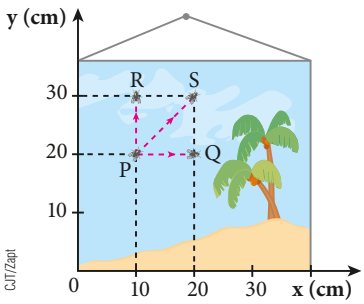


A Matemática fornece uma fórmula geral para obter a idade a partir de **qualquer percentual** de relação.

O C-14 é adequado para a datação de material orgânico com idade entre 500 e 50 000 anos. Há, entretanto, outros elementos radiativos adequados a outras faixas de idade e aptos não só para a datação de material orgânico.

4. MOVIMENTO E REPOUSO

Dizemos que uma partícula se encontra em movimento quando ela muda de posição com o passar do tempo; caso contrário, encontra-se em repouso. Os conceitos de movimento e de repouso são apresentados a partir do conceito de posição. Como a posição é estabelecida em relação a um referencial, movimento e repouso também são conceitos relativos a um referencial.



CJT/Zapt

Vamos considerar novamente o exemplo do quadro suspenso em uma parede, apresentado no início deste capítulo. Associemos a ele um sistema de eixos cartesianos ortogonais 0xy, com os eixos graduados em centímetros.

Suponha que uma mosca esteja pousada no ponto **P**, cuja posição é dada por $x = 10$ cm e por $y = 20$ cm. Se, durante certo intervalo de tempo, a mosca permanece em **P**, ou seja, se ela não muda de posição, dizemos que ela está em repouso em relação ao quadro. Observe que, nesse caso, nenhuma das coordenadas de posição da mosca variou.

Entretanto, se em certo intervalo de tempo a mosca muda, por exemplo, de **P** para **Q** ou de **P** para **R** ou, ainda, de **P** para **S**, dizemos que ela está em movimento em relação ao quadro durante esse intervalo. Note que mudar de posição pode significar variar somente **x** ou somente **y** ou **x** e **y** simultaneamente.

Um ponto material está em **movimento** em relação a um referencial quando sua posição varia com o tempo em relação a esse referencial.

Um ponto material está em **repouso** em relação a um referencial quando sua posição não varia com o tempo em relação a esse referencial.

Na fotografia a seguir, o avião situado na parte inferior, que vamos chamar de avião **A**, está sendo abastecido por outro, que vamos chamar de avião **B**, em pleno voo.

Thinkstock/Getty Images

Jato sendo abastecido em pleno voo.

O avião **A** está em repouso ou em movimento?

Em relação à superfície da Terra, esse avião está em movimento, já que sua posição varia com o tempo.

Entretanto, para o abastecimento ser possível, o avião **A** não pode mudar de posição em relação a **B**. Isso significa que **A** está em repouso em relação a **B**.

Portanto, um mesmo corpo pode estar em movimento em relação a um referencial e em repouso em relação a outro, ou seja, os conceitos de movimento e repouso são **relativos**, fato já apontado no início desta seção.

Nossas casas, por exemplo, estão em repouso em relação à superfície da Terra, pois não mudam de posição em relação ao solo. Em relação ao Sol, entretanto, elas estão em movimento, pois, juntamente com a Terra, mudam de posição em relação ao Sol.

Simetria dos conceitos de repouso e movimento

Dois trens estavam parados em uma estação, um ao lado do outro.

José, sentado em um banco de um dos trens, viu Juliana, que foi sua colega de escola anos atrás, sentada em um banco do outro trem.

Ela também reconheceu José, e os dois, dentro das possibilidades, começaram a se comunicar.

De repente, **José viu Juliana entrando em movimento** e **Juliana também viu José entrando em movimento**.

O rapaz, entretanto, olhou para a plataforma de embarque da estação e percebeu que seu trem ainda estava parado. Concluiu, então, que era o trem dela que estava partindo.

Como explicar o que José e Juliana viram? Qual trem, afinal, estava se movendo?

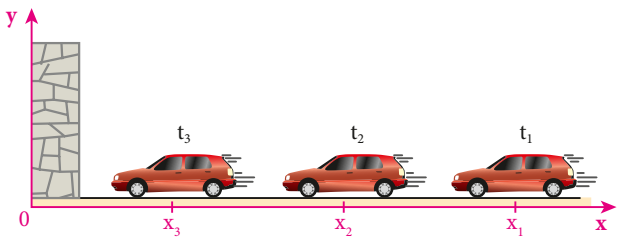
O problema é, novamente, uma questão de referencial.

Naqueles momentos, **em relação à plataforma**, o trem que se movia era o de Juliana. O de José ainda estava em repouso.

Contudo, considerando referenciais nos trens, o trem de Juliana entrou em movimento **em relação ao trem de José** e o trem de José entrou em movimento **em relação ao trem de Juliana**.

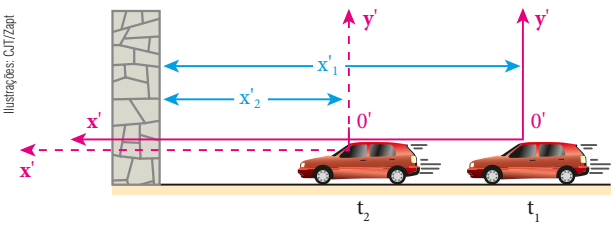
Se um corpo **A** está em movimento (ou em repouso) em relação a um corpo **B**, então **B** também está em movimento (ou em repouso) em relação a **A**. Isso equivale a dizer que os conceitos de movimento e repouso são **simétricos**.

Considere, por exemplo, um automóvel dirigindo-se frontalmente a um muro. Tomando o muro como referencial e associando a ele um sistema cartesiano 0xy, observamos que a posição do automóvel varia com o tempo, pois sua abscissa **x** está variando. Portanto, **o automóvel está em movimento em relação ao muro**.



Nos instantes t_1, t_2 e t_3, as abscissas do automóvel valem x_1, x_2 e x_3, respectivamente.

Tomando, agora, o automóvel como referencial e associando a ele um sistema cartesiano 0'x'y', observamos que a posição do muro também varia, pois sua abscissa **x'** está variando. Portanto, **o muro está em movimento em relação ao automóvel**.



Ilustrações: CJT/Zapt

Nos instantes t_1 e t_2, as abscissas do muro valem x'_1 e x'_2, respectivamente.

Em uma corrida automobilística, quando tomamos como referencial a arquibancada ou a pista e as paisagens ao seu redor, o carro de corrida se movimenta em um sentido. Se tomarmos o carro como referencial, a arquibancada, a pista e as paisagens também estão em movimento, porém em sentido oposto.

Thinkstock/Getty Images

Carro de Fórmula 1 em alta velocidade.

5. TRAJETÓRIA

Quando um ponto material se movimenta em relação a certo referencial, ele ocupa diferentes pontos à medida que o tempo passa, descrevendo, assim, uma linha, que pode ser reta ou curva.

Na fotografia a seguir, os rastros deixados no ar pelos cinco aviões revelam lugares por onde eles passaram momentos antes de estarem nas posições em que os vemos.

Thinkstock/Getty Images

Rastros produzidos no ar revelam as formas das trajetórias dos cinco aviões.

Dentro dos limites da fotografia, podemos perceber que as posições ocupadas pelos aviões definem "caminhos" retilíneos (ou, pelo menos, praticamente retilíneos). Esses "caminhos" são as **trajetórias** dessas aeronaves em relação à Terra.

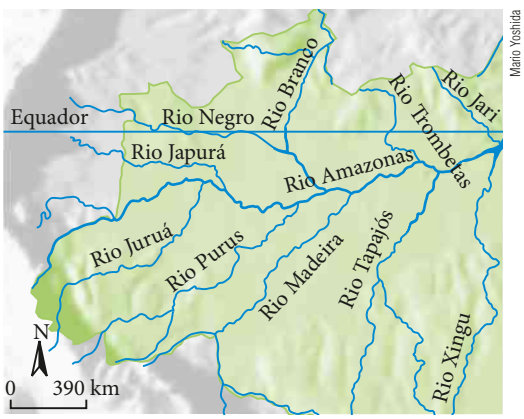
Já na próxima fotografia, um veículo está descrevendo uma trajetória curvilínea também em relação à Terra.

Bluesky85/Thinkstock/Getty Images

As trajetórias dos veículos que percorrem esse trecho da rodovia são curvilíneas.

No fragmento de um mapa do Brasil a seguir, vemos linhas representando alguns rios. Essas linhas indicam as sinuosas trajetórias descritas pela água, ou seja, os lugares por onde ela passa ao escoar ao longo dos rios.

Alguns afluentes do rio Amazonas



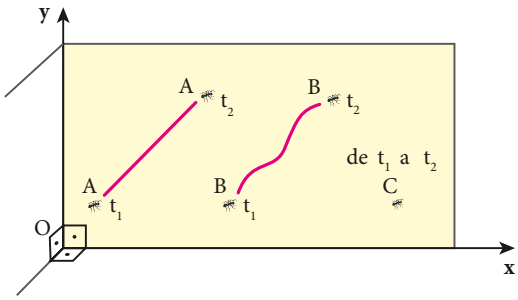
Mario Yoshida

Fonte: ÍSOLA, Leda; CALDINI, Vera. *Atlas geográfico Saraiva*. São Paulo: Saraiva, 2013.

Para um corpo que possa ser tratado segundo o modelo de ponto material, podemos dizer que:

Trajetória de um ponto material em movimento é a linha que ele descreve em relação a um referencial. Caso o ponto material encontre-se em repouso, sua trajetória reduz-se a um ponto.

Imagine, por exemplo, que três formigas **A**, **B** e **C** se mantiveram em uma mesma parede durante certo intervalo de tempo, de $\mathbf{t_1}$ a $\mathbf{t_2}$. A figura a seguir mostra os lugares onde elas estiveram nesse intervalo de tempo.

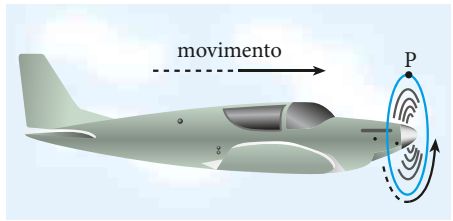


Concluímos que a trajetória descrita em relação à parede foi retilínea para a formiga **A**, curvilínea para a formiga **B** e reduziu-se a um ponto para a formiga **C**, que não se moveu em relação à parede.

O conceito de trajetória também é relativo, isto é, está vinculado à apreciação de um referencial. Assim, a trajetória descrita por uma partícula, durante certo intervalo de tempo, pode variar de um referencial para outro.

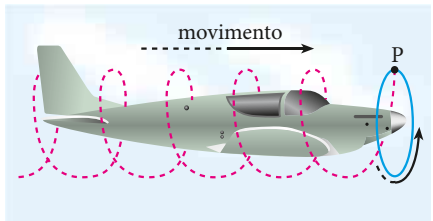
Considere, por exemplo, um avião em voo retilíneo e horizontal e um ponto **P**, situado em uma das extremidades da hélice. A trajetória desse ponto **P**, em relação ao avião, é uma circunferência.

Ilustrações: CJT/Zapt



A trajetória de **P** em relação ao avião é uma circunferência.

Em relação a um referencial no solo, entretanto, a trajetória desse mesmo ponto **P** é uma hélice cilíndrica.



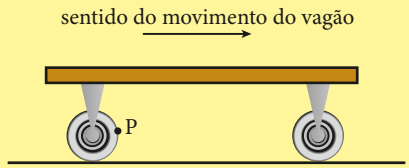
A trajetória de **P** em relação à superfície da Terra é uma hélice cilíndrica.

A hélice cilíndrica descrita é o resultado da composição de dois movimentos: um movimento circular e um movimento retilíneo horizontal, perpendicular ao plano do primeiro.

O que é uma cicloide?

A figura a seguir representa um vagão em movimento em relação ao solo, seguindo trilhos retilíneos e horizontais, de modo que suas rodas rolam sem deslizar. Observe o ponto **P** indicado na periferia de uma delas.

CJT/Zapt

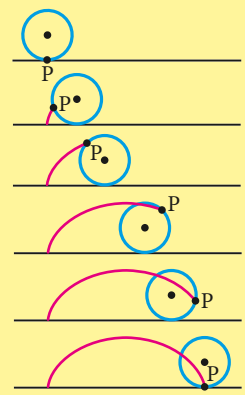


A trajetória do ponto **P** em relação a um referencial no **vagão** é uma **circunferência**, pois, em relação ao vagão, o ponto **P** realiza um movimento circular em torno do eixo da roda.

Trajetória do ponto **P** em relação ao vagão.

Vamos analisar, agora, a trajetória de **P** em relação a um referencial no **solo**. Em relação ao solo, o ponto **P** descreve um movimento circular em torno do eixo da roda e, **ao mesmo tempo**, realiza uma translação horizontal para a direita em virtude do movimento do vagão. A trajetória de **P** em relação ao solo é uma curva denominada **cicloide**, que se vê destacada em magenta na figura ao lado. (A rigor, essa curva é a **cicloide simples**, pois existem cicloides com aspectos diferentes.)

Você acabou de ver mais um exemplo mostrando que a trajetória de um ponto depende do referencial.



Paulo C. Ribeiro

6. RAPIDEZ MÉDIA

A **rapidez média** (em inglês, *average speed*), também conhecida por velocidade média, sem nenhum outro adjetivo, é uma grandeza que vamos simbolizar por $\mathbf{rap}_m$.

Ela é a maneira mais simples de conceituar velocidade média no dia a dia de pessoas. Basta dividir por Δt, que nunca é negativo, a distância total **d** percorrida, que também nunca é negativa, por uma pessoa, ou outro corpo qualquer, nesse intervalo de tempo.

Então definimos: $rap_m = \frac{d}{\Delta t}$

Note que, como **d** e Δt nunca são negativos, $\mathbf{rap}_m$ também nunca será negativa.

A distância **d** deve ser medida ao longo da trajetória: é o número de quilômetros, ou de metros, ou de outra unidade de comprimento, **realmente** percorrido.

Vamos ver um exemplo de cálculo de rap_m:

Imagine que às 14 h, Pedro partiu de automóvel da cidade de São Paulo com destino à cidade do Rio de Janeiro, onde chegou às 19 h, após percorrer cerca de 400 km.

Vamos calcular a rapidez média de Pedro nessa viagem. Temos: $d = 400\ km$; $t_1 = 14\ h$ e $t_2 = 19\ h$.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 19\ h - 14\ h \Rightarrow \Delta t = 5\ h$$

Então:

$$rap_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{400\ km}{5\ h} \Rightarrow rap_m = 80\ km/h$$

Esse resultado significa que, **em média**, o veículo percorreu 80 km em cada hora — pode ter percorrido mais de 80 km em alguns intervalos de uma hora e menos de 80 km em outros. É pouquíssimo provável que tenha percorrido sempre 80 km em cada hora.

Se a viagem de volta, pela mesma rodovia, também durou 5 h, a rap_m continua valendo 80 km/h.

7. ESPAÇO

Imagine um automóvel movendo-se em uma rodovia. Como podemos fornecer sua posição em um determinado instante, ou seja, onde ele está nesse instante?

Observe a fotografia ao lado.

Emerson Charles

Carro transitando em uma estrada.

No momento em que ela foi tirada, o automóvel estava no km 35 de determinada rodovia.

Isso significa que o automóvel estava a 35 km do km 0 (o chamado marco zero) dessa rodovia, medidos ao longo dela. Note que a indicação (km 35), lida no marco quilométrico, fornece a posição do veículo em relação ao marco zero.

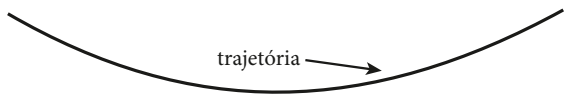
Obviamente essa maneira de dar a posição de um corpo só é possível no caso de trajetórias previamente estabelecidas, ou seja, conhecidas de antemão.

De fato, a rodovia já estava pronta para ser seguida e os marcos quilométricos já estavam fixados à beira dela.

Ao valor lido nos marcos quilométricos vamos dar o nome de **espaço** e simbolizá-lo por **s**. Assim, o espaço do automóvel no instante em que a fotografia foi tirada é $s = 35\ km$.

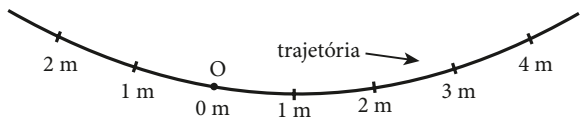
Você provavelmente nunca viu, por exemplo, um marco quilométrico com a indicação −km 20. Em uma rodovia não são utilizados espaços negativos. Entretanto, no estudo formal dos movimentos, muitas vezes precisamos deles.

Suponha que uma partícula descreva uma trajetória já construída, como a representada na figura a seguir.



Como o ponto de referência (que, em uma rodovia, corresponde ao km 0) não está estabelecido, podemos adotá-lo arbitrariamente em algum lugar da trajetória. Pode ser, por exemplo, o ponto **O** indicado na próxima figura. Em relação a ele, deverão ficar determinados os espaços que fornecerão, a cada instante, a posição da partícula.

Na trajetória representada a seguir, vamos marcar pontos situados a 1 m, 2 m, 3 m etc. em relação a **O**.



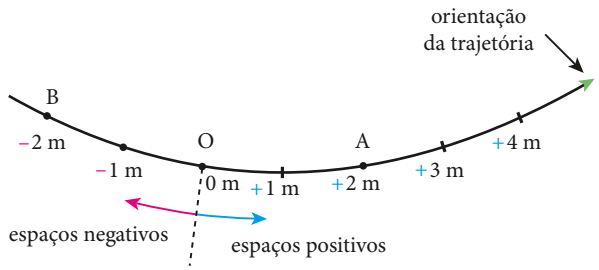
Suponha que, em certo instante, a partícula esteja a 2 m de **O**. Qual é o valor do espaço correspondente à sua posição?

Observe que a informação "a 2 m de **O**" não determina uma única posição na trajetória, mas sim **duas**, pois a partícula tanto pode estar à direita como à esquerda de **O**.

Então, algo ainda precisa ser feito para distinguir uma posição da outra: o espaço correspondente a uma possível posição deve ser diferente do espaço correspondente à outra.

Para fazer essa distinção, adotamos a seta desenhada na trajetória (veja a figura a seguir). Essa seta indica o sentido em que a trajetória está orientada, ou, em uma linguagem simplificada, indica o "sentido da trajetória".

Dessa maneira, por meio de um sinal (+ ou −) atribuído aos espaços, distinguimos as posições à direita de **O** das posições à esquerda desse ponto, de modo análogo ao que se faz com a reta numérica em Matemática.



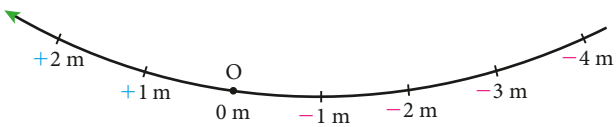
Agora podemos responder à pergunta formulada.

Se a partícula estiver no ponto **A**, seu espaço será: $s_A = +2$ m (o sinal de + pode ser omitido).

Se estiver em **B**, seu espaço será: $s_B = -2$ m.

E, obviamente, se ela estiver em outro lugar, seu espaço terá outro valor.

Se fosse adotada outra orientação para a trajetória, como está indicado na figura a seguir, os sinais dos espaços ficariam trocados.



Espaço(s) de uma partícula é a grandeza que determina sua posição em relação à trajetória, posição esta dada pelo comprimento do trecho de trajetória compreendido entre a partícula e o ponto **O**, acrescido de um sinal positivo ou negativo, conforme a região em que ela se encontra. O ponto **O** é denominado **origem dos espaços**. Note que a orientação da trajetória indica o sentido dos espaços crescentes.

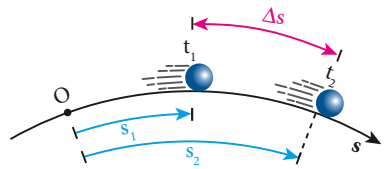
Símbolos de unidades e símbolos de grandezas

As **unidades de medida** das grandezas têm símbolos bem determinados. O Sistema Internacional de Unidades estabelece, por exemplo, que o símbolo do metro é **m** e o do quilograma é **kg**. As **grandezas**, entretanto, não têm símbolos oficiais. Assim, cada grandeza pode ser simbolizada por qualquer letra. Por isso, podemos encontrar a grandeza **espaço** simbolizada pelas letras **e**, **s**, **x**, **y**, entre outras.

8. VARIAÇÃO DE ESPAÇO E DISTÂNCIA PERCORRIDA

Variação de espaço (ou deslocamento escalar)

Observe, na figura a seguir, uma partícula que se desloca do instante t_1, em que o espaço vale s_1, até o instante t_2, em que o espaço vale s_2.



Ilustrações: CJT/Zapt

A variação de espaço Δs (lê-se "delta esse") entre t_1 e t_2 é dada por:

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

Das duas posições consideradas, uma é inicial e outra é final. Assim, a **variação de espaço** é o espaço na posição final menos o espaço na posição inicial.

É importante notar que, se a posição inicial e a posição final coincidirem, teremos Δs igual a zero. Se a partícula mover-se no sentido da trajetória, s_2 será maior que s_1 e, portanto, Δs será **positivo**. Entretanto, se a partícula mover-se em sentido contrário ao da trajetória, s_2 será menor que s_1 e, assim, Δs será **negativo**.

Diversas grandezas escalares podem assumir valores positivos ou negativos. Chama-se módulo ou valor absoluto da grandeza o número, sem sinal, acompanhado da unidade de medida (símbolo do módulo: | |).

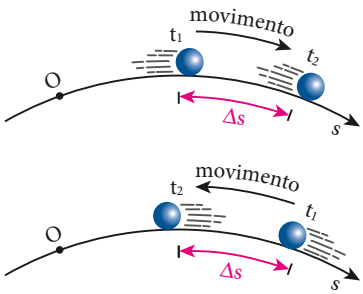
Distância percorrida

Distância percorrida é uma grandeza que informa quanto a partícula percorreu entre dois instantes, devendo ser calculada sempre em valor absoluto.

É preciso considerar dois casos:

1º caso: A partícula desloca-se sempre em um mesmo sentido

Nesse caso, a distância percorrida é igual ao módulo da variação do espaço.

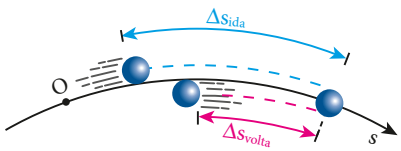


Na primeira figura, **Δs** é positivo. Na segunda, **Δs** é negativo. Entretanto, nas duas figuras, temos:

$$\text{distância percorrida} = |\Delta s|$$

2º caso: A partícula inverte o sentido de seu movimento

Nesse caso, a distância percorrida é calculada adicionando-se os módulos da variação de espaço em cada sentido, isto é, o **Δs** na ida com o **Δs** na volta, ambos tomados em módulo:



$$\text{distância percorrida} = |\Delta s_{ida}| + |\Delta s_{volta}|$$

NOTA

Nos dois casos, a distância percorrida é o d usado na definição de **rap**$_m$.

9. VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

Observe as cenas representadas a seguir.

Ilustrações: CJT/Zapt

Antes

Depois

De acordo com as figuras, um automóvel partiu às 6 horas da manhã de uma cidade situada no km 10 de uma rodovia. Seguindo por essa rodovia, esse automóvel chegou às 10 horas da mesma manhã ao seu destino, que era outra cidade situada no km 250. Analisando esses dados, concluímos que a variação de espaço do automóvel foi de 240 km ($\Delta s = 250\text{ km} - 10\text{ km} = 240\text{ km}$) num intervalo de tempo de 4 horas ($\Delta t = 10\text{ h} - 6\text{ h} = 4\text{ h}$). Assim, podemos afirmar que, em média, a variação de espaço foi de 60 km por hora. Essa grandeza é denominada **velocidade escalar média** e simbolizada por **v**$_m$.

Velocidade escalar média entre dois instantes é a variação de espaço ocorrida, em média, por unidade de tempo:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

No exemplo anterior, obtivemos $v_m = 60$ km/h. Isso não significa que o automóvel percorreu necessariamente 60 km em cada hora. Pode ser, por exemplo, que na primeira hora de viagem ele tenha percorrido 80 km, na segunda hora, 50 km, na terceira, 40 km e na quarta, 70 km. Por isso dizemos que, **em média**, ele percorreu 60 km em cada hora.

Com relação às **unidades de medida de velocidade**, note que elas correspondem sempre a um quociente de uma unidade de comprimento por uma de tempo. Assim, no SI, temos:

$$\text{unid}\,(v) = \frac{\text{unid}\,(s)}{\text{unid}\,(t)} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A unidade de velocidade, no SI, é o **metro por segundo (m/s)**.

Frequentemente, usamos também a unidade **quilômetro por hora (km/h)** e vale a seguinte relação:

$$3{,}6\text{ km/h} = 1\text{ m/s}$$

De fato: $\frac{3{,}6\text{ km}}{\text{h}} = \frac{3{,}6 \cdot 10^3\text{ m}}{3\,600\text{ s}} = 1\text{ m/s}$

10. VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA

Na apresentação da seção anterior, um automóvel sofreu uma variação de espaço de 240 km durante um intervalo de tempo de 4 h, o que determinou uma velocidade escalar média de 60 km/h.

Observe que esse resultado não nos permite saber como foi o movimento em diferentes instantes daquele intervalo de 4 horas. De fato, dependendo das condições de tráfego e do comportamento do motorista, o automóvel pode ter corrido mais em certos instantes e menos em outros, mas nada sabemos. Isso quer dizer que o velocímetro do automóvel, isto é, o seu medidor de velocidade, certamente indicou valores diferentes em diferentes instantes. O valor indicado pelo velocímetro em certo instante é o valor absoluto da **velocidade escalar instantânea** do automóvel nesse instante. É essa velocidade que nos faz conhecer de fato o movimento no decorrer do tempo.

JÁ PENSOU NISTO?

Grandes velocidades

Você já pensou em exemplos de situações que envolvem grandes velocidades? Veja alguns a seguir.

No movimento de translação, a Terra desloca-se em torno do Sol com uma velocidade escalar média de 108 000 km/h. Uma pessoa **P**, situada no Equador, gira em torno do eixo do planeta a quase 1 700 km/h.

A luz que o Sol nos envia viaja no vácuo a cerca de 300 000 km/s, que é, pelos conhecimentos atuais da Física, o limite de velocidade no Universo.

Os sons e os ruídos produzidos na superfície da Terra propagam-se no ar com velocidades próximas de 340 m/s.

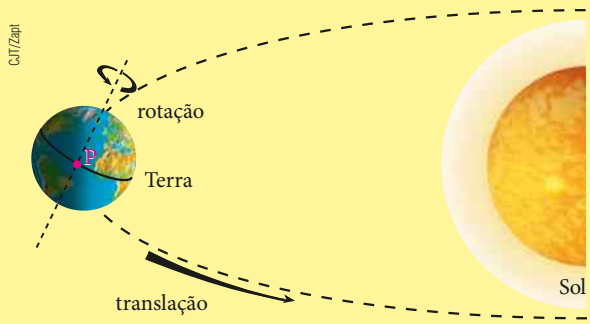


Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Alain Marcay/Photononstop/Diomedia

O TGV (*train à grande vitesse*) atingiu a velocidade recorde de 574,8 km/h em abril de 2007.

Thinkstock/Getty Images

O guepardo (ou chita), o mais veloz dos mamíferos, consegue atingir cerca de 110 km/h de velocidade (quase 31 m/s), enquanto um atleta olímpico, nos 100 metros rasos, corre, em média, a 10 m/s.

QUESTÕES COMENTADAS

1 Considere três veículos **A**, **B** e **C**. Se **A** está em movimento em relação a **B**, e **B** está em movimento em relação a **C**:

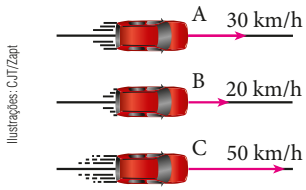
a) é possível que **A** esteja em movimento em relação a **C**?

b) podemos garantir que **A** está em movimento em relação a **C**?

RESOLUÇÃO

a) É possível. Confirmemos isso por meio do seguinte exemplo:

Os veículos **A**, **B** e **C** movem-se no mesmo sentido sobre retas paralelas, com **A** a 30 km/h, **B** a 20 km/h e **C** a 50 km/h.



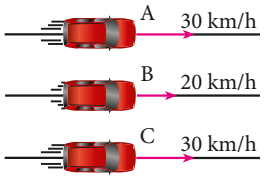
Ilustrações: CJT/Zapt

O veículo **A** corre mais que o veículo **B**. Então, **A** está em **movimento** em relação a **B**.

O veículo **B** corre menos que o veículo **C**. Então, **B** também está em **movimento** em relação a **C**.

O veículo **A** corre menos que o **C**. Então, **A** também está em **movimento** em relação a **C**.

b) Não podemos. E isso pode ser constatado por meio do exemplo a seguir, em que consideramos novamente três veículos **A**, **B** e **C** movendo-se no mesmo sentido sobre retas paralelas, com **A** a 30 km/h, **B** a 20 km/h e **C** a 30 km/h.



O veículo **A** corre mais que o **B**. Então, **A** está em **movimento** em relação a **B**.

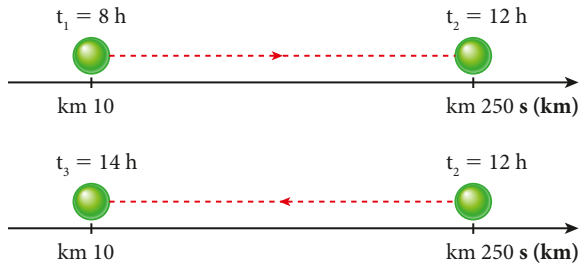
O veículo **B** corre menos que o **C**. Então, **B** está em **movimento** em relação a **C**.

Entretanto, **A** corre tanto quanto **C**, e, por isso, **A** está em **repouso** em relação a **C**.

Observe que, se o veículo **B** estivesse a 30 km/h como os outros dois, qualquer veículo estaria em repouso em relação aos demais.

Respostas: a) Sim; b) Não.

2 Um motociclista partiu do km 10 de uma rodovia às 8 horas da manhã (t_1) e chegou ao km 250 às 12 horas (t_2). Imediatamente, ele iniciou a viagem de volta, retornando ao km 10 às 14 horas (t_3).



Calcule a rapidez média (ou velocidade média) $\mathbf{rap}_m$ e a velocidade escalar média $\mathbf{v}_m$ do motociclista entre os instantes:

a) $\mathbf{t}_1$ e $\mathbf{t}_2$; b) $\mathbf{t}_2$ e $\mathbf{t}_3$; c) $\mathbf{t}_1$ e $\mathbf{t}_3$.

RESOLUÇÃO

Consideremos $\Delta\mathbf{t}$ o intervalo de tempo, $\Delta\mathbf{s}$ a variação do espaço e **d** a distância percorrida.

a) Entre $\mathbf{t}_1$ e $\mathbf{t}_2$, temos:

$\Delta t = t_2 - t_1 = 12 - 8 \Rightarrow \Delta t = 4\ h$

$\Delta s = s_2 - s_1 = 250 - 10 \Rightarrow \Delta s = 240\ km$

$d = |\Delta s| \Rightarrow d = 240\ km$

Então:

$$rap_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{240\ km}{4\ h} \Rightarrow rap_m = 60\ km$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{240}{4} \Rightarrow v_m = 60\ km/h$$

Note que $\mathbf{v}_m$ resultou positiva, pois o movimento ocorreu no sentido da trajetória.

b) Entre $\mathbf{t}_2$ e $\mathbf{t}_3$, temos:

$\Delta t = t_3 - t_2 = 14 - 12 \Rightarrow \Delta t = 2\ h$

$\Delta s = s_3 - s_2 = 10 - 250 \Rightarrow \Delta s = -240\ km$

$d = |\Delta s| \Rightarrow d = 240\ km$

Então:

$$rap_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{240\ km}{2\ h} \Rightarrow rap_m = 120\ km$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-240}{2} \Rightarrow v_m = -120\ km/h$$

Observe que $\mathbf{v}_m$ resultou negativa, pois o movimento ocorreu em sentido contrário ao da trajetória.

c) Entre $\mathbf{t}_1$ e $\mathbf{t}_3$, temos:

$\Delta t = t_3 - t_1 = 14 - 8 \Rightarrow \Delta t = 6\ h$

$\Delta s = s_3 - s_1 = 10 - 10 \Rightarrow \Delta s = 0\ km$

$d = |\Delta s_{ida}| + |\Delta s_{volta}| = 240\ km + 240\ km \Rightarrow d = 480\ km$

Então:

$$rap_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{480\ km}{6\ h} \Rightarrow rap_m = 80\ km/h$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0\ km}{6\ h} \Rightarrow v_m = 0\ km/h$$

O resultado $\mathbf{v}_m = 0$ costuma decepcionar as pessoas que esperam da Física uma utilidade prática. De fato, não é esse cálculo que interessa fazer na prática, mas sim o cálculo de rap_m.

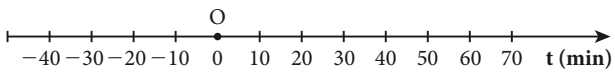
Entretanto, o tratamento matemático que estamos destinando ao estudo do movimento é útil e facilita a resolução de muitos problemas reais. Além disso, esse resultado, estranho do ponto de vista prático, tem uma interpretação: uma grandeza que é positiva durante um intervalo de tempo e negativa em um outro intervalo pode ter valor médio nulo no intervalo de tempo total.

Respostas: a) 60 km/h e 60 km/h;
b) 120 km/h e −120 km/h; c) 80 km/h e 0 km/h.

QUESTÕES PROPOSTAS

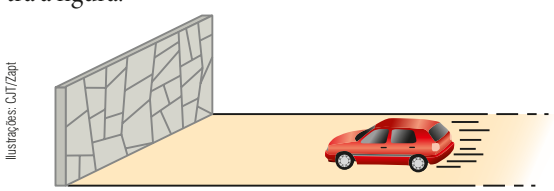
FAÇA NO CADERNO.

3. O tempo também pode ser representado em um eixo. A origem desse eixo significa o instante t = 0 em que foi iniciada uma contagem de tempo. Pode ser o início de um dia (zero hora), por exemplo, mas pode ser um momento qualquer em que um cronômetro foi acionado para começar a medir a duração de algum fenômeno. Após observar o eixo **t** representado a seguir, faça o que se pede.



a) Determine o intervalo de tempo entre os instantes 10 min e 60 min.
b) O que significa o instante − 20 min?
c) Determine o intervalo de tempo entre os instantes − 20 min e 30 min.

4. Um automóvel aproxima-se de um paredão, como ilustra a figura:


Ilustrações: CJT/Zapt

É **incorreto** afirmar que:
a) o automóvel está em movimento em relação ao paredão.
b) o paredão está em movimento em relação ao automóvel.
c) o paredão está em repouso em relação ao solo.
d) o motorista está em repouso em relação ao automóvel, mas em movimento em relação à superfície da Terra.
e) o paredão está em repouso em relação ao automóvel.

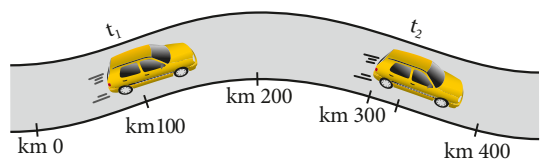
5. O centro da Terra descreve uma trajetória praticamente circular em torno do centro do Sol. A Lua também descreve uma trajetória praticamente circular em torno do centro da Terra. Apresente uma evidência de que essas duas trajetórias não estão contidas em um mesmo plano.

6. Em certo instante, um automóvel encontra-se no km 120 de uma rodovia. Em outras palavras, o espaço do automóvel nesse instante é igual a 120 km. Isso significa que:
a) o automóvel já percorreu 120 km certamente.
b) o automóvel está em movimento no referido instante, no sentido da trajetória.
c) o automóvel, nesse instante, está em repouso.
d) o automóvel encontra-se a 120 km do km 0, medidos ao longo da trajetória.
e) a distância do local em que o automóvel está até o km 0, medida em linha reta, é 120 km necessariamente.

7. A velocidade escalar média de um ônibus que se moveu sempre no mesmo sentido foi de 10 m/s, em certo intervalo de tempo. Isso significa que o ônibus:
a) percorreu necessariamente 10 metros em cada segundo.
b) iniciou o movimento no espaço 10 m.
c) possivelmente percorreu 10 metros em cada segundo.
d) certamente nunca parou durante esse intervalo de tempo.
e) não pode ter percorrido 15 metros em algum segundo.

8. Dois automóveis, **A** e **B**, partem em um mesmo instante de uma cidade **X** com destino a outra cidade **Y**, distante 420 km de **X**. O automóvel **A** faz o percurso em 5 horas e o **B**, em 6 horas. Pode-se afirmar que:
a) o automóvel **B** percorreu uma distância maior que a percorrida por **A**.
b) a velocidade escalar média de **B** é maior que a de **A**.
c) é possível que, em algum momento, **B** tenha sido mais veloz que **A**.
d) **A** esteve sempre na frente de **B**.
e) **A** e **B** não pararam nenhuma vez durante a viagem.

9. Um automóvel inicia uma viagem no km 100 de uma rodovia às 10 horas da manhã ($\mathbf{t}_1$), chegando ao km 340 às 14 horas ($\mathbf{t}_2$).



Calcule a velocidade escalar média do automóvel.

10. Pedro caminhou 117,45 m durante 2,25 min. Paulo, com velocidade escalar média igual a 0,81 m/s, caminhou durante 2 min 25 s. Calcule:

a) a velocidade escalar média de Pedro, em m/s;
b) a distância percorrida por Paulo, em m.

11. Um coelho e um jabuti apostaram uma corrida em um percurso de 800 m, partindo emparelhados e no mesmo instante (sete horas da manhã de um dia nublado). Suponha que o jabuti e o coelho corram com velocidades constantes, respectivamente iguais a 1,6 m/min e 24 km/h.
Após percorrer 200 m, o coelho, estimulado pela má *performance* de seu oponente, parou para tirar uma soneca. Quando acordou, retomou imediatamente a corrida e, ao chegar ao final do percurso, teve uma desconcertante surpresa: o jabuti já estava lá comemorando a vitória.

a) Determine quanto tempo (Δt) durou a soneca do coelho.
b) O que se pode afirmar sobre a velocidade escalar média do coelho ao longo de todo o percurso?

12. Uma pessoa viaja em um automóvel cujo velocímetro está danificado. Desejando saber sua velocidade média em determinado percurso e sabendo que os postes da rede elétrica dispostos à margem da estrada distam 60 m um do outro, a pessoa começa a marcar o tempo no instante em que passa em frente a um certo poste (que chamaremos de 1º poste). A pessoa constata que transcorreram 45,6 s até passar pelo 20º poste.

Calcule em km/h a velocidade média nesses 45,6 s.

11. MOVIMENTO UNIFORME

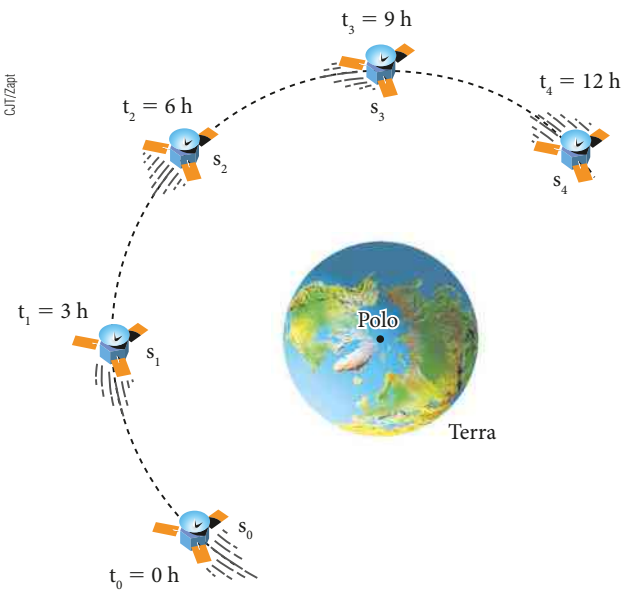
Um movimento é denominado **uniforme** quando ocorre com uma velocidade escalar que não se modifica com o passar do tempo. É o que pode acontecer, por exemplo, com alguns automóveis modernos dotados de piloto automático.

Em condições de trânsito livre, mesmo um automóvel sem esse recurso pode manter-se em movimento praticamente uniforme durante algum tempo.

Na natureza, encontramos casos interessantes de movimentos uniformes, como a propagação da luz e do som em meios homogêneos ou o movimento de uma rocha numa região do Universo em que o campo gravitacional seja desprezível.

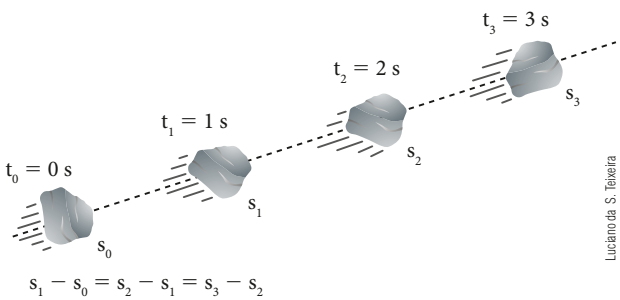
Movimento uniforme (MU) é aquele em que a velocidade escalar instantânea é constante e diferente de zero, de modo que o móvel sofre iguais variações de espaço em iguais intervalos de tempo.

Observe que, na definição apresentada, não foi feita nenhuma restrição à forma da trajetória, podendo ser retilínea ou curvilínea. Veja os exemplos seguintes:



$s_1 - s_0 = s_2 - s_1 = s_3 - s_2 = s_4 - s_3$

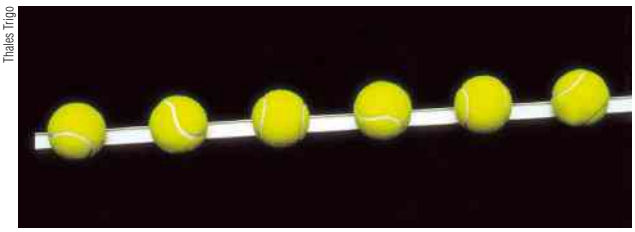
Muitos satélites artificiais realizam movimentos uniformes e circulares. Mais uma vez, pode-se observar que, em iguais intervalos de tempo, as distâncias percorridas são iguais. Evidentemente, esses satélites estão submetidos à gravidade terrestre. (Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.)



$s_1 - s_0 = s_2 - s_1 = s_3 - s_2$

Uma rocha lançada em uma região do Universo de gravidade desprezível realiza um movimento uniforme e retilíneo. Observe que, em iguais intervalos de tempo, ela percorre distâncias iguais.

Thales Trigo



Fotografia estroboscópica de uma bola de tênis em movimento uniforme. Observe que, em iguais intervalos de tempo, os deslocamentos escalares da bola também são iguais.

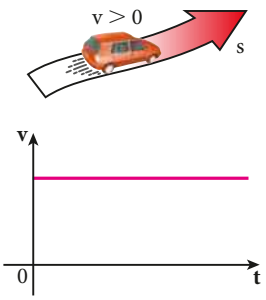
Representação gráfica da velocidade escalar instantânea em função do tempo

Em todos os instantes do intervalo de tempo em que um movimento é uniforme, a velocidade escalar instantânea é sempre a mesma.

Então, a representação gráfica dessa velocidade em função do tempo pode ser:

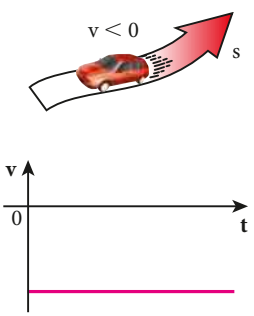
Ilustrações: CJT/Zapt

I.



A velocidade escalar é constante e diferente de zero, o que nos leva à conclusão de que o movimento é uniforme.
A velocidade escalar é positiva e, por isso, concluímos que o movimento se dá no sentido da trajetória.

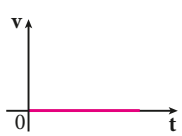
II.



A velocidade escalar é constante e diferente de zero, portanto, o movimento é uniforme.
A velocidade escalar é negativa, então, o movimento se dá em sentido contrário ao da trajetória.

NOTA

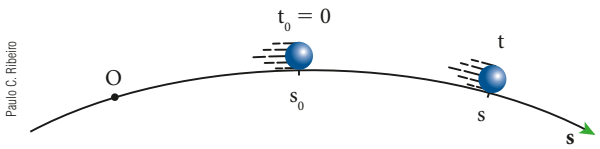
No **repouso**, a velocidade escalar é constante e igual a **zero**. Nesse caso, a representação gráfica da velocidade escalar em função do tempo é:



Função horária do espaço

Considere uma partícula em movimento uniforme descrevendo a trajetória representada a seguir:

Paulo C. Ribeiro



Essa trajetória está orientada, sendo o ponto **O** a origem dos espaços. No instante $t_0 = 0$ (origem dos tempos), a partícula estava em um ponto no qual o espaço era $\mathbf{s_0}$ (espaço inicial). Em um instante qualquer **t**, a partícula está em um ponto de espaço **s**.

Observe que, em um movimento uniforme, a velocidade escalar média ($\mathbf{v_m}$) em qualquer intervalo de tempo coincide com a velocidade escalar instantânea (**v**) em qualquer instante, uma vez que esta última é constante.

Assim, podemos escrever, no intervalo de $\mathbf{t_0}$ a **t**:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0} = \frac{s - s_0}{t}$$

$$s - s_0 = v\,t$$

$$\boxed{s = s_0 + v\,t}$$

A expressão obtida é a **função horária dos espaços** para qualquer movimento uniforme.

Observe que, nessa expressão:

- $\mathbf{s_0}$ é o espaço em $t_0 = 0$, ou seja, o espaço inicial;
- **v** é a velocidade escalar;
- **s** é o espaço em um instante **t** qualquer.

Observe, também, que a função obtida é do **primeiro grau** em **t**.

Em muitas situações, é mais conveniente escrever essa função da seguinte forma:

$$\boxed{\Delta s = v\,t}$$

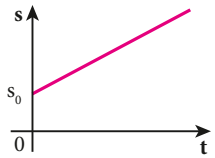
em que $\Delta\mathbf{s}$ é o deslocamento escalar ocorrido desde o instante $t_0 = 0$ até o instante **t**.

Frequentemente, encontramos enunciados de questões em que a orientação da trajetória e a origem dos espaços não são dadas. Se tivermos de equacionar um movimento, nesses casos, **adotamos** uma orientação para a trajetória e **escolhemos** um ponto qualquer dela para ser a origem dos espaços.

Representação gráfica do espaço em função do tempo

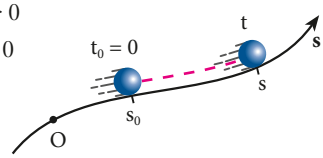
Como a função horária do movimento uniforme, $s = s_0 + v\,t$, é do primeiro grau em **t**, sua representação gráfica é um segmento de reta inclinado em relação aos eixos, podendo enquadrar-se em um dos casos apresentados a seguir:

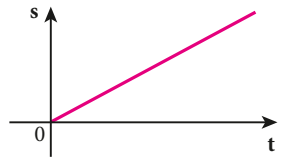
Movimentos uniformes no sentido da trajetória



Movimento uniforme com espaço inicial positivo:

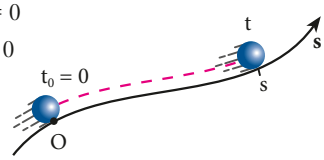
$s_0 > 0$
$v > 0$

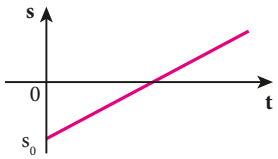




Movimento uniforme com espaço inicial nulo:

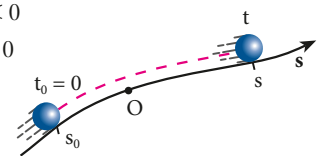
$s_0 = 0$
$v > 0$





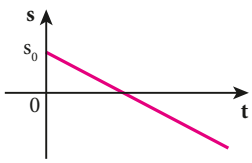
Movimento uniforme com espaço inicial negativo:

$s_0 < 0$
$v > 0$



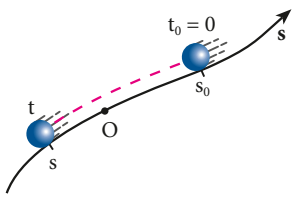
Paulo C. Ribeiro

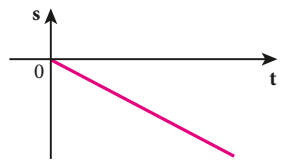
Movimentos uniformes em sentido contrário ao da trajetória



Movimento uniforme com espaço inicial positivo:

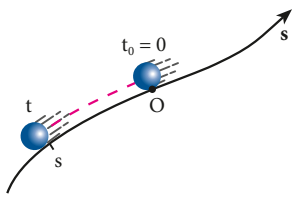
$s_0 > 0$
$v < 0$

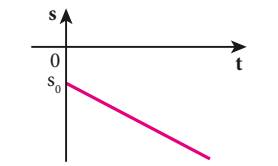




Movimento uniforme com espaço inicial nulo:

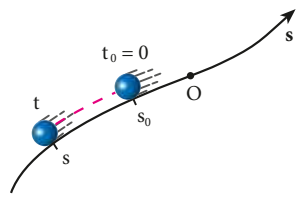
$s_0 = 0$
$v < 0$





Movimento uniforme com espaço inicial negativo:

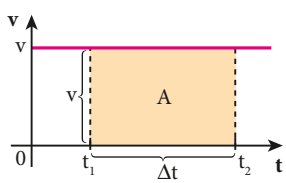
$s_0 < 0$
$v < 0$



Paulo C. Ribeiro

Propriedade do gráfico da velocidade escalar em função do tempo

Considere o gráfico da velocidade escalar **v** em função do tempo **t** em um movimento uniforme. Vamos escolher dois instantes quaisquer t_1 e t_2 e calcular a "área" **A** que eles determinam entre o eixo dos tempos e o gráfico:



A região destacada no gráfico é um retângulo, cuja base representa o intervalo de tempo Δt entre t_1 e t_2 e a altura representa a velocidade escalar.

Lembrando que a área de um retângulo é determinada multiplicando-se a medida de sua base pela medida de sua altura, temos:

$$A = \Delta t\, v \qquad \text{(I)}$$

Como $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, temos que: $\Delta s = \Delta t\, v$ (II)

Comparando (**I**) e (**II**), concluímos que:

$$A = \Delta s$$

Assim, temos que:

No gráfico da velocidade escalar (**v**) em função do tempo (**t**), a "área" entre o gráfico e o eixo dos tempos, calculada entre dois instantes t_1 e t_2, expressa a variação de espaço entre t_1 e t_2.

$$\text{"área"} = \Delta s = s_2 - s_1$$

Observe que, a rigor, não calculamos a área do retângulo, pois esta seria o produto do **comprimento** da base pelo **comprimento** da altura. Na verdade, fizemos o produto daquilo que a base representa (Δt) por aquilo que a altura representa (**v**). É por esse motivo que escrevemos "área" usando aspas.

QUESTÕES COMENTADAS

13 As funções horárias do espaço de duas partículas, **A** e **B**, que se movem numa mesma reta orientada, são dadas no SI por:

$$s_A = 4t \quad e \quad s_B = 120 - 2t$$

A origem dos espaços é a mesma para o estudo dos dois movimentos, o mesmo ocorrendo com a origem dos tempos.
Determine:

a) a distância que separa as partículas no instante $t = 10$ s;
b) o instante em que essas partículas se encontram;
c) a posição em que se dá o encontro.

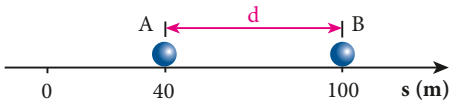
RESOLUÇÃO

a) Em $t = 10$ s, temos:

$s_A = 4(10) \Rightarrow s_A = 40$ m

$s_B = 120 - 2(10) \Rightarrow s_B = 100$ m

Paulo C. Ribeiro



Assim, no instante $t = 10$ s, a distância entre as partículas é:

$d = 100 - 40 \Rightarrow \boxed{d = 60 \text{ m}}$

b) No instante em que essas partículas se encontram, (t_e), seus espaços são iguais. Então, podemos escrever:

$4t_e = 120 - 2t_e \Rightarrow \boxed{t_e = 20 \text{ s}}$

c) A posição em que se dá o encontro é dada pelo espaço correspondente:

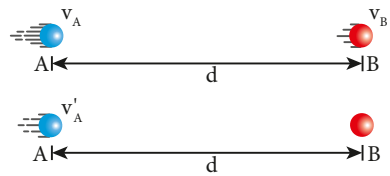
$s_A = 4t_e = 4(20) \Rightarrow s_A = 80 \text{ m} \Rightarrow \boxed{s_A = s_B = 80 \text{ m}}$

Respostas: a) 60 m; b) 20 s; c) 80 m

O texto a seguir apresenta outra maneira de determinar o instante e a posição do encontro das partículas.
Considere duas partículas, **A** e **B**, movendo-se numa mesma trajetória, com velocidades escalares constantes v_A e v_B, medidas em relação ao solo. Seja **d** a "distância" que as separa no instante $t_0 = 0$. A determinação do **instante de encontro** (t_e) entre elas pode ser feita de um modo bem mais simples, adotando-se como referencial **uma das partículas**. Com isso, a velocidade dessa partícula torna-se igual a zero (ela "para") e a velocidade da outra terá módulo igual à diferença entre os módulos de v_A e v_B, quando elas se moverem no mesmo sentido, e módulo igual à soma dos módulos de v_A e v_B, quando se moverem em sentidos opostos. Veja os seguintes esquemas:

- **A** e **B** movem-se no mesmo sentido

Paulo C. Ribeiro



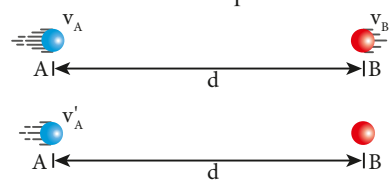
(Referencial em **B**)

Lembrando que $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, calculamos t_e fazendo:

$|v'_A| = \dfrac{d}{t_e}$, em que $|v'_A| = |v_A| - |v_B|$

- **A** e **B** movem-se em sentidos opostos

Paulo C. Ribeiro



(Referencial em **B**)

Como $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, calculamos t_e fazendo

$|v'_A| = \dfrac{d}{t_e}$, em que $|v'_A| = |v_A| + |v_B|$.

A questão **13** se enquadra no 2º caso.
Assim, adotando um referencial na partícula **B**, temos:

$$|v'_A| = |v_A| + |v_B| = 4 + 2 \Rightarrow |v'_A| = 6 \text{ m/s}$$

Como $s_{0_A} = 0$ e $s_{0_B} = 120$ m, temos, em $t_0 = 0$, $d = 120$ m.
Assim:

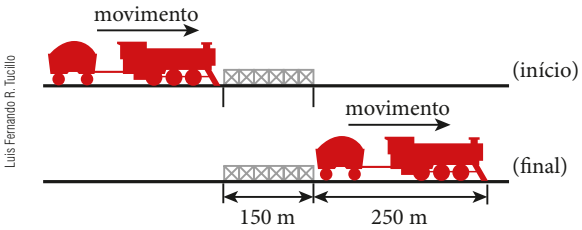
$$|v'_A| = \frac{d}{t_e} \Rightarrow 6 = \frac{120}{t_e} \Rightarrow t_e = 20 \text{ s}$$

Substituindo t_e em qualquer das duas funções horárias do espaço, achamos a posição do encontro na reta orientada.

14 Calcule o tempo que um trem de 250 m de comprimento, viajando a 72 km/h, demora para atravessar completamente uma ponte de 150 metros de extensão.

RESOLUÇÃO

Os desenhos representam o trem no início e no final da travessia:



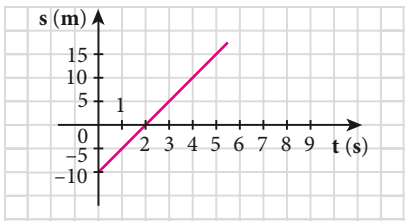
Luis Fernando R. Tucillo

Então, durante a travessia, o trem percorre 400 m com velocidade escalar igual a 72 km/h, que equivale a 20 m/s.

Assim: $\Delta s = v\,t \Rightarrow 400 = 20t \Rightarrow t = 20\ s$

Resposta: 20 s.

15 O movimento uniforme de um beija-flor tem sua função horária representada no diagrama:



Determine para esse movimento:

a) a forma da trajetória descrita pelo beija-flor;

b) o espaço inicial e a velocidade escalar;

c) a função horária dos espaços.

RESOLUÇÃO

a) A forma da trajetória descrita pelo beija-flor está **indeterminada**, já que o gráfico do espaço em função do tempo nada informa a esse respeito.

b) O espaço inicial é lido diretamente no gráfico, no instante $t_0 = 0$ s. Assim: $s_0 = -10\ m$

Para o cálculo da velocidade escalar (constante), devemos ler, no gráfico, os valores do espaço em dois instantes quaisquer. Por exemplo:

• Em $t_1 = 2\ s \Rightarrow s_1 = 0$; • Em $t_2 = 4\ s \Rightarrow s_2 = 10\ m$.

Assim: $v = \dfrac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{10 - 0}{4 - 2} \Rightarrow v = 5\ m/s$

c) A função horária dos espaços num movimento uniforme é do tipo: $s = s_0 + v\,t$.

Assim, temos: $s = -10 + 5t$ (SI)

Respostas: a) Indeterminada; b) −10 m e 5 m/s; c) $s = -10 + 5t$ (SI).

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

16. Na procura de cardumes, um pescador usa o **sonar** de seu barco, que emite um sinal de ultrassom. Esse sinal propaga-se pela água, incide em um cardume, onde sofre reflexão, retornando ao barco 0,30 s após a emissão. A que profundidade está o cardume, sabendo que a velocidade do ultrassom na água é igual a 1 480 m/s?

17. A figura a seguir mostra dois móveis pontuais **A** e **B** em movimento uniforme, com velocidades escalares de módulos respectivamente iguais a 11 m/s e 4 m/s. A situação representada na figura corresponde ao instante $t_0 = 0$ s.

Paulo C. Ribeiro

Determine:

a) as funções horárias do espaço para os movimentos de **A** e de **B**;

b) o instante em que **A** e **B** se encontram;

c) os espaços de **A** e de **B** no instante do encontro.

18. Às oito horas da manhã, uma motocicleta está passando pelo km 10 de uma rodovia, a 120 km/h, e um automóvel está passando pelo km 60 da mesma rodovia a 80 km/h. Sabendo que os dois veículos viajam no mesmo sentido e supondo que suas velocidades escalares sejam constantes, determine o horário em que a motocicleta irá alcançar o automóvel.

19. Um trem de 200 m de comprimento move-se com velocidade escalar constante de 72 km/h. Calcule o tempo decorrido para esse trem passar completamente:

a) por uma pessoa parada à beira da ferrovia;

b) por um túnel de 100 m de extensão.

20. As informações seguintes são resultados de testes feitos com um determinado automóvel:

Consumo (em velocidades constantes)

Velocidade (km/h)	40	60	80	100	120	40
Consumo (km/L)	14,44	13,12	10,84	8,63	7,33	12,83
Marcha usada	5ª	5ª	5ª	5ª	5ª	4ª

Distância necessária para freagem

Velocidade (km/h)	40	60	80	100	120
Distância (m)	8,40	18,70	32,30	50,15	70,60

Suponha que esse automóvel percorra 90 km, com velocidade escalar constante, nas mesmas condições dos testes.

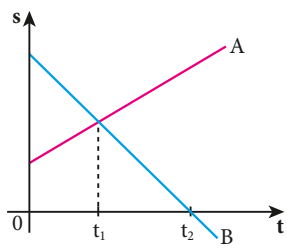
a) Quanto tempo gasta a 120 km/h?
b) Quanto tempo gasta a 100 km/h?
c) Qual é o volume de combustível consumido nos itens ***a*** e ***b***?
d) Se o carro tivesse de frear repentinamente, quais seriam as distâncias necessárias correspondentes aos itens ***a*** e ***b***?

NOTA

As distâncias necessárias para a freagem parecem grandes demais porque os testes são feitos considerando o motorista em pânico: ele pisa no freio e na embreagem ao mesmo tempo.

21. O movimento de um carro que viaja a 100 km/h ao longo de uma estrada retilínea é observado por meio de um radar. Na tela do aparelho, o carro é caracterizado por um ponto que se desloca 36 cm enquanto o carro percorre 5,0 km. Qual é a velocidade do ponto na tela do radar?

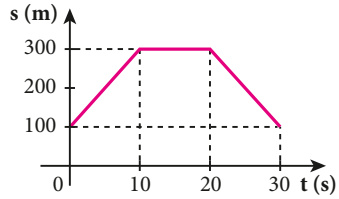
22. Consideremos os gráficos do espaço (**s**) em função do tempo (**t**) para dois corpos **A** e **B** que se movem na mesma trajetória orientada:



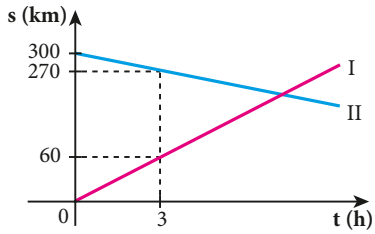
a) Em que sentido se movem **A** e **B** em relação à orientação da trajetória?
b) O que acontece no instante $\mathbf{t_1}$?
c) Qual é a posição de **B** no instante $\mathbf{t_2}$?

23. É dado o gráfico s × t para o movimento de um ciclista como mostrado a seguir.

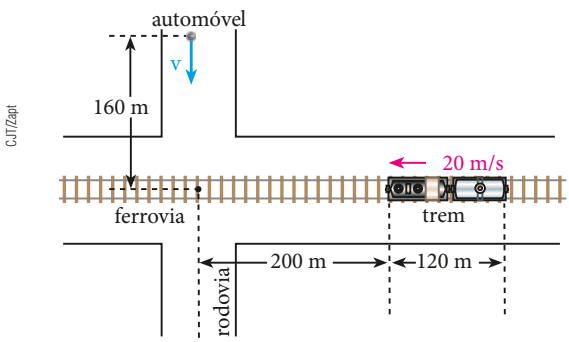
Represente graficamente a velocidade escalar do ciclista no intervalo de 0 a 30 s.



24. Dois tratores, **I** e **II**, percorrem a mesma rodovia e suas posições variam com o tempo, conforme o gráfico a seguir. Determine o instante do encontro desses veículos.



25. O motorista de um automóvel, moço muito distraído, dirige seu veículo com velocidade constante **v** pela rodovia representada na figura a seguir.



Um trem de 120 m de comprimento, com velocidade constante de 20 m/s, move-se pela ferrovia, que cruza com a rodovia sem nenhuma sinalização. Em determinado instante, o automóvel e o trem estão nas posições indicadas. Para que valores da velocidade **v** do automóvel não haverá acidente? Considere o automóvel um ponto material.

DESCUBRA **MAIS**

1. Em quanto é estimada a idade da Terra? E a idade do Universo?
2. Como podem ser efetuados esses cálculos?

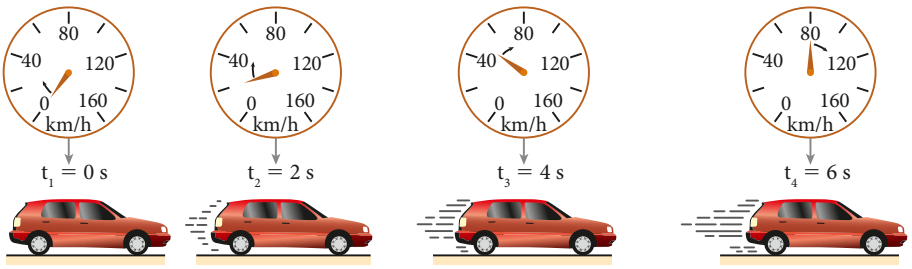
CAPÍTULO 2

MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

1. MOVIMENTO ACELERADO, MOVIMENTO RETARDADO E MOVIMENTO UNIFORME

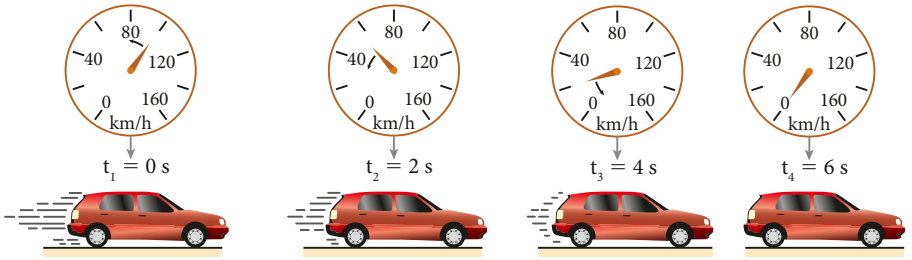
O movimento de uma partícula é dito variado quando sua velocidade escalar instantânea varia no decorrer do tempo. Se, em certo intervalo de tempo, a partícula mover-se cada vez mais rapidamente, isto é, se o módulo de sua velocidade escalar instantânea for sempre crescente, seu movimento variado será do tipo **acelerado**. O movimento de um automóvel, cujo velocímetro fornece as indicações ilustradas a seguir, é acelerado.

Ilustrações: CJT/Zapt



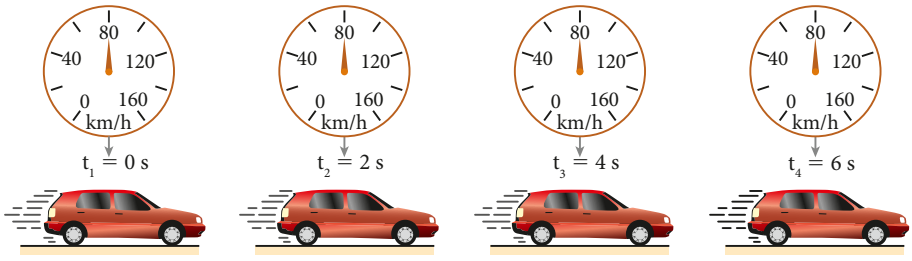
Um movimento é **acelerado** quando o módulo da velocidade escalar instantânea é sempre crescente com o passar do tempo.

Já se uma partícula se mover cada vez mais lentamente durante certo intervalo de tempo, isto é, se o módulo de sua velocidade escalar instantânea for sempre decrescente, seu movimento variado será do tipo **retardado**. É o caso do movimento de um automóvel cujo velocímetro fornece as indicações a seguir.



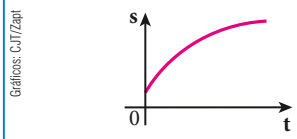
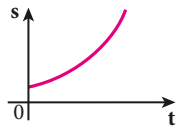
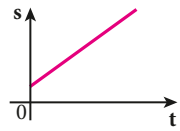
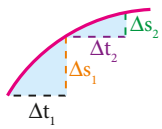
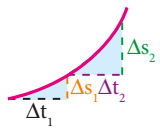
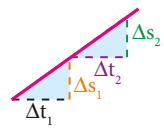
Um movimento será **retardado** quando o módulo da velocidade escalar instantânea for sempre decrescente com o passar do tempo.

Como já sabemos, se a indicação do velocímetro for sempre a mesma e diferente de zero durante certo intervalo de tempo, o movimento não será variado, mas sim **uniforme**, como exemplificado a seguir.



Um movimento será **uniforme** quando a velocidade escalar instantânea for constante e diferente de zero com o passar do tempo.

Em cada um dos gráficos a seguir (**A**, **B** e **C**), do espaço **s** em função do tempo **t**, vamos verificar se o movimento correspondente é acelerado, retardado ou uniforme.

Gráfico A	Gráfico B	Gráfico C
 Gráficos: CJT/Zapt		
O movimento é **retardado**, porque, em iguais intervalos de tempo Δt, os deslocamentos Δs são cada vez menores: o módulo da velocidade escalar **diminui** com o passar do tempo.	O movimento é **acelerado**, porque, em iguais intervalos de tempo Δt, os deslocamentos Δs são cada vez maiores: o módulo da velocidade escalar aumenta com o passar do tempo.	O movimento é **uniforme**, porque, em iguais intervalos de tempo Δt, os deslocamentos Δs também são iguais (e não nulos): a velocidade escalar é constante e diferente de zero.
		
Para $\Delta t_1 = \Delta t_2$, temos $\Delta s_2 < \Delta s_1$.	Para $\Delta t_1 = \Delta t_2$, temos $\Delta s_2 > \Delta s_1$.	Para $\Delta t_1 = \Delta t_2$, temos $\Delta s_2 = \Delta s_1$.

2. ACELERAÇÃO ESCALAR

Para comparar o desempenho de automóveis, são realizados testes em pistas de prova.

Suponha que dois automóveis, **A** e **B**, tenham sido testados em uma mesma pista.

Dirigindo o veículo **A**, o piloto de provas conseguiu uma variação de velocidade escalar de 0 km/h a 100 km/h, em aproximadamente 40 s.

Dividindo essa variação (100 km/h) pelo intervalo de tempo (40 s) em que ela ocorreu, obtemos:

$$\frac{100\ \text{km/h}}{40\ \text{s}} = \frac{2{,}5\ \text{km/h}}{\text{s}}$$

Uma interpretação imediata desse resultado poderia ser: em cada segundo da duração do teste, a velocidade escalar do veículo **A** sempre variou 2,5 km/h. Isso, entretanto, é pouco provável.

É muito mais provável que em alguns segundos a variação da velocidade escalar tenha sido maior e, em outros, menor que 2,5 km/h.

Assim, o resultado $\frac{2{,}5\ \text{km/h}}{\text{s}}$ significa que, **em média**, a velocidade escalar de **A** variou 2,5 km/h em cada segundo. Esse resultado é a **aceleração escalar média** do automóvel **A**.

Ao testar o veículo **B**, o piloto conseguiu uma variação de velocidade escalar, de 0 km/h a 100 km/h, em cerca de 10 s.

Observe que a variação da velocidade foi igual à do teste anterior (100 km/h), mas aconteceu em um intervalo de tempo menor (10 s).

Dividindo a citada variação pelo intervalo de tempo, obtemos:

$$\frac{100\ \text{km/h}}{10\ \text{s}} = \frac{10\ \text{km/h}}{\text{s}}$$

Esse resultado, que é a aceleração escalar média do automóvel **B** no teste realizado, significa que a velocidade escalar desse veículo variou, em média, 10 km/h em cada segundo.

Portanto, a velocidade escalar de **B** variou mais rapidamente que a de **A**, e por isso o desempenho de **B**, nesse aspecto, é melhor que o de **A**.

Formalizando a definição da aceleração escalar média, que vamos simbolizar por $\boldsymbol{\alpha}_m$ (lê-se "alfa m"), temos:

Aceleração escalar média entre dois instantes é a variação de velocidade escalar instantânea ocorrida, em média, por unidade de tempo:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}}$$

Quando a taxa de variação da velocidade escalar com o tempo, em vez de ser determinada em um intervalo de tempo, é determinada em um **instante**, obtemos a aceleração escalar instantânea, que vamos simbolizar por $\boldsymbol{\alpha}$.

É importante salientar que o conceito de aceleração escalar diz respeito não apenas aos casos em que o corpo "ganha" velocidade, mas também aos casos em que ele "perde" velocidade. Então, para a aceleração escalar de um corpo ser diferente de zero, basta que sua velocidade escalar esteja **variando**.

Para exemplificar o cálculo da aceleração escalar média em um caso em que um corpo "perde" velocidade, suponha que um automóvel, com velocidade escalar igual a 108 km/h, passe a frear, parando após 6 s. Temos, então:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_m = \frac{0\ \text{km/h} - 108\ \text{km/h}}{6\ \text{s}}$$

$$\text{Logo: } \alpha_m = -\frac{18\ \text{km/h}}{\text{s}}$$

Esse resultado significa que a velocidade escalar do veículo diminuiu, em média, 18 km/h a cada segundo.

Se a velocidade escalar for constante, a aceleração escalar será igual a zero, independentemente do valor da velocidade. A luz, por exemplo, propaga-se no vácuo com uma velocidade que é, segundo a Física atual, a maior possível: cerca de 300 000 km/s. Entretanto, essa velocidade é constante (movimento uniforme) e, por isso, a aceleração escalar da luz é nula durante a citada propagação.

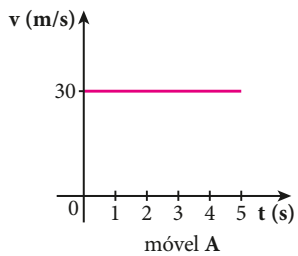
Com relação às **unidades de medida de aceleração**, note que elas são sempre quocientes de uma unidade de velocidade por uma de tempo. No SI, temos:

$$\text{unid}(\alpha) = \frac{\text{unid}(v)}{\text{unid}(t)} = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{\text{s}}{1}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

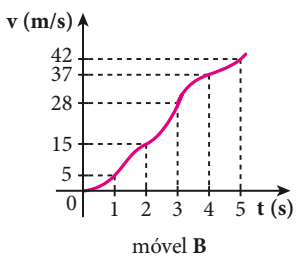
Concluímos, então, que a unidade de aceleração no SI é o **metro por segundo ao quadrado** (**m/s²**).

3. MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

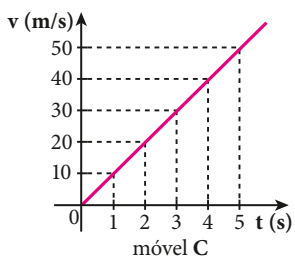
Consideremos três móveis, **A**, **B** e **C**, cujas velocidades escalares instantâneas estão representadas em função do tempo nos gráficos a seguir:



móvel **A**



móvel **B**



móvel **C**

Analisando o gráfico correspondente ao móvel **A**, percebemos que sua velocidade escalar é constante e igual a 30 m/s. Então, o movimento de **A** é uniforme e, por isso, sua aceleração escalar é constantemente nula.

Analisando o gráfico correspondente ao móvel **B**, notamos que sua velocidade escalar varia com o tempo. Então, o movimento de **B** é variado e, consequentemente, sua aceleração escalar não é nula.

Com relação ao movimento de **C**, observamos que sua velocidade escalar também varia com o tempo, tratando-se, portanto, de mais um movimento variado.

Então, tanto o movimento de **B** como o de **C** são variados. Existe, porém, uma diferença marcante entre os dois: a velocidade escalar de **C** sofre variações iguais em iguais intervalos de tempo, o que não ocorre com a velocidade escalar de **B**.

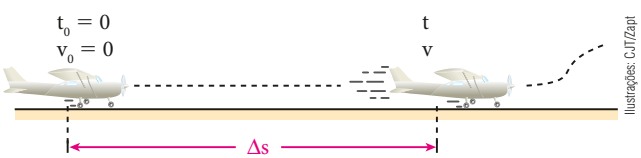
De fato, de acordo com os gráficos, temos que a velocidade escalar de **B** varia 5 m/s no primeiro segundo, 10 m/s no segundo, 13 m/s no terceiro, 9 m/s no quarto e 5 m/s no último segundo; isso significa que a aceleração escalar de **B** é variável. Já a velocidade escalar de **C** varia sempre 10 m/s em cada segundo, o que significa que sua aceleração escalar é constante e igual a 10 m/s². Por isso, o movimento variado de **C** é denominado **movimento uniformemente variado**.

Movimento uniformemente variado (MUV) é aquele em que a aceleração escalar é constante e diferente de zero. Consequentemente, a velocidade escalar sofre variações iguais em intervalos de tempo iguais.

No estudo desse movimento, obteremos meios de estabelecer relações entre tempo, espaço, deslocamento escalar, velocidade escalar e aceleração escalar.

Com isso seremos capazes de resolver problemas como os exemplificados a seguir.

Exemplo 1:



Ilustrações: CJT/Zapt

No processo de decolagem, um avião pode realizar, com boa aproximação, um movimento uniformemente variado (**acelerado**). Conhecendo-se a velocidade **v**

que o avião precisa atingir para decolar e sua aceleração escalar, seremos capazes de calcular o comprimento necessário de pista (**Δs**) e o intervalo de tempo de duração da decolagem (**t**).

Exemplo 2:

Ilustrações: CJT/Zapt

Durante a freagem, um automóvel pode realizar um movimento uniformemente variado (**retardado**). Conhecendo-se sua velocidade inicial $\mathbf{v_0}$ e sua aceleração de retardamento, seremos capazes de calcular o comprimento necessário de percurso (**Δs**) e o intervalo de tempo de duração da freagem (**t**).

Thales Trigo

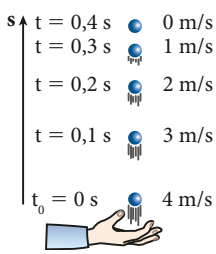
Fotografia estroboscópica de carrinho em movimento uniformemente variado.

Exemplo mais comum de movimento uniformemente variado:

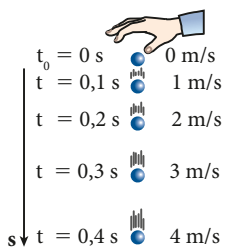
Quando um corpo bastante denso se move no ar, com velocidades baixas, a resistência do ar ao movimento é desprezível. É o que acontece, por exemplo, com uma esfera de aço de 2 cm de diâmetro movendo-se em relação ao ar a 4 m/s.

Como será justificado em Dinâmica, o movimento de um corpo, abandonado ou lançado verticalmente nas proximidades da superfície da Terra, é uniformemente variado desde que a resistência do ar possa ser desprezada. Além disso, veremos que a aceleração do corpo, chamada **aceleração da gravidade**, tem módulo **g** igual a 9,8 m/s², independentemente da massa do corpo.

Para simplificar os cálculos, arredondamos esse valor para 10 m/s²; isso quer dizer que o módulo da velocidade do corpo varia 10 m/s em cada segundo. Isso também significa, por exemplo, que o módulo da velocidade do corpo varia 1 m/s em cada décimo de segundo (0,1 s):



Uma esfera de aço lançada verticalmente para cima realiza, durante a subida, um MUV retardado: o módulo de sua velocidade diminui 1 m/s em cada décimo de segundo.



Uma esfera de aço solta de determinada altura realiza, ao descer, um MUV acelerado: o módulo de sua velocidade aumenta 1 m/s em cada décimo de segundo.

Representação gráfica da aceleração escalar em função do tempo

Sendo uma constante diferente de zero, a aceleração escalar é representada graficamente de uma das duas maneiras seguintes:

Aceleração escalar positiva.

Aceleração escalar negativa.

Observe que a aceleração escalar média de uma partícula em movimento uniformemente variado, calculada em qualquer intervalo de tempo, coincide com a aceleração escalar instantânea em qualquer instante, por esta ser igual durante todo o movimento.

Assim, num MUV, temos:

$$\alpha_m = \alpha \quad \text{(constante e diferente de zero)}$$

Função horária da velocidade escalar instantânea

Vamos imaginar uma partícula em movimento uniformemente variado, numa trajetória orientada. Chamemos de $\mathbf{v_0}$ sua velocidade escalar no instante $\mathbf{t_0 = 0}$ (origem dos tempos) e de **v** sua velocidade escalar num instante **t** qualquer.

Paulo C. Ribeiro

Podemos escrever: $\alpha = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \dfrac{v - v_0}{t - t_0}$

$$\alpha = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v - v_0 = \alpha t \Rightarrow \boxed{v = v_0 + \alpha t}$$

Essa expressão fornece a velocidade escalar **v** num instante **t** qualquer do movimento. Ela é, por isso, denominada **função horária da velocidade escalar instantânea**.

Observe que a função obtida é do **primeiro grau** em **t**.

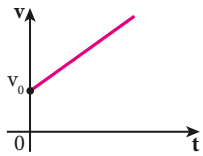
Representação gráfica da velocidade escalar em função do tempo

Como vimos, a função horária da velocidade escalar no movimento uniformemente variado é do primeiro grau em **t**: $v = v_0 + \alpha t$

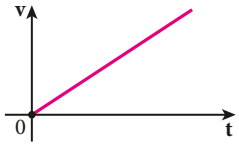
Consequentemente, sua representação gráfica é um segmento de reta inclinado em relação aos eixos.

Se a aceleração escalar α for positiva, a função será crescente e sua representação gráfica poderá assumir os seguintes aspectos:

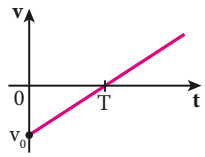
Gráfico v × t — quando a aceleração escalar é positiva

① 

Velocidade inicial positiva.

② 

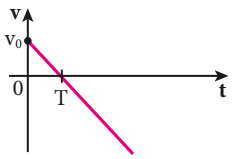
Velocidade inicial nula.

③ 

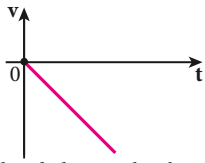
Velocidade inicial negativa.

Entretanto, se a aceleração escalar for negativa, poderemos ter:

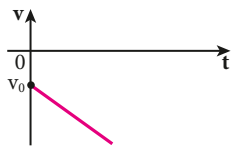
Gráfico v × t — quando a aceleração escalar é negativa

④ 

Velocidade inicial positiva.

⑤ 

Velocidade inicial nula.

⑥ 

Velocidade inicial negativa.

Ilustrações: Luis Fernando R. Tucillo

Vamos recordar: um movimento é acelerado quando $|v|$ cresce com **t**, e retardado quando $|v|$ decresce com **t**.
Analisando os gráficos anteriores, concluímos que o movimento é acelerado:

- no caso dos gráficos **1** e **2** e, após o instante **T**, também no caso do gráfico **3**. Note que, nessas três situações, temos: $v > 0$ e $\alpha > 0$ (mesmo sinal);
- no caso do gráfico **4**, após o instante **T**, e no caso dos gráficos **5** e **6**. Observe que, nessas três situações, temos: $v < 0$ e $\alpha < 0$ (mesmo sinal).

Por outro lado, o movimento é retardado:

- no caso do gráfico **3**, antes do instante **T**. Nessa situação, temos $v < 0$ e $\alpha > 0$ (sinais contrários);
- no caso do gráfico **4**, antes do instante **T**. Agora, temos: $v > 0$ e $\alpha < 0$ (sinais contrários).

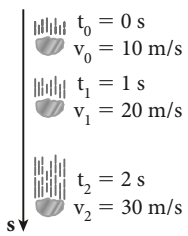
Podemos, então, concluir que:

Em um movimento **acelerado**, a velocidade escalar e a aceleração escalar têm o **mesmo sinal**, isto é, são ambas positivas ou ambas negativas.
Em um movimento **retardado** a velocidade escalar e a aceleração escalar têm **sinais contrários**.

Vamos, agora, relacionar cada um dos gráficos de **1** a **6** com movimentos verticais — de uma pedra, por exemplo — nas proximidades da superfície da Terra (da superfície até alturas desprezíveis em comparação com o raio do nosso planeta), desprezando influências do ar (movimentos verticais livres). Nesses movimentos, a aceleração escalar é constante e tem módulo aproximadamente igual a $10\ m/s^2$.

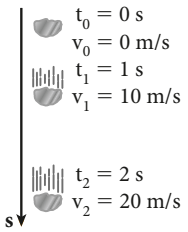
Os gráficos **1**, **2** e **3** correspondem aos movimentos da pedra analisados em relação à trajetória (vertical) orientada **para baixo**:

Gráfico 1



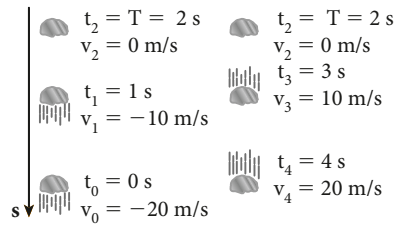
No instante $t_0 = 0$ s, a pedra foi lançada verticalmente para baixo. Seu movimento é acelerado: $v > 0$ e $\alpha > 0$.

Gráfico 2



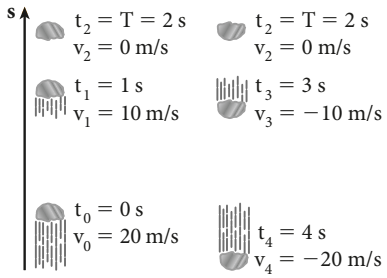
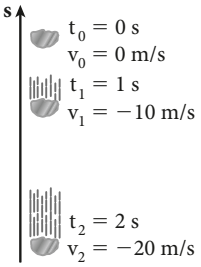
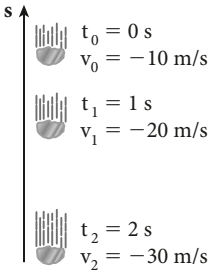
No instante $t_0 = 0$ s, a pedra foi abandonada ($v_0 = 0$ m/s). Durante a queda, seu movimento é acelerado: $v > 0$ e $\alpha > 0$.

Gráfico 3



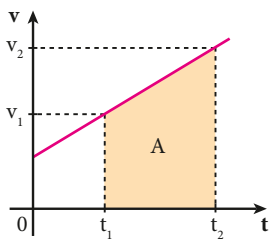
No instante $t_0 = 0$ s, a pedra foi lançada verticalmente para cima e parou no instante $t_2 = T = 2$ s. Durante a subida, seu movimento foi retardado: $v < 0$ e $\alpha > 0$. A partir do instante t_2, a pedra desceu em movimento acelerado: $v > 0$ e $\alpha > 0$.

Os gráficos **4**, **5** e **6** correspondem aos movimentos da pedra analisados em relação à trajetória (vertical) orientada **para cima**:

Gráfico 4	Gráfico 5	Gráfico 6
 Gráficos: Luis Fernando R. Tucillo		
No instante $t_0 = 0$ s, a pedra foi lançada verticalmente para cima e parou no instante $t_2 = T = 2$ s. Durante a subida, seu movimento foi retardado: $v > 0$ e $\alpha < 0$. A partir do instante t_2, a pedra desceu em movimento acelerado: $v < 0$ e $\alpha < 0$.	No instante $t_0 = 0$ s, a pedra foi abandonada ($v_0 = 0$ m/s). Durante a queda, seu movimento é acelerado: $v < 0$ e $\alpha < 0$.	No instante $t_0 = 0$ s, a pedra foi lançada verticalmente para baixo. Seu movimento é acelerado: $v < 0$ e $\alpha < 0$.

Propriedade do gráfico da velocidade escalar em função do tempo

No gráfico da velocidade escalar (**v**) em função do tempo (**t**), a "área" **A** compreendida entre o gráfico e o eixo dos tempos, do instante t_1 até o instante t_2, expressa a variação de espaço Δs entre esses instantes:



$$A = \Delta s = s_2 - s_1$$

Apesar de essa propriedade ter sido demonstrada no Capítulo **1** para o caso particular do movimento uniforme, frisamos que ela **é válida para qualquer movimento**.

Velocidade escalar média no MUV

O movimento uniformemente variado tem uma propriedade bastante útil: a velocidade escalar média entre dois instantes, t_1 e t_2, é a média aritmética entre as velocidades escalares v_1 e v_2 nesses instantes.

Para provar essa propriedade, vamos usar o gráfico anterior, lembrando que a área **A** de um trapézio é dada por:

$$A = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor})}{2} \cdot \text{altura}$$

$$\text{Então: } \Delta s = A = \frac{(v_2 + v_1)}{2} \cdot (t_2 - t_1)$$

$$\text{Como } v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \text{ temos: } v_m = \frac{\frac{(v_2 + v_1)}{2} \cdot (t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

QUESTÕES COMENTADAS

1 Um automóvel está a 30 m/s quando seus freios são acionados, garantindo-lhe uma aceleração de retardamento de módulo 5 m/s², suposta constante. Determine quanto tempo decorre até o automóvel parar.

RESOLUÇÃO

Vamos representar o automóvel numa trajetória supostamente orientada, como na figura:

C.I.T./Zapt

Durante todo o movimento, a velocidade escalar do automóvel é positiva, uma vez que ele se move no sentido da trajetória. Como o movimento é retardado, a aceleração escalar deve ter sinal oposto ao da velocidade escalar.

Assim, a aceleração escalar é negativa e vale:

$\alpha = -5$ m/s²

Como $v = v_0 + \alpha t$, temos:

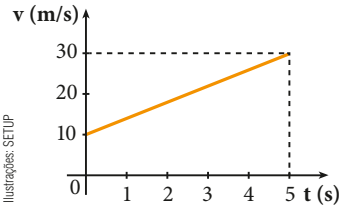
$v = 30 - 5t$

Fazendo $v = 0$, calculamos **t**:

$0 = 30 - 5t \Rightarrow t = 6$ s

Resposta: 6 s

2 A velocidade escalar de um móvel variou com o tempo conforme o gráfico a seguir:



Ilustrações: SETUP

Calcule:
a) a distância percorrida pelo móvel no intervalo de tempo de 0 s a 5 s;
b) a velocidade escalar média do móvel no mesmo intervalo de tempo.

RESOLUÇÃO

a) Como a velocidade escalar instantânea foi positiva durante todo o intervalo de tempo considerado, a distância percorrida (**d**) é igual à variação de espaço (**Δs**), que é dada pela "área" entre o gráfico e o eixo dos tempos. Assim:

$$d = \text{"área"} = \frac{(30 + 10)}{2} \cdot 5 \Rightarrow \boxed{d = 100\ m}$$

b) Aplicando a fórmula da velocidade escalar média, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100}{5} \Rightarrow \boxed{v_m = 20\ m/s}$$

Note que $\mathbf{v_m}$ é a média aritmética entre as velocidades nos instantes 0 s e 5 s: $v_m = \frac{10 + 30}{2} \Rightarrow \boxed{v_m = 20\ m/s}$

Respostas: a) 100 m; b) 20 m/s.

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

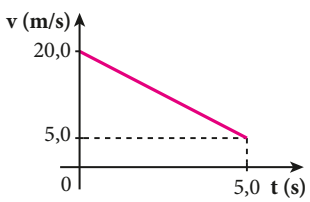
3. É dada a seguinte função horária da velocidade escalar de uma partícula em movimento uniformemente variado:

$$v = 15 + 20t\ (SI)$$

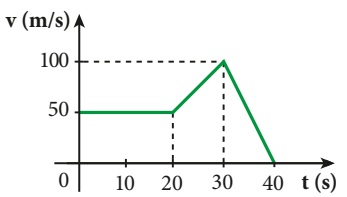
Determine:
a) a velocidade escalar inicial e a aceleração escalar da partícula;
b) a velocidade escalar no instante 4 s;
c) o instante em que a velocidade escalar vale 215 m/s.

4. No instante $t_0 = 0$ s, um automóvel a 20 m/s passa a frear com aceleração escalar constante igual a $-2\ m/s^2$. Determine:
a) a função horária de sua velocidade escalar;
b) o instante em que sua velocidade escalar se anula.

5. A velocidade escalar de um móvel variou com o tempo conforme o gráfico ao lado. Calcule a velocidade escalar desse móvel no instante t = 3,5 s.

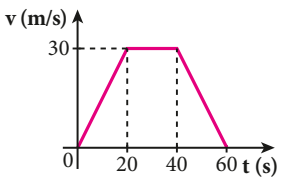


6. Trace em seu caderno o gráfico da aceleração escalar em função do tempo, correspondente ao gráfico v × t dado ao lado.

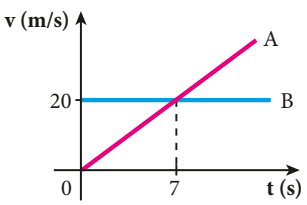


7. Um motociclista entra em um túnel a 10 m/s. A partir desse instante, acelera uniformemente a $2\ m/s^2$, chegando ao fim do túnel com velocidade de 26 m/s.
a) Trace em seu caderno o gráfico da velocidade escalar do motociclista em função do tempo desde o instante $t_0 = 0$ s (entrada no túnel) até o instante de saída (**t'**).
b) Calcule o comprimento do túnel.

8. A velocidade escalar de um corpo variou de acordo com o gráfico ao lado. Dessa maneira, ele percorreu uma determinada distância **d**. Que velocidade escalar constante esse corpo deveria manter no mesmo intervalo de tempo de 60 s para percorrer a mesma distância **d**?



9. Um automóvel **A** encontra-se em repouso diante de um semáforo fechado. Assim que o semáforo abre, **A** está entrando em movimento e outro automóvel **B** está passando por ele. O gráfico ao lado mostra as velocidades escalares de **A** e **B** em função do tempo.



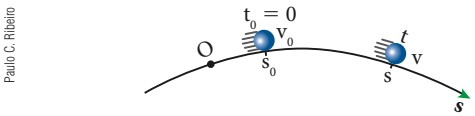
a) Em que instante **t** os automóveis voltam a se encontrar?
b) Qual foi a máxima distância entre eles no intervalo de tempo de 0 s a **t**?

10. Uma locomotiva parte de uma estação **A** e para em uma estação **B**, distante 1200 m de **A**. O máximo módulo da aceleração que ela consegue manter é de $3\ m/s^2$, tanto na fase de aceleração como na de retardamento. Sabendo que é proibido trafegar nessa região com velocidade superior a 30 m/s, calcule o mínimo intervalo de tempo possível para ir de **A** a **B**, sem problemas com a fiscalização.
Sugestão: Resolva essa questão utilizando o gráfico da velocidade escalar em função do tempo.

11. Releia a questão anterior. Agora, resolva-a supondo que não haja limitação para a velocidade.

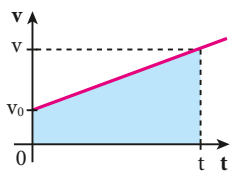
Função horária do espaço

Considere uma partícula em movimento uniformemente variado numa trajetória orientada:



No instante $t_0 = 0$ (origem dos tempos), o espaço é $\mathbf{s_0}$ e a velocidade escalar é $\mathbf{v_0}$. No instante **t**, o espaço é **s** e a velocidade escalar é **v**.

Queremos a expressão de **s** em função de **t**. Para isso, traçamos o gráfico v × t:



Como já vimos, a "área" destacada na figura expressa a variação de espaço Δs de 0 a **t**:

$$\Delta s = \frac{(v_0 + v)}{2} \cdot t$$

Lembrando que $v = v_0 + \alpha t$, temos:

$$\Delta s = \frac{(v_0 + v_0 + \alpha t)}{2} \cdot t = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Como $\Delta s = s - s_0$, obtemos: $s - s_0 = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$

Assim, chegamos à **função horária dos espaços** em um MUV:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Note que essa função é do **segundo grau** em **t**.

Em muitas situações, é mais conveniente escrever da seguinte forma a função obtida:

$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$ **Δs** é o deslocamento escalar ocorrido desde o instante $t_0 = 0$ até o instante **t**.

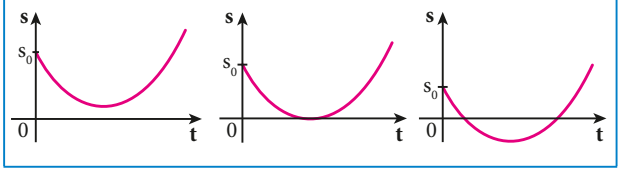
Representação gráfica do espaço em função do tempo

Como vimos, no MUV o espaço varia com o tempo conforme uma função do segundo grau em **t**:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Portanto, a representação gráfica dessa função é um arco de parábola. Além disso, quando a aceleração escalar for positiva, esse arco terá sua concavidade voltada para cima, podendo ter, por exemplo, os seguintes aspectos:

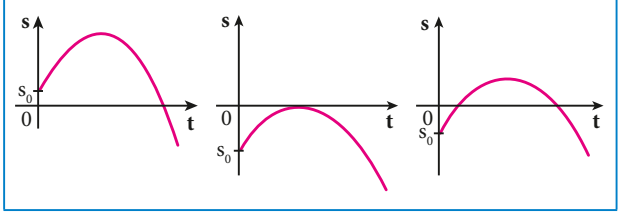
Gráfico s × t — quando a aceleração escalar é positiva



Ilustrações: CJT/Zapt

Já, se a aceleração escalar for negativa, a concavidade do arco de parábola estará voltada para baixo. Exemplos:

Gráfico s × t — quando a aceleração escalar é negativa

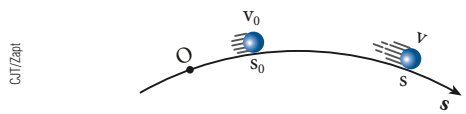


Em todos os gráficos s × t acima, no instante correspondente ao vértice do arco de parábola, a velocidade é nula, ocorrendo então a **inversão** do sentido do movimento.

Equação de Torricelli

Já relacionamos **s** com **t** e **v** com **t**.

Busquemos, agora, uma expressão que forneça a velocidade escalar **v** de uma partícula em movimento uniformemente variado em função de seu espaço **s**. Para isso, considere uma partícula que tem, em $t_0 = 0$, espaço $\mathbf{s_0}$ e velocidade escalar $\mathbf{v_0}$ e que, num instante **t** qualquer, tem velocidade escalar **v** e espaço **s**. Seja α sua aceleração escalar, constante e diferente de zero.



No movimento uniformemente variado:

$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$ (I) $\qquad v = v_0 + \alpha t$ (II)

Isolando **t** numa das equações e substituindo na outra, obtemos **v** em função de **s**.

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha(s - s_0) \text{ ou } v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$$

A expressão obtida agiliza os cálculos em situações que não envolvem a variável **t** (tempo).

QUESTÕES COMENTADAS

12 Uma partícula em movimento uniformemente variado obedece à seguinte função horária dos espaços, com **s** em metros e **t** em segundos: $s = 12 - 8t + t^2$

a) Represente graficamente o espaço em função do tempo no intervalo de 0 s a 8 s.

b) Marque as posições da partícula numa trajetória suposta retilínea, nos instantes 0 s, 1 s, 2 s, 3 s, 4 s, 5 s, 6 s, 7 s e 8 s.

c) Determine a função horária da velocidade e construa o gráfico $v \times t$, de 0 s a 8 s.

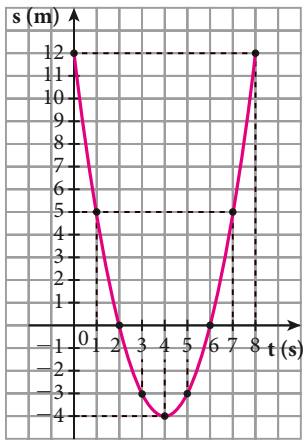
RESOLUÇÃO

a) Calculamos os espaços nos seguintes instantes:

$t = 0\ s \Rightarrow s = 12 - 8(0) + (0)^2 \Rightarrow s = 12\ m$
$t = 1\ s \Rightarrow s = 12 - 8(1) + (1)^2 \Rightarrow s = 5\ m$
$t = 2\ s \Rightarrow s = 12 - 8(2) + (2)^2 \Rightarrow s = 0\ m$
$t = 3\ s \Rightarrow s = 12 - 8(3) + (3)^2 \Rightarrow s = -3\ m$
$t = 4\ s \Rightarrow s = 12 - 8(4) + (4)^2 \Rightarrow s = -4\ m$
$t = 5\ s \Rightarrow s = 12 - 8(5) + (5)^2 \Rightarrow s = -3\ m$
$t = 6\ s \Rightarrow s = 12 - 8(6) + (6)^2 \Rightarrow s = 0\ m$
$t = 7\ s \Rightarrow s = 12 - 8(7) + (7)^2 \Rightarrow s = 5\ m$
$t = 8\ s \Rightarrow s = 12 - 8(8) + (8)^2 \Rightarrow s = 12\ m$

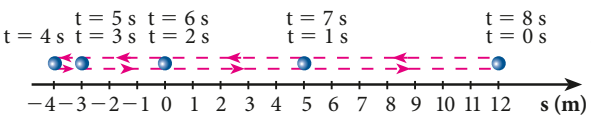
Organizamos os resultados numa tabela e, em seguida, fazemos a representação gráfica:

s (m)	12	5	0	−3	−4	−3	0	5	12
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8



Observe que o gráfico obtido é um arco de parábola com a concavidade voltada para cima, o que sempre acontece quando a aceleração escalar é positiva.

b) Numa trajetória retilínea, as posições da partícula são dadas por:



CJT/Zapt

De t = 0 s a t = 4 s, a partícula moveu-se em sentido oposto ao da trajetória. Em t = 4 s, que é o instante correspondente ao vértice da parábola no gráfico $s \times t$, ocorre a inversão do sentido do movimento. Nesse instante, a velocidade escalar é igual a zero. De t = 4 s a t = 8 s, a partícula moveu-se no mesmo sentido da trajetória.

De t = 0 s a t = 4 s, o movimento foi retardado, pois a partícula percorreu, por segundo, uma distância cada vez menor.

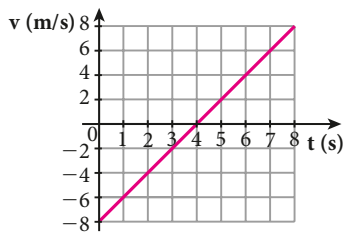
De t = 4 s a t = 8 s, o movimento foi acelerado, pois a distância percorrida, por segundo, foi cada vez maior.

Observe que a partícula passou pela origem dos espaços duas vezes: em t = 2 s e em t = 6 s. Note também que a forma do gráfico $s \times t$ nada tem a ver com a da trajetória.

c) Da função horária do espaço, temos: $v_0 = -8\ m/s$ e $\alpha = 2\ m/s^2$

Então: $v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = -8 + 2t$

v (m/s)	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8



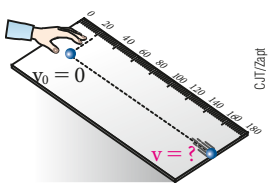
Analise os resultados dos itens *a*, *b* e *c* desta questão para concluir que:

- Quando um movimento uniformemente variado apresenta duas etapas, a de ida e a de volta, ambas são descritas pelas **mesmas equações**, desde que a orientação da trajetória seja a mesma na ida e na volta.
- Os intervalos de tempo de duração do movimento entre dois pontos determinados, na ida e na volta, são **iguais**.
- As velocidades escalares, em uma mesma posição, têm o **mesmo** valor absoluto na ida e na volta.

Respostas: a) Ver gráfico; b) Ver gráfico;
c) $v = -8 + 2t$; ver gráfico.

13 Uma esfera de aço é abandonada numa rampa inclinada na qual está colocada uma fita métrica graduada em centímetros, como representa a figura.

Sabendo que a aceleração escalar da esfera é praticamente constante e igual a 5 m/s^2, calcule sua velocidade escalar **v** no final da rampa.



CJT/Zapt

RESOLUÇÃO

Temos: $s_0 = 20\ cm = 0{,}2\ m$; $s = 180\ cm = 1{,}8\ m$
$v_0 = 0\ m/s$; $\alpha = 5\ m/s^2$

Então: $v^2 = v_0^2 + 2\alpha(s - s_0)$

$v^2 = 0^2 + 2 \cdot 5 \cdot (1{,}8 - 0{,}2) \Rightarrow v = 4\ m/s$

Resposta: 4 m/s

QUESTÕES PROPOSTAS

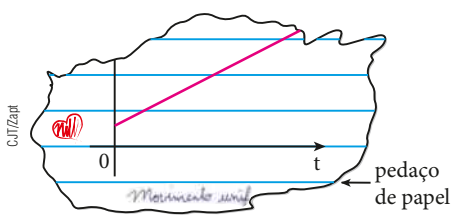
FAÇA NO CADERNO.

14. Os aviões decolam e se mantêm em voo graças a uma força para cima, denominada sustentação, que atua em suas asas. Essa força é consequência da queda de pressão que ocorre na região superior das asas quando o ar escoa por elas, e sua intensidade aumenta quando a velocidade do avião em relação ao ar aumenta. Assim, para decolar, um avião precisa atingir uma velocidade suficientemente alta.
Em um horário em que não ventava, um avião a jato de grande porte precisou atingir a velocidade de 540 km/h para conseguir decolar. Foi cronometrado um tempo de 30 s desde quando o avião começou a se mover até atingir essa velocidade.
Supondo que ele tenha sido acelerado uniformemente, determine, nesses 30 s:
a) sua aceleração escalar, em m/s^2;
b) o comprimento do trecho de pista percorrido, que corresponde ao mínimo comprimento que a pista precisa ter para o sucesso da decolagem.

15. Um automóvel move-se a 108 km/h quando seu motorista pisa severamente no freio, para parar o veículo em 3 s. Calcule a distância percorrida pelo automóvel nesses 3 s.

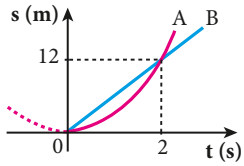
16. Com relação a um movimento uniformemente variado, com as etapas de ida e volta, podemos afirmar que:
a) a trajetória da partícula é um arco de parábola.
b) antes do instante correspondente ao vértice da parábola do gráfico do espaço **s** em função do tempo **t** o movimento é acelerado.
c) a partícula não pode passar por um mesmo ponto duas vezes.
d) no instante correspondente ao vértice da parábola no gráfico s × t, ocorre a inversão do sentido do movimento.
e) no instante da inversão do sentido do movimento, tanto a velocidade como a aceleração escalar são nulas.

17. No lixo de uma sala de aula de segundo ano do Ensino Médio, foi encontrado um pedaço de papel em que estava traçado um gráfico referente a um movimento. Só era possível ler "Movimento unif".



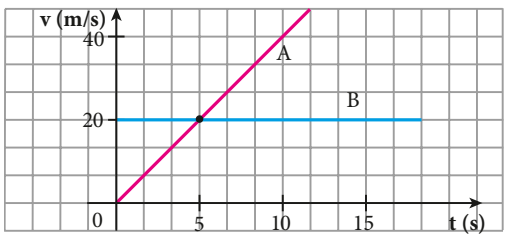
Pode-se afirmar que esse gráfico corresponde a um movimento:
a) certamente uniforme.
b) certamente uniformemente variado.
c) certamente retilíneo.
d) uniforme ou uniformemente variado.
e) acelerado com certeza.

18. São dados a seguir os gráficos referentes aos movimentos de dois veículos **A** e **B**. O gráfico de **A** é um arco de parábola com vértice em t = 0 s.



Calcule a velocidade escalar de **A** em t = 2 s.

19. No instante $t_0 = 0$ s, dois motociclistas **A** e **B** estão em uma mesma posição de uma estrada. Considerando essa posição como origem dos espaços e sabendo que suas velocidades escalares se comportam em relação ao tempo conforme o diagrama abaixo, trace em seu caderno, num mesmo par de eixos, os gráficos do espaço em função do tempo para **A** e **B**, indicando o instante e a posição em que voltam a se encontrar.



20. No tubo de imagem de um televisor, um elétron, liberado com velocidade nula por um filamento quente, é acelerado uniformemente por um campo elétrico, atingindo a velocidade de $6 \cdot 10^6$ m/s após percorrer 1,8 cm. Calcule a aceleração escalar desse elétron.

21. Um automóvel está a 72 km/h quando seus freios são acionados, imprimindo-lhe uma aceleração escalar constante de módulo igual a $5\ m/s^2$. Calcule a distância que ele percorre desde o instante em que inicia a freada até parar e a duração desse percurso.

22. Um automóvel movia-se numa avenida quando seu motorista percebeu que o semáforo do cruzamento logo adiante estava fechado. O motorista freou, mas não conseguiu parar antes do cruzamento, atingindo outro veículo. Com base nos danos causados nos veículos, técnicos da polícia estimaram que o automóvel do motorista infrator estava a 36 km/h no momento da colisão. A 50 m do acidente, foi encontrada uma marca no asfalto, que corresponde ao local em que o motorista pisou desesperadamente no freio. Sabendo que os freios do veículo conseguem produzir uma aceleração escalar praticamente constante, de módulo igual a $8\ m/s^2$, calcule sua velocidade, em km/h, imediatamente antes de o motorista pisar no freio.

CAPÍTULO 3

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

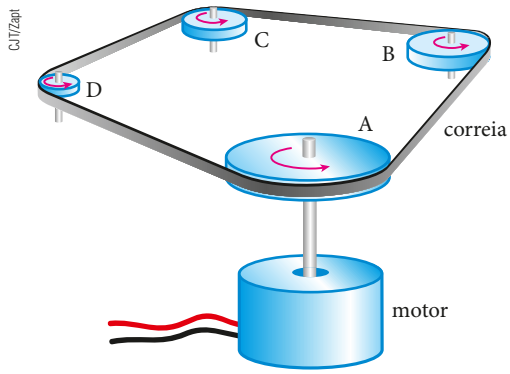
1. INTRODUÇÃO

Estudaremos aqui movimentos circulares, isto é, aqueles em que as trajetórias dos pontos são circunferências. Esses movimentos merecem uma atenção especial por terem grande importância prática, principalmente quando são **uniformes**.

Muitos dos satélites artificiais e, com boa aproximação, até mesmo a Lua realizam movimentos circulares e uniformes em torno da Terra. O mesmo acontece com os pontos da Terra que se deslocam ao redor do seu eixo de rotação.

Partículas eletrizadas, como elétrons, prótons e íons, quando são lançadas perpendicularmente a um campo magnético uniforme e constante e se submetem apenas a esse campo, realizam um movimento circular e uniforme. Isso tem fundamental importância para equipamentos destinados, por exemplo, ao bombardeio de núcleos atômicos (aceleradores de partículas) e para equipamentos que medem massas atômicas (espectrômetros de massa), como se pode ver no estudo de Eletricidade.

Observe a figura:



CJT/Zapt

A figura representa uma polia **A** em movimento de rotação, acionada por um motor. As polias **B**, **C** e **D** estão acopladas à polia **A** por meio de uma correia que não desliza nelas e adquirem rotação no mesmo sentido da rotação de **A**. Conhecendo-se o número de rotações que o eixo do motor realiza por minuto e os raios das polias, podemos determinar o número de rotações por minuto que cada uma delas realiza. Além disso, trocando uma das polias por outra de raio conveniente, podemos obter o número de rotações por minuto que quisermos.

O câmbio de uma bicicleta também funciona dessa maneira. Uma roda dentada gira com o pedal e, por meio de uma corrente, transmite rotação a uma outra roda dentada que gira com a roda traseira, que é a roda motriz.

A vantagem de cada marcha é detalhada na questão comentada **9** do Capítulo **13**, **Estática dos sólidos**.

Observe agora a fotografia a seguir. Nela vemos rodas dentadas acopladas não por uma correia ou por uma corrente, mas por contato direto.

Javier Larrea/AGE FOTOSTOCK/Grupo Keystone

Fotografia de engrenagens por contato direto.

Quando uma das rodas é colocada em movimento de rotação e está acoplada a uma outra, esta também adquire esse tipo de movimento. Nessa situação, porém, as duas rodas em contato realizam rotações em sentidos contrários. O número de rotações por minuto continua relacionado aos raios das rodas. A caixa de câmbio dos automóveis também opera dessa maneira. Engatar uma marcha é acoplar, por contato, uma roda dentada em outra de raio adequado a cada situação, como: colocar o veículo em movimento, mantê-lo em movimento em uma subida íngreme e desenvolver velocidades mais altas em trechos de estrada em que isso é possível.

2. ENFOQUE ANGULAR

O estudo descritivo dos movimentos foi feito, até aqui, por meio das grandezas escalares espaço (**s**), velocidade escalar média (v_m) e instantânea (**v**) e aceleração escalar média (α_m) e instantânea (α). Podemos chamar todas essas grandezas de **lineares**, pois suas definições provêm, direta ou indiretamente, de medidas de comprimento.

Assim, podemos dizer que **s** é o espaço linear, v_m e **v** são as velocidades escalares lineares (média e instantânea, respectivamente), e α_m e α são as acelerações escalares lineares (média e instantânea, respectivamente).

Quando, porém, estudamos movimentos circulares, torna-se útil acrescentar as definições das grandezas escalares **angulares**, isto é, grandezas escalares definidas, direta ou indiretamente, a partir de medidas de ângulos.

É o que vamos fazer a seguir, mas, para tanto, é necessário conhecer duas unidades de medida de ângulos.

Interessa-nos expressar a medida de um ângulo em graus e, principalmente, em radianos.

Um **grau** (°) é o ângulo correspondente a $\frac{1}{360}$ do ângulo de uma volta completa de uma circunferência.

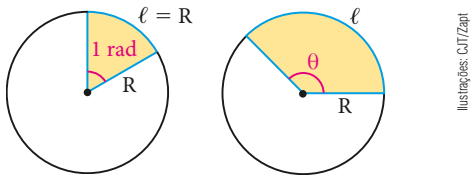
Um **radiano** (**rad**) é a medida do ângulo central que determina na circunferência um arco cujo comprimento (ℓ) é igual ao raio (**R**). Um radiano corresponde a aproximadamente 57°.

Decorre, da definição do radiano, que um ângulo central qualquer θ (lê-se "teta") fica determinado, em radianos, pelo quociente do comprimento do arco que ele "enxerga" (ℓ) pelo raio da circunferência (**R**).

Assim, por exemplo, se o raio **R** da circunferência for igual a 10 cm e o comprimento ℓ do arco for igual a 30 cm, teremos:

$$\theta = \frac{\ell}{R} = \frac{30\ \text{cm}}{10\ \text{cm}} \Rightarrow \theta = 3\ \text{rad}$$

Observe que a unidade radiano não tem nenhuma dimensão (unidade) física, uma vez que corresponde ao quociente de um comprimento por outro comprimento, resultando em um número puro. Poderíamos até escrever $\theta = 3$ em vez de $\theta = 3$ rad. No entanto, esse procedimento não é conveniente, pois é mais importante que fique evidenciado o critério adotado para determinar o ângulo.



Ilustrações: CJT/Zapt

$$\theta = \frac{\ell}{R} \quad (\theta \text{ em rad})$$

Lembrando que o perímetro (comprimento) de uma circunferência de raio **R** é igual a $2\pi R$, vamos converter em radianos o ângulo de uma volta (360°):

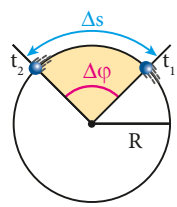
$$\theta = \frac{\ell}{R} = \frac{2\pi R}{R} \Rightarrow \theta = 2\pi\ \text{rad}$$

Portanto: $2\pi\ \text{rad} = 360°$

Disso decorre, por exemplo, que: π rad = 180°; $\frac{\pi}{2}$ rad = 90°; $\frac{\pi}{3}$ rad = 60°; $\frac{\pi}{4}$ rad = 45°; $\frac{\pi}{6}$ rad = 30°.

3. VELOCIDADE ESCALAR ANGULAR

Considere as posições que uma partícula móvel ocupa numa circunferência nos instantes t_1 e t_2.



Entre os instantes t_1 e t_2, a partícula sofre um deslocamento escalar que pode ser dado linearmente por Δs ou angularmente por $\Delta\varphi$.

O quociente desse deslocamento angular ($\Delta\varphi$) pelo intervalo de tempo (Δt) em que ele ocorre é a **velocidade escalar média angular** ω_m (lê-se "ômega **m**") nesse intervalo:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

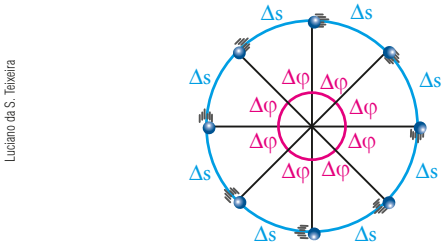
Com relação à **unidade de velocidade angular**, se os ângulos forem medidos em radianos (rad) e o tempo em segundos (s), a velocidade angular será dada em **radianos por segundo** (**rad/s**).

Como estamos interessados nos movimentos circulares **uniformes**, em que **v** e ω são iguais em todos os instantes, escrevemos:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Essa é a **velocidade angular instantânea**.

Uma partícula está em **movimento circular e uniforme** (**MCU**) quando descreve uma trajetória circular, percorrendo arcos de comprimentos (**Δs**) iguais em iguais intervalos de tempo (**Δt**), quaisquer que sejam esses intervalos. Evidentemente, a partícula em MCU também varre ângulos (**Δφ**) iguais em iguais intervalos de tempo.



Luciano da S. Teixeira

A figura acima representa uma partícula em MCU. Nessa figura, os intervalos de tempo entre duas posições consecutivas são iguais.

Em outras palavras, podemos escrever:

Movimento circular e uniforme (**MCU**) é todo movimento de trajetória circular em que a velocidade escalar, linear ou angular, é constante e diferente de zero.

$v = \text{constante} \neq 0 \qquad \omega = \text{constante} \neq 0$

Relação entre velocidades escalares angular e linear no MCU

Vamos, agora, relacionar a velocidade escalar angular (**ω**) com a velocidade escalar linear (**v**).

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (I)$$

Da figura anterior, Δφ é dado, em radianos, por:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R} \Rightarrow \Delta s = R\,\Delta\varphi \quad (II)$$

Substituindo (**II**) em (**I**), obtemos:

$$v = \frac{R\,\Delta\varphi}{\Delta t} = R\,\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

Assim:

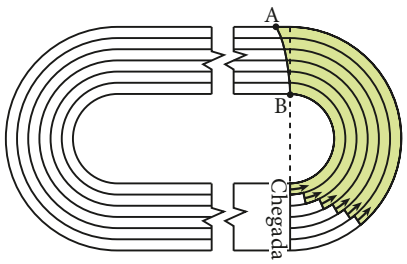
A **velocidade escalar angular** (**ω**) é igual à velocidade escalar linear (**v**) dividida pelo raio (**R**) da circunferência:

$$\omega = \frac{v}{R} \text{ ou } v = \omega\,R$$

Observe a fotografia a seguir.

Mark Scott/Tax/Getty Images

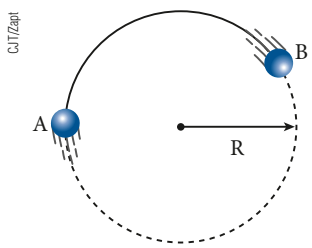
No início de uma corrida de 800 m, por exemplo, os atletas não largam um ao lado do outro para compensar o fato de as raias internas serem mais curtas que as externas. Assim, eles largam de posições não emparelhadas e só passam a ter liberdade de mudar de raia no final da primeira curva (arco AB), quando os comprimentos dos trechos de raias (destacados na figura a seguir) se igualam.



CJT/Zapt

QUESTÕES COMENTADAS

1 Uma partícula percorre, em 10 s, o arco de circunferência AB representado na figura, de **A** para **B**, em MCU:



CJT/Zapt

Sabendo que $\overset{\frown}{AB}$ mede 60 cm e R = 30 cm, determine, no percurso de **A** até **B**:

a) a velocidade escalar linear;

b) a velocidade escalar angular.

RESOLUÇÃO

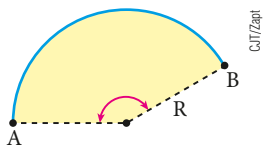
a) A velocidade escalar linear é dada por: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Sendo Δs = 60 cm e Δt = 10 s, temos:

$$v = \frac{60}{10} \Rightarrow v = 6 \text{ cm/s}$$

b) A velocidade escalar angular é dada por: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ (I)

O deslocamento angular Δφ é calculado, em radianos, pelo quociente do comprimento do arco AB pelo raio **R**:



CJT/Zapt

$$\Delta\varphi = \frac{60}{30} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \text{ rad}$$

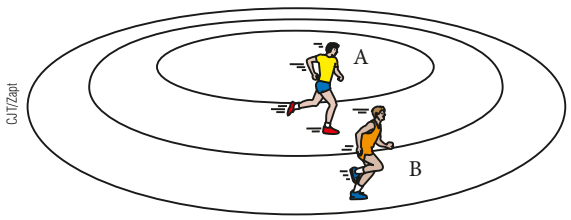
Em (**I**): $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2}{10} \Rightarrow \omega = 0{,}2 \text{ rad/s}$

O item ***b*** também poderia ser resolvido desta maneira:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{6}{30} \Rightarrow \omega = 0{,}2 \text{ rad/s}$$

Respostas: a) 6 cm/s; b) 0,2 rad/s

2 Dois corredores treinam numa pista circular. O corredor **A** corre pela pista interna, enquanto o **B** corre pela externa.



Sabendo que ambos os corredores completam uma volta no mesmo intervalo de tempo, compare:

a) suas velocidades escalares angulares;

b) suas velocidades escalares lineares.

RESOLUÇÃO

a) Os dois corredores completam uma volta num mesmo intervalo de tempo Δt. Ao fazer isso, ambos realizam um mesmo deslocamento angular $\Delta\varphi$, igual a 2π rad. Lembrando que a velocidade escalar angular (ω) é dada por: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

Logo: $\omega_A = \omega_B$

Isso significa que **A** e **B** percorreram um mesmo ângulo num mesmo intervalo de tempo.

b) No mesmo intervalo de tempo Δt, decorrido durante uma volta, o deslocamento linear Δs é maior para o corredor **B**, uma vez que a circunferência externa tem perímetro maior que a interna. Assim, no mesmo Δt, temos: $\Delta s_B > \Delta s_A$

A velocidade escalar linear (**v**) é dada por: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Logo: $v_B > v_A$

Isso significa que, no mesmo intervalo de tempo Δt, a distância percorrida por **B** foi maior que a percorrida por **A**, apesar de os ângulos varridos terem sido iguais.

Este item ***b*** poderia ser resolvido lembrando que:

$v = \omega R$, em que **R** é o raio da circunferência.

Como o valor de ω é igual para **A** e para **B**, concluímos que o valor de **v** é maior para **B**, uma vez que **B** descreve a circunferência de raio maior.

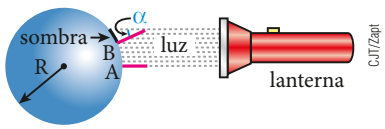
Respostas: a) $\omega_A = \omega_B$; b) $v_B > v_A$

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

3. Um automóvel move-se ao longo de uma pista circular de raio igual a 200 metros. Em certo instante, sua velocidade angular vale 0,1 rad/s. Quanto indica seu velocímetro, em km/h, nesse instante?

4. Imagine uma esfera de raio **R**, com duas varetas fincadas nela nos pontos **A** e **B**, perpendicularmente à sua superfície e sobre uma mesma circunferência máxima (meridiano). Uma lanterna, que emite um feixe de raios de luz paralelos entre si, ilumina a esfera, como mostra a figura a seguir:



Na esfera, não se observa sombra da vareta fincada em **A**, mas se observa sombra da vareta fincada em **B**. Não é difícil medir o ângulo α indicado. Suponha que alguém mediu esse ângulo e encontrou $\alpha = 20°$. Sabendo que o arco AB mede 10 cm e que o comprimento de uma circunferência de raio **R** é igual a $2\pi R$, calcule o raio **R** da esfera. (Adote $\pi = 3$.)

4. PERÍODO E FREQUÊNCIA

O MCU é um movimento periódico, isto é, todas as suas características se repetem em iguais intervalos de tempo. Cada intervalo corresponde ao tempo que a partícula leva para completar uma volta. Esse tempo denomina-se **período** do MCU e é simbolizado por **T**.

Período (**T**) de um MCU é o intervalo de tempo decorrido durante uma volta de uma dada partícula.

O período, evidentemente, pode ser medido em qualquer unidade de tempo, mas sua unidade no SI é o segundo (**s**).

Por exemplo, em uma roda-gigante, o período do movimento é o intervalo de tempo em que uma das gôndolas completa uma volta.

No caso dos ponteiros de um relógio analógico, embora os movimentos não sejam uniformes pelo fato de se moverem aos "saltos", eles são periódicos. Os períodos dos ponteiros dos segundos, dos minutos e das horas são, respectivamente, iguais a 60 s (1 min), 60 min (1 h) e 12 h.

Outra grandeza referente ao MCU é a **frequência**, simbolizada por **f**.

Suponha, por exemplo, que uma partícula complete uma volta a cada 0,1 s. Esse valor é o período (**T**) do movimento. Quantas voltas ela completa na unidade de tempo, no caso, 1 s?

Efetuando o cálculo, percebemos que ela completa dez voltas por segundo. Dizemos, então, que essa é a sua frequência (**f**): f = 10 voltas/s.

A **frequência (f)** do movimento circular e uniforme executado por uma partícula é o número de voltas que essa partícula efetua por unidade de tempo. Assim, se a partícula efetua **n** voltas durante um intervalo de tempo **Δt**, sua frequência é dada por:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

A frequência pode ser medida em voltas por segundo, rotações por segundo (rps), rotações por minuto (rpm) e ciclos por segundo, entre outras formas.

Sempre que a unidade de frequência inclui o segundo, ela se denomina **hertz** (**Hz**), que é a unidade dessa grandeza no SI.

Assim: $1 \text{ volta/s} = 1 \text{ rps} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$

Na prática, é muito comum medir frequência em **rotações por minuto** (**rpm**).

Para fazer conversões entre as unidades **rpm** e **Hz**, podemos usar a seguinte relação:

$$60 \text{ rpm} = \frac{60 \text{ rotações}}{\text{min}} = \frac{60 \text{ rotações}}{60 \text{ s}}$$

$$60 \text{ rpm} = 1\frac{\text{rotação}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{60 \text{ rpm} = 1 \text{ Hz}}$$

Relação entre período e frequência

Para relacionar a frequência com o período, lembre-se de que: $f = \frac{n}{\Delta t}$.

Se, nessa expressão, fizermos **Δt** igual a um período (**T**), o número de voltas (**n**) será igual a 1. Assim, teremos:

$$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{T}}$$

Concluímos, então, que a frequência é igual ao inverso do período. Note que isso já era esperado, pois, quanto mais tempo demora uma volta (maior período), menos voltas são completadas numa unidade de tempo (menor frequência).

Thinkstock/Getty Images

A Lua completa uma volta ao redor da Terra em aproximadamente 27 dias (período de translação). Nesse mesmo intervalo de tempo, ela também completa uma rotação em torno de seu eixo (período de rotação). Em virtude dessa igualdade dos períodos de translação e rotação da Lua, ela nos mostra sempre a mesma face. A outra face (face oculta) só ficou conhecida com o advento da era espacial.

Velocidade angular no MCU

Como já vimos, a velocidade escalar angular, no MCU, é dada por: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$.

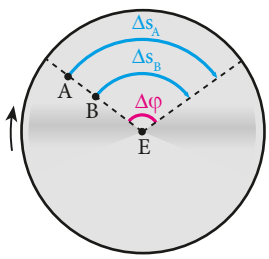
Se fizermos **Δt** igual a um período (**T**), nesse intervalo de tempo a partícula completará uma volta e **Δφ** será igual a **2π** rad. Assim, teremos:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

Disco ou polia em rotação uniforme

Considere um disco ou uma polia em rotação uniforme em torno do eixo **E**:

Ilustrações: CJT/Zapt



Perceba que **A** e **B** são dois pontos quaisquer situados fora do eixo de rotação. Enquanto **A** percorre Δs_A, **B** percorre Δs_B, sendo $\Delta s_A > \Delta s_B$ e, portanto, $v_A > v_B$. O deslocamento angular **Δφ**, entretanto, é igual para os dois pontos.

Então: $\omega_A = \omega_B$

Consequentemente:

$T_A = T_B$ e $f_A = f_B$

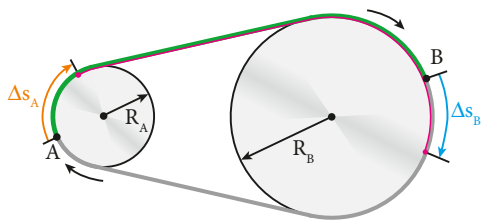
Note que, tanto em um disco como em uma polia, a velocidade angular ω é igual para **todos** os pontos que giram.

Por isso podemos dizer que a velocidade angular **do disco todo** ou **da polia toda** é igual a ω.

Acoplamento de polias e rodas dentadas

Polias podem ser acopladas por meio de correias ou por contato direto, de modo que uma polia rotando pode fazer a outra rotar também. Da mesma forma, rodas dentadas podem ser acopladas por contato direto, como acontece na caixa de câmbio de um automóvel, ou por meio de correntes, como acontece em uma bicicleta.

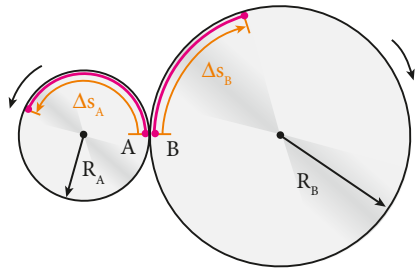
A figura a seguir representa duas polias de raios $\mathbf{R}_A$ e $\mathbf{R}_B$ que rotam no **mesmo sentido**, acopladas por uma correia que não desliza sobre elas.



Aqui, os pontos **A** e **B** estão nas periferias das polias. Enquanto **A** se desloca $\Delta\mathbf{s}_A$, **B** se desloca $\Delta\mathbf{s}_B$.

Como $\Delta s_A = \Delta s_B$, temos: $v_A = v_B$

Observe na figura a seguir que, ao contrário da situação descrita anteriormente, duas polias (ou rodas dentadas) de raios $\mathbf{R}_A$ e $\mathbf{R}_B$ rotam em **sentidos contrários**, acopladas por contato direto.



Nesse caso, os pontos **A** e **B** também estão nas periferias das polias. Enquanto **A** se desloca $\Delta\mathbf{s}_A$, **B** se desloca $\Delta\mathbf{s}_B$. Não havendo escorregamento na região de contato, cada ponto da periferia de uma polia faz contato com um **único** ponto da periferia da outra polia.

Assim, $\Delta s_A = \Delta s_B$; portanto: $v_A = v_B$

Perceba que, nas duas situações, temos:

$$\omega_A R_A = \omega_B R_B \Rightarrow 2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B$$

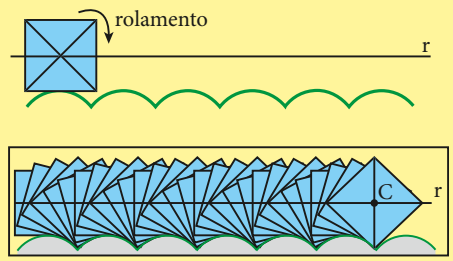
Portanto: $f_A R_A = f_B R_B$

JÁ PENSOU NISTO?

Uma bicicleta de rodas quadradas

Existe uma curva denominada **catenária**, cujo formato é praticamente o da "barriga" de um fio entre dois postes da rede elétrica ou de uma corrente suspensa entre dois suportes, usada para obstruir a passagem de veículos.

A figura ao lado representa vários arcos iguais de catenária, unidos horizontalmente. Se um quadrado, cujo lado tem comprimento igual ao de um dos arcos, rolar sobre eles, sem deslizar, de modo que os vértices do quadrado coincidam com os "bicos" (cúspides) entre arcos consecutivos, seu centro se moverá sobre a reta horizontal **r**.



Ilustrações: CJT/Zapt

Enquanto o quadrado rola, seu centro **C** percorre a reta **r**.

Com base nessa propriedade da catenária, foi possível construir uma pista em que uma bicicleta de rodas quadradas se move normalmente, como uma bicicleta comum.

Stan Wagon

Experimento do professor Stan Wagon com uma bicicleta de rodas quadradas em uma pista especial para isso, construída em 2004 em St. Paul, Minnesota.

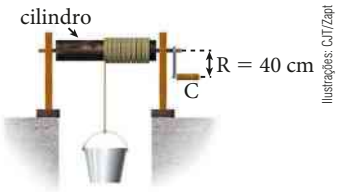
QUESTÕES COMENTADAS

5 Num lugar onde não se dispõe de energia elétrica, é usado um sarilho para tirar água de um poço. Essa máquina consta de um cilindro de raio r = 15 cm, fixo em um eixo que pode rotar apoiado em dois suportes. Uma das extremidades de uma corda é fixada no cilindro e a outra é amarrada em um balde. À medida que o cilindro gira, acionado por uma manivela de cabo **C**, a corda enrola-se nele numa única camada, e o balde sobe 9 m em 30 s, em movimento uniforme.

Na operação descrita, calcule:

a) a velocidade angular do cilindro;

b) a velocidade linear do cabo **C**.



Ilustrações: CJT/Zapt

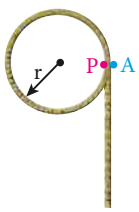
RESOLUÇÃO

a) A velocidade com que o balde sobe é: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Sendo $\Delta s = 9$ m e $\Delta t = 30$ s, temos:

$v = \frac{9\text{ m}}{30\text{ s}} \Rightarrow v = 0{,}3$ m/s

Os pontos da corda também se movem com essa velocidade. Considere, então, um ponto **A** da corda em contato com um ponto **P** da periferia do cilindro, como mostra a figura ao lado.



Como a corda não escorrega no cilindro, temos: $v_P = v_A = 0{,}3$ m/s

Então: $\omega_P = \frac{v_P}{r} = \frac{0{,}3}{0{,}15} \Rightarrow \omega_P = 2$ rad/s

Destacamos que todos os pontos do cilindro têm velocidade angular igual a 2 rad/s.

b) A velocidade angular do cabo **C** é igual à do cilindro: $\omega_C = 2$ rad/s.

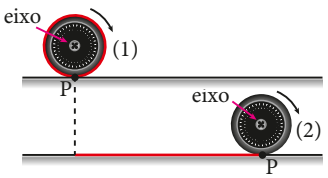
Assim: $\omega_C = \frac{v_C}{R} \Rightarrow v_C = \omega_C \cdot R = 2 \cdot 0{,}4 \Rightarrow v_C = 0{,}8$ m/s

Respostas: a) 2 rad/s; b) 0,8 m/s

6 Uma motocicleta encontra-se em movimento em uma estrada asfaltada. Cada uma de suas rodas tem raio R = 25 cm e gira com frequência f = 10 Hz. Sabendo que as rodas não deslizam no asfalto, calcule a velocidade da motocicleta em km/h. (Use $\pi = 3{,}1$.)

RESOLUÇÃO

Na figura a seguir, representamos uma roda da motocicleta em duas posições, (1) e (2). Da posição (1) até a posição (2), a roda completa uma volta. O ponto **P** está na periferia da roda.



Imagine que a periferia da roda, na posição (1), esteja pintada com uma estreita faixa de tinta vermelha fresca. O comprimento dessa faixa é $2\pi R$ (perímetro da circunferência). De (1) para (2), a roda deixa no asfalto uma marca vermelha de mesmo comprimento, pois a roda não desliza na pista. Note, então, que, num mesmo intervalo de tempo, o ponto **P** percorre $2\pi R$ em relação ao eixo da roda e este também percorre $2\pi R$ em relação à estrada. Portanto, a velocidade $\mathbf{v}_P$, do ponto **P** em relação ao eixo, é igual à velocidade $\mathbf{v}_E$, do eixo em relação à estrada: $v_P = v_E$.

Como a velocidade do eixo em relação à estrada é igual à velocidade $\mathbf{v}_M$ da motocicleta, temos: $v_M = v_P$.

Portanto, a velocidade da motocicleta tem o mesmo valor da velocidade do ponto **P** em seu movimento circular em torno do eixo: $v_M = v_P = \omega_P R = 2\pi f R$

Assim: $v_M = 2 \cdot 3{,}1 \cdot 10 \cdot 0{,}25 \Rightarrow v_M = 15{,}5$ m/s

Logo: $v_M = 56$ km/h

Resposta: 56 km/h

FAÇA VOCÊ MESMO — Estudando engrenagens acopladas por uma corrente

Uma bicicleta, mesmo dessas utilizadas por crianças, pode servir para sedimentar importantes conceitos sobre os movimentos de polias ou engrenagens acopladas por correias ou correntes.

O mecanismo básico de uma bicicleta se resume a duas engrenagens acopladas por uma corrente, como ilustra a fotografia ao lado. A engrenagem de raio maior, à qual estão conectados os pedais, denomina-se **coroa**, e a de raio menor, acoplada à roda traseira, é chamada **catraca** (ou pinhão).

Corbis/Diomedia

Fotografia mostrando coroa e catraca de bicicleta.

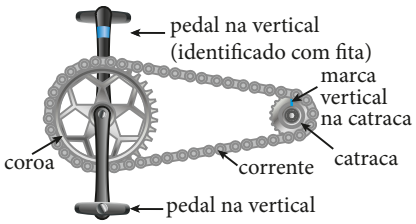
Material necessário

- 1 bicicleta;
- 1 régua ou trena;
- fita adesiva (branca, de preferência).

Procedimento

I. Vire a bicicleta de rodas para cima, deixando-a apoiada sobre o guidão e o selim. Se ela for equipada com dispositivo seletor de velocidades, escolha uma determinada marcha de modo a ser utilizada uma mesma catraca em todo o procedimento. A catraca mais externa é a ideal. Não acople o extensor de catraca.

II. Meça previamente com a régua ou trena os raios da coroa e da catraca e, em seguida, gire manualmente os pedais até obter uma posição em que eles fiquem alinhados na vertical. Identifique com a fita adesiva o pedal que ficou no plano superior e cole também na catraca um pedaço da mesma fita tal que ele seja radial, fique posicionado na vertical (paralelamente aos pedais) e voltado para cima. Veja a ilustração ao lado.



Ilustrações: CJT/Zapt

III. Gire lentamente os pedais. Isso fará girar também a roda traseira. Observe que, enquanto o pedal destacado com a fita dá uma volta completa, o mesmo acontece com a coroa. De fato, isso deve ocorrer, pois os pedais e a coroa são peças que operam solidárias, acopladas entre si.

IV. Retome a situação inicial, isto é, aquela em que o pedal identificado e a fita adesiva colada na catraca ficam em posição vertical, com ambos voltados para cima. Em seguida, faça com que o citado pedal dê exatamente uma volta e conte, ainda que de maneira aproximada, o número de voltas realizado pela catraca. Será possível obter nesse caso uma relação muito importante que servirá para determinar a relação de frequências (e de períodos) da coroa e da catraca.

Analisando o experimento

1. Que grandezas ligadas à cinemática do movimento circular são comuns aos movimentos dos pedais e da coroa?
2. Junto com um colega, desenvolva a relação entre as frequências (e períodos) de rotação e os raios da coroa e da catraca. Verifique ainda se essas frequências (e períodos) estão na razão direta ou inversa dos raios medidos. Que grandeza física comum à coroa e à catraca permitiu obter, por meio de cálculos, as relações de frequências (e períodos) com os respectivos raios das engrenagens? Se necessário, peça ajuda do professor.
3. Você conhece outros mecanismos semelhantes ao da bicicleta em que podem ser tiradas conclusões parecidas? Pesquise.
4. Considerando uma bicicleta dotada de dispositivo seletor de velocidades, para você se deslocar com grande velocidade, deve selecionar uma catraca de raio grande ou pequeno?
5. E, para você subir uma ladeira bem íngreme, deve-se selecionar uma catraca de raio grande ou pequeno?

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

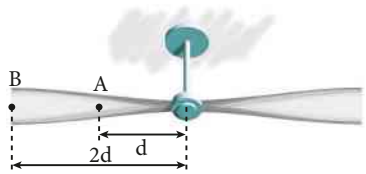
7. Um corpo em movimento circular e uniforme completa 20 voltas em 10 segundos. Determine a frequência e o período desse movimento.

8. Uma furadeira pode atingir a rotação máxima de 3 000 rpm. Nessa situação, calcule o período do movimento no SI.

9. O ponteiro dos segundos de um relógio tem 1,2 m de comprimento. Calcule, em m/s, a velocidade da extremidade desse ponteiro. Use $\pi = 3$.

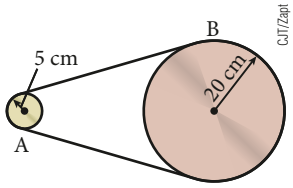
10. As pás de um ventilador rotam com velocidade angular constante ω.

CJT/Zapt



Compare os períodos (**T**), as frequências (**f**), as velocidades escalares angulares (ω) e as velocidades escalares lineares (**v**) dos pontos **A** e **B** da pá.

11. Na situação esquematizada ao lado, temos duas polias, **A** e **B**, acopladas por uma correia inextensível. Quando a polia **A** gira, movimenta a correia, que faz a polia **B** girar também.



Admitindo que não haja escorregamento entre a correia e as polias e supondo que a polia **A** execute 60 rpm, calcule:

a) a frequência de rotação da polia **B**;

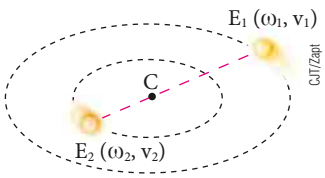
b) a velocidade linear de um ponto qualquer da correia. Use $\pi = 3{,}1$.

12. Num sistema, duas estrelas, E_1 e E_2, descrevem circunferências de raios r_1 e r_2, respectivamente, como representa a figura. Essas circunferências têm um mesmo centro **C**, denominado centro de massa da estrela dupla.

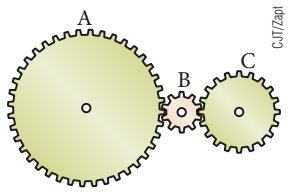
Sabendo que E_1, E_2 e **C** se mantêm permanentemente alinhados, determine, para essas estrelas, a razão:

a) ω_1/ω_2 entre suas velocidades angulares;

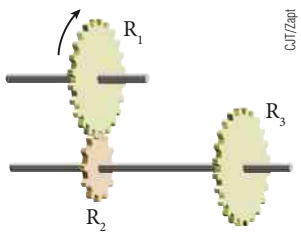
b) v_1/v_2 entre suas velocidades lineares.



13. A figura representa um acoplamento de três rodas dentadas **A**, **B** e **C** que possuem 40, 10 e 20 dentes respectivamente. Lembrando que os dentes são todos iguais, quantas voltas dá a roda **A** enquanto a roda **C** completa 10 voltas?



14. Na figura, as rodas dentadas R_1 e R_3 são iguais e seus raios medem 50 cm, enquanto a roda dentada R_2 tem raio igual a 25 cm. As rodas R_2 e R_3 giram fixas a um mesmo eixo. A roda R_1, acoplada à R_2, gira com frequência 5 000 rpm.



Determine:

a) a frequência de rotação das rodas R_2 e R_3;

b) o quociente v_1/v_3 das velocidades escalares lineares de pontos na periferia das rodas R_1 e R_3, respectivamente.

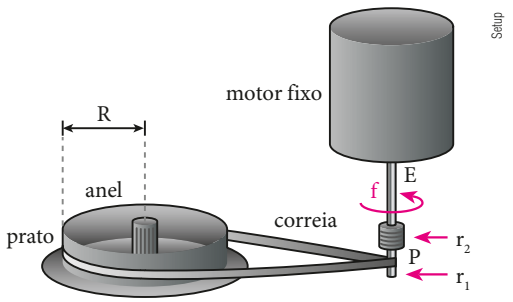
15. Os pneus de certo automóvel têm raio **R** igual a 25 cm. Calcule o módulo da velocidade desse veículo, em km/h, quando suas rodas rolam com frequência igual a 1 200 rpm. Use $\pi = 3$.

16. O aparelho usado para reproduzir sons gravados em discos de vinil é o toca-discos.

Foram fabricados muitos modelos de toca-discos e ainda hoje existem empresas investindo na produção desses aparelhos.

A figura a seguir é um esquema simplificado, de ponta-cabeça e fora de escala, de um sistema usado para girar o prato sobre o qual o disco é acomodado.

O anel de raio **R** igual a 90 mm está fixado no prato e é acoplado a uma peça metálica **P** por meio de uma correia de borracha.



A peça **P** está fixada no eixo **E** de um motor e possui duas partes cilíndricas: uma de raio r_1 igual a 1,20 mm e outra de raio r_2 igual a 1,62 mm.

Quando a correia está na parte de raio r_1, como na figura, o prato gira com frequência igual a $\frac{100}{3}$ rpm $\left(33\frac{1}{3}\text{ rpm}\right)$.

a) Determine, em rpm, a frequência **f** de rotação do eixo **E** do motor.

b) Calcule a frequência de rotação do prato quando, por meio de um dispositivo não representado na figura, a correia é levada para a parte de raio r_2 da peça **P**.

DESCUBRA **MAIS**

Eratóstenes de Cirene (276 a.C.-194 a.C.), matemático e filósofo grego, foi quem determinou pela primeira vez o raio da Terra. Forme grupo com dois ou mais colegas e procure saber como isso foi possível. Pesquise também qual unidade de comprimento Eratóstenes usou e a quantos metros ela equivalia. Repita os cálculos que ele fez e compare o valor obtido na época com o valor médio atual, que é de aproximadamente 6 400 km.

CAPÍTULO 4

VETORES E CINEMÁTICA VETORIAL

1. GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS

Vivemos cercados de grandezas físicas.

O despertador toca estridente; são 6 h da manhã. O **tempo** é mesmo implacável, mas começou um novo dia e é hora de estudar.

Em um gesto decidido, você deixa a cama, dirige-se para o banheiro e acende a luz. Uma lâmpada de **potência** excessiva brilha forte no teto, chegando quase a ofuscar. Ora, isso não está de acordo com a proposta da família, que é de economizar **energia**. Todos estão dizendo que o valor cobrado na conta de luz tem andado pelas alturas…

Você abre a torneira da pia para iniciar sua higiene matinal e começa a escovar os dentes. Nota então que a água jorra com grande **vazão**, o que exige uma consciente intervenção. Afinal, também é preciso economizar água!

Em razão da **força** aplicada por uma rajada de vento, uma porta bate violentamente, quebrando o silêncio próprio da hora. Você se vê refletido no espelho de grande **área** embaçado pelo vapor ascendente vindo da água quente do chuveiro já aberto…

No rápido café da manhã, um bom pedaço de pão compõe com o leite escurecido pela grande **massa** de chocolate em pó a primeira refeição. Descendo no elevador do prédio, você lê uma vez mais aquela pequena placa que adverte sobre o **peso** máximo suportado pelo equipamento...

Já na calçada, você nota que o dia será quente, o que é confirmado pela **temperatura** indicada em um painel eletrônico: 24 °C. E eis que chega o esperado ônibus de sempre. O tráfego está intenso, o que impõe ao veículo um **deslocamento** lento pelas ruas do bairro. Visando realizar o percurso com a **velocidade média** prevista, o motorista aproveita para arrancar com grande **aceleração** nos trechos livres…

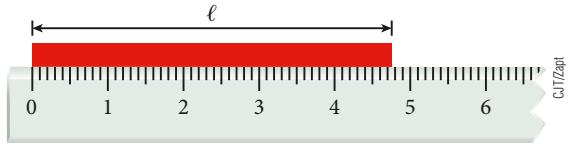
Você está sentado e tem sobre as pernas sua mochila cheia de livros, cadernos e outros objetos que incomodam um pouco por exercerem nas superfícies de apoio uma intensa **pressão**.

Ligeiramente atrasado, você finalmente chega ao colégio e percorre apressadamente o grande **comprimento** do corredor principal.

Essa rotina fictícia destaca as grandezas físicas tempo, potência, energia, vazão, força, área, massa, peso, temperatura, deslocamento, velocidade média, aceleração, pressão e comprimento, presentes em nosso dia a dia.

Em Física, há duas categorias de grandezas: as **escalares** e as **vetoriais**. As primeiras caracterizam-se apenas pelo valor numérico, acompanhado da unidade de medida. Já as segundas requerem um valor numérico (sem sinal), denominado **módulo** ou **intensidade**, acompanhado da respectiva unidade de medida e de uma orientação, isto é, uma **direção** e um **sentido**.

Na figura abaixo, o comprimento $\ell = 4{,}75$ cm medido por uma régua milimetrada é uma grandeza escalar, já que fica totalmente determinado pelo valor numérico (4,75) acompanhado da unidade de medida (cm).



O comprimento é uma **grandeza escalar**.

Entre outras, são grandezas escalares: área, massa, tempo, energia, potência, densidade, pressão, temperatura, carga elétrica e tensão elétrica.

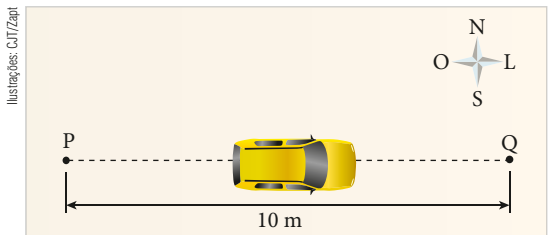
Considere agora o caso hipotético de uma embarcação com o casco avariado, em repouso em alto-mar, que receba pelo rádio a recomendação de se deslocar em linha reta 20 milhas a fim de chegar a um estaleiro onde será realizado o reparo necessário.

Mas há infinitas maneiras de cumprir o deslocamento sugerido, isto é, a embarcação poderá navegar a partir de sua posição inicial em infinitas **direções**. O deslocamento proposto não está determinado!

Eis que vem, então, uma informação complementar para que o barco navegue 20 milhas em linha reta na direção norte-sul. Porém, isso ainda não é tudo. É preciso dizer também se a embarcação deve navegar para o norte ou para o sul, ou seja, em que **sentido** deve ocorrer o deslocamento. De uma forma completa, o responsável pela embarcação deveria ser informado de que o deslocamento necessário para atingir o estaleiro deve ter módulo de 20 milhas, direção norte-sul e sentido para o sul. Só dessa maneira a embarcação conseguiria chegar sem rodeios ao destino recomendado.

Veja com isso que a definição de um deslocamento não é tão simples como a de um comprimento. Definir plenamente um deslocamento requer um **módulo**, uma **direção** e um **sentido**, sendo essa grandeza física de natureza **vetorial**.

Observe, na figura abaixo, que o deslocamento realizado pelo carro ao movimentar-se de **P** até **Q** é uma grandeza vetorial, caracterizada por um módulo (10 m), uma direção (leste-oeste) e um sentido (de oeste para leste).



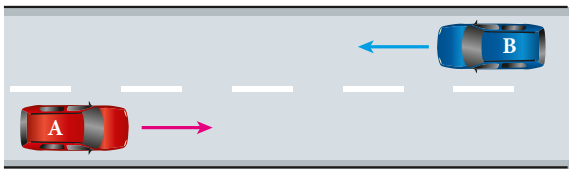
Ilustrações: CJT/Zapt

O deslocamento é uma grandeza **vetorial**.

São também vetoriais as grandezas: velocidade, aceleração, força, impulso, quantidade de movimento (ou momento linear), vetor campo elétrico e vetor indução magnética, dentre outras.

Atenção: não confunda direção com sentido, pois são conceitos diferentes. Uma reta define uma direção. A essa direção podemos associar dois sentidos.

Na figura seguinte, os carros **A** e **B** percorrem uma mesma avenida retilínea e vão se cruzar. Suas velocidades têm a mesma direção, mas sentidos opostos.



Evite, portanto, expressões inadequadas do tipo: "O tráfego na avenida Paulista está congestionado nas duas direções...". A forma correta seria: "O tráfego na avenida Paulista está congestionado nos dois sentidos...". Ou, ainda: "Ao atravessar a rua, olhe para as duas direções". O melhor seria: "Ao atravessar a rua, olhe para os dois sentidos".

Nas placas indicativas existentes em rodovias, o motorista obtém informações sobre direção e sentido a serem seguidos para chegar a um determinado destino. Essas informações se referem às grandezas vetoriais deslocamento e velocidade do veículo.

Guy Medeiros

Fotografia mostrando uma placa em estrada.

Até este capítulo, velocidade e aceleração foram tratadas como grandezas de caráter escalar, pois não nos preocupamos com sua natureza vetorial, mas apenas com seus valores algébricos. Note que essa é uma simplificação conveniente e permitida quando as trajetórias são previamente conhecidas. Insistimos, entretanto, que ambas são grandezas vetoriais, cabendo-lhes, além do módulo ou intensidade, uma direção e um sentido.

Na fotografia ultrarrápida apresentada a seguir, um projétil atravessa uma maçã. Sua velocidade tem módulo (intensidade) próximo de 600 m/s (valor supersônico), direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

Edward Kinsman/Photo Researchers/Latinstock

A velocidade é uma **grandeza vetorial**, já que possui módulo, direção e sentido.

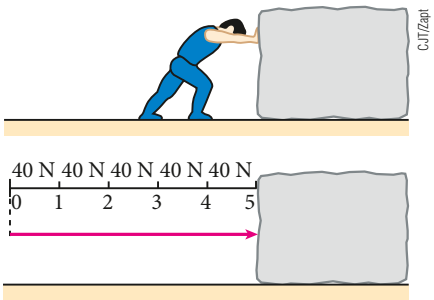
2. VETORES E OPERAÇÕES COM VETORES

Vetor é um ente matemático constituído de um módulo, uma direção e um sentido, utilizado em Física para representar as grandezas vetoriais.

Um vetor pode ser esboçado graficamente por um segmento de reta orientado (seta):

O comprimento ℓ do segmento orientado está associado ao módulo do vetor, a reta suporte **r** fornece a direção, e a orientação (ponta aguçada do segmento) evidencia o sentido.

No exemplo das figuras a seguir, um homem está empurrando um bloco horizontalmente para a direita, aplicando sobre ele uma força de intensidade 200 N (N = newton, a unidade de força no SI).



A força de 200 N que o homem aplica no bloco (grandeza física vetorial) está representada pelo segmento de reta orientado, de comprimento 5,0 unidades, em que cada unidade de comprimento equivale a 40 N.

A notação de um vetor geralmente é feita utilizando-se uma letra sobreposta por uma pequena seta, por exemplo, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{V}$, $\vec{F}$. Outra notação comum é obtida nomeando-se com letras maiúsculas as extremidades do segmento orientado que representa o vetor.

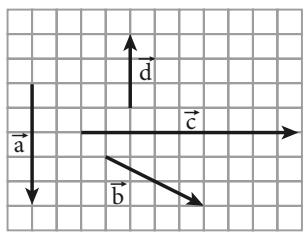
Nessa notação, faz-se sempre a letra que nomeia a ponta aguçada da seta menos a letra que nomeia a extremidade oposta (ou "origem"):

$$\vec{a} = B - A$$

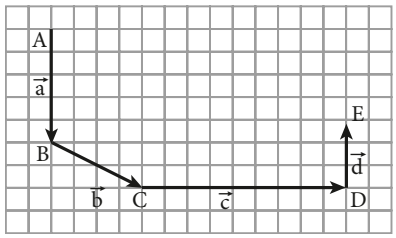
Adição de vetores

Considere os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{d}$ representados a seguir. Como podemos obter o vetor-soma (ou resultante) $\vec{s}$, dado por $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$?

Para responder a essa questão, faremos outra figura associando sequencialmente os segmentos orientados, representativos dos vetores-parcelas, de modo que a "origem" de um coincida com a ponta aguçada do que lhe antecede. Na construção dessa figura, devemos preservar as características de cada vetor: **módulo**, **direção** e **sentido**.



De acordo com a figura a seguir, o que se obtém é uma linha segmentada, denominada **linha poligonal**.



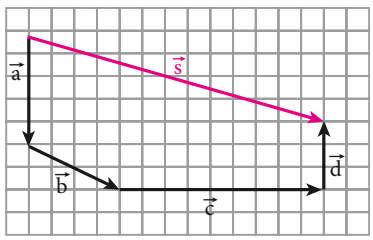
Nesse caso, temos:

$\vec{a} = B - A; \vec{b} = C - B; \vec{c} = D - C; \vec{d} = E - D.$

Logo: $\vec{s} = (B - A) + (C - B) + (D - C) + (E - D)$

Assim: $\vec{s} = E - A$

Na figura a seguir está ilustrado o vetor resultante $\vec{s}$. O segmento orientado que representa $\vec{s}$ **sempre fecha o polígono** e sua ponta aguçada coincide com a ponta aguçada do segmento orientado que representa o último vetor-parcela.



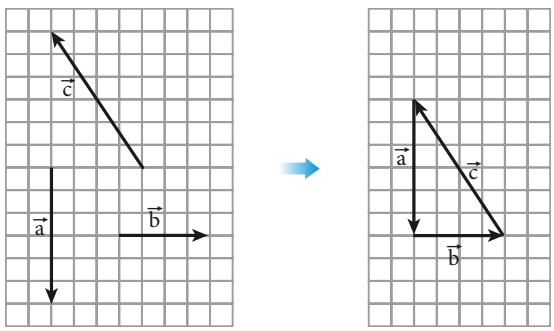
A esse método de adição de vetores damos o nome de **regra do polígono**.

NOTAS

- Vale a **propriedade comutativa**, isto é, a ordem dos vetores-parcelas não altera o vetor-soma.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{b} + \vec{e} + \vec{d} + \vec{a} + \vec{c}$$

- Se a linha poligonal dos vetores-parcelas for fechada, então o vetor-soma será **nulo**, como ocorre no caso da soma dos vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ da figura abaixo.



$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$$

Adição de dois vetores

Considere os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ na figura **1**. Admitamos que seus segmentos orientados representativos tenham "origens" coincidentes no ponto **O** e que o ângulo formado entre eles seja θ.

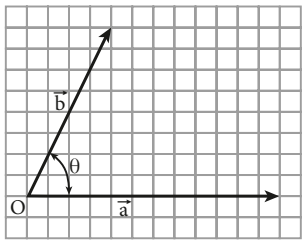


figura 1

Na figura **2** foi feita a adição $\vec{a} + \vec{b}$ pela regra do polígono:

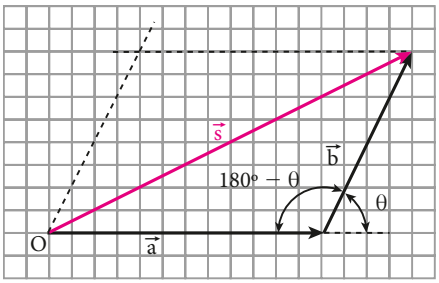


figura 2

Observe que o segmento orientado representativo do vetor resultante $\vec{s}$ nada mais é que a **diagonal do paralelogramo** formado ao traçarmos linhas paralelas aos vetores.

Assim, dados dois vetores, é sempre possível obter graficamente o vetor-soma (resultante) pela **regra do paralelogramo**: fazemos que os segmentos orientados representativos dos vetores tenham "origens" coincidentes; da ponta aguçada do segmento orientado que representa um dos vetores, traçamos uma paralela ao segmento orientado que representa o outro vetor e vice-versa; o segmento orientado representativo do vetor resultante está na diagonal do paralelogramo obtido.

Nota-se que o módulo do vetor-soma (resultante) $\vec{s}$ pode ser obtido aplicando-se uma importante relação matemática denominada **Lei dos cossenos** ao triângulo formado pelos segmentos orientados representativos de $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{s}$.

Sendo **a** o módulo de $\vec{a}$, **b** o módulo de $\vec{b}$ e **s** o módulo de $\vec{s}$, temos:

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos (180° - \theta)$$

Mas: $\cos (180° - \theta) = -\cos \theta$

Assim: $s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta$

Subtração de dois vetores

Considere os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados na figura abaixo. Admita que os segmentos orientados representativos de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tenham "origens" coincidentes no ponto **O** e que o ângulo formado entre eles seja θ.

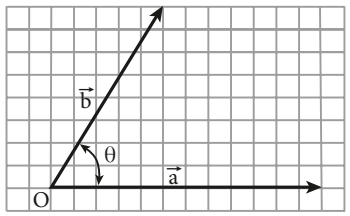


figura 1

O vetor diferença entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$ $(\vec{d} = \vec{a} - \vec{b})$ pode ser obtido pela soma do vetor $\vec{a}$ com o oposto de $\vec{b}$:

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow \vec{d} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

O oposto do vetor $\vec{b}$, ou seja, o vetor $-\vec{b}$, tem mesmo módulo e mesma direção de $\vec{b}$, porém sentido contrário, o que será justificado um pouco mais à frente.

Graficamente, temos:

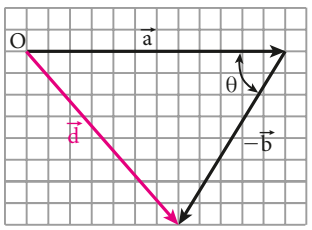
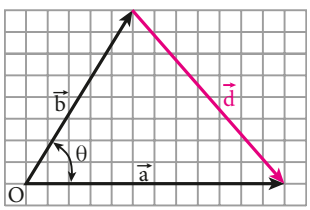


figura 2 $(\vec{d} = \vec{a} - \vec{b})$

O vetor $\vec{d}$ fica então representado na figura **1** como aparece a seguir.



O módulo de $\vec{d}$ também fica determinado pela **Lei dos cossenos**.

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

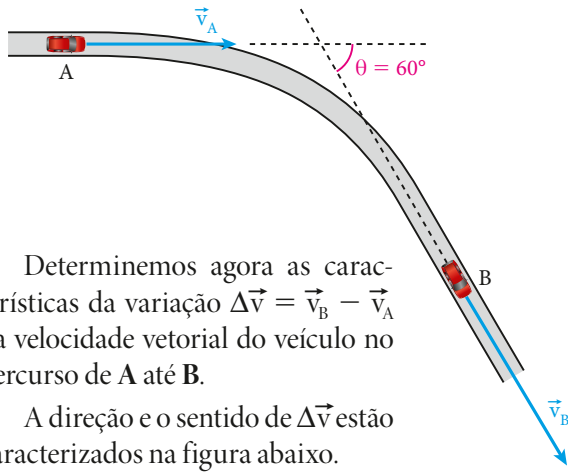
Variação de uma grandeza vetorial

A subtração de dois vetores tem caráter fundamental no estudo da Física.

A variação de uma grandeza vetorial qualquer $(\Delta\vec{G}$, por exemplo) é obtida subtraindo-se a grandeza inicial $(\vec{G}_i)$ da grandeza final $(\vec{G}_f)$.

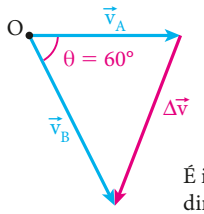
$$\Delta\vec{G} = \vec{G}_f - \vec{G}_i$$

Na ilustração a seguir, vê-se de cima um carro que percorre uma curva passando pelo ponto **A** com velocidade $\vec{v}_A$ de intensidade 60 km/h e pelo ponto **B** com velocidade $\vec{v}_B$ de intensidade 80 km/h. Podemos concluir que a variação da velocidade escalar desse carro tem módulo igual a 20 km/h.



Determinemos agora as características da variação $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ da velocidade vetorial do veículo no percurso de **A** até **B**.

A direção e o sentido de $\Delta\vec{v}$ estão caracterizados na figura abaixo.



$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

É interessante observar que $\Delta\vec{v}$ é dirigida para "dentro" da curva.

A intensidade de $\Delta\vec{v}$ é determinada pela **Lei dos cossenos**: $\Delta v^2 = v_A^2 + v_B^2 - 2v_A v_B \cos\theta$

$$\Delta v^2 = (60)^2 + (80)^2 - 2 \cdot 60 \cdot 80 \cos 60°$$

$$\Delta v^2 = 5\,200 \Rightarrow \Delta v \cong 72 \text{ km/h}$$

Observe que, nesse exemplo, a intensidade da variação da velocidade vetorial (≅ 72 km/h) é diferente do módulo da variação da velocidade escalar (20 km/h).

Suponha que um tenista receba a bola com velocidade horizontal $\vec{v}_1$ de intensidade 80 km/h dirigida para a esquerda e realize um vigoroso voleio, devolvendo a bola também na horizontal com velocidade $\vec{v}_2$ de intensidade 100 km/h dirigida para a direita.

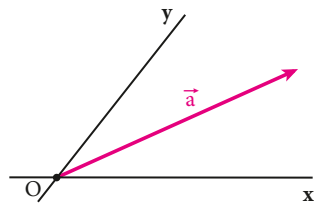
A variação da velocidade vetorial da bola, $\Delta\vec{v}$, fica determinada por: $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$

A intensidade de $\Delta\vec{v}$ é obtida por:

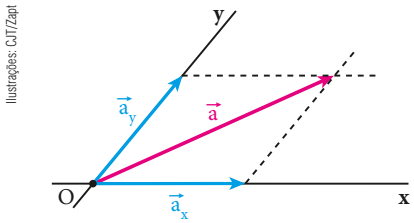
$$\Delta v = (100 + 80) \text{ km/h} \Rightarrow \Delta v = 180 \text{ km/h}$$

Decomposição de um vetor

Considere o vetor $\vec{a}$, representado na figura ao lado, e as retas **x** e **y** que se intersectam no ponto **O**, "origem" de $\vec{a}$.



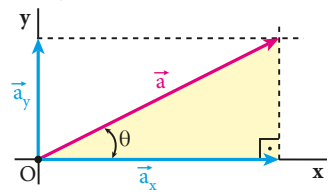
Conforme a regra do paralelogramo, podemos imaginar que o vetor $\vec{a}$ é o resultante da soma de dois vetores, $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$, contidos, respectivamente, nas retas **x** e **y**:



$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$

Os vetores $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ são, portanto, componentes do vetor $\vec{a}$ nas direções **x** e **y**.

Incita especial interesse, entretanto, o caso particular das componentes do vetor $\vec{a}$ contidas em duas retas **x** e **y** perpendiculares entre si.



$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$

Levando em conta a regra do paralelogramo, teremos as componentes $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$, representadas na figura anterior.

Observando o triângulo retângulo destacado na figura e sendo $\mathbf{a}_x$ o módulo de $\vec{a}_x$, $\mathbf{a}_y$ o módulo de $\vec{a}_y$, **a** o módulo de $\vec{a}$ e θ o ângulo formado entre $\vec{a}$ e a reta **x**, são aplicáveis as seguintes relações:

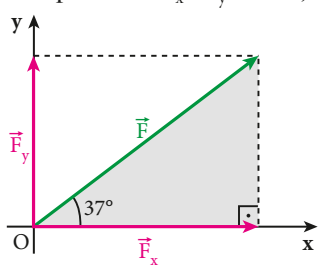
$$\cos\theta = \frac{a_x}{a} \Rightarrow a_x = a\cos\theta$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{a_y}{a} \Rightarrow a_y = a\,\text{sen}\,\theta$$

Teorema de Pitágoras: $a^2 = a_x^2 + a_y^2$

Exemplo:

Nesta situação, estão calculadas as intensidades das componentes $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$ da força $\vec{F}$ representada na figura:



Consideremos os seguintes dados:

F = 20 N;

sen 37° = 0,60;

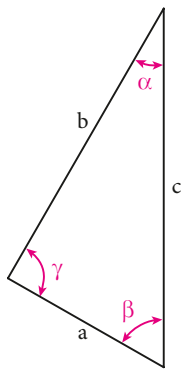
cos 37° = 0,80.

$F_x = F \cos 37° \Rightarrow F_x = 20 \cdot 0{,}80\ (N) \Rightarrow F_x = 16\ N$

$F_y = F \operatorname{sen} 37° \Rightarrow F_y = 20 \cdot 0{,}60\ (N) \Rightarrow F_y = 12\ N$

Por outro lado, a **Lei dos senos**, que estabelece a proporcionalidade entre a medida do lado de um triângulo qualquer e o seno do ângulo oposto a ele, pode ser muito útil no estudo dos vetores.

Considere, por exemplo, o triângulo ao lado, cujos lados medem **a**, **b** e **c** e cujos ângulos α, β e γ são ângulos internos desse triângulo, opostos respectivamente aos lados de medidas **a**, **b** e **c**.



A **Lei dos senos** estabelece que:

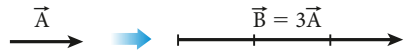
$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma}$$

Multiplicação de um número real por um vetor

O produto de um número real **n**, não nulo, por um vetor $\vec{A}$ é um vetor $\vec{B}$, tal que seu módulo é dado pelo produto do módulo de **n** pelo módulo de $\vec{A}$, ou seja, $|\vec{B}| = |n| \cdot |\vec{A}|$. Sua direção é a mesma de $\vec{A}$; seu sentido, no entanto, é o mesmo de $\vec{A}$ se **n** for positivo, mas oposto ao de $\vec{A}$ se **n** for negativo.

Exemplo 1:

Admitamos, por exemplo, $n = 3$. Sendo $\vec{A}$ o vetor representado na figura, determinamos o vetor $\vec{B} = n\vec{A} = 3\vec{A}$:



Exemplo 2:

Consideremos $n = -\frac{1}{2}$. Sendo $\vec{C}$ o vetor representado na figura, determinamos o vetor $\vec{D} = n\vec{C} = -\frac{1}{2}\vec{C}$:

Exemplo 3:

Façamos $n = -1$. Sendo $\vec{E}$ o vetor representado na figura, determinamos o vetor $\vec{F} = n\vec{E} = -\vec{E}$ chamado **vetor oposto** de $\vec{E}$:

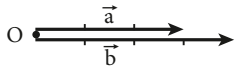
QUESTÕES COMENTADAS

1 Num plano α, temos dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ com origens coincidentes, formando um ângulo θ. Se os módulos de $\vec{a}$ e de $\vec{b}$ são, respectivamente, iguais a 3 u e 4 u, determine o módulo do vetor-soma em cada um dos casos seguintes:

a) $\theta = 0°$ b) $\theta = 90°$ c) $\theta = 180°$ d) $\theta = 60°$

RESOLUÇÃO

a) Se o ângulo formado pelos vetores é 0°, eles possuem a mesma direção e o mesmo sentido:



Sendo **s** o módulo do vetor-soma, temos, pela **Lei dos cossenos**:

$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos 0° = a^2 + b^2 + 2ab$

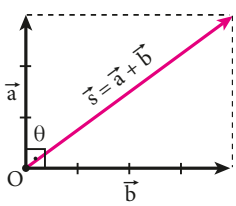
$s^2 = (a + b)^2 \Rightarrow s = a + b$

Assim: $s = 3 + 4 \Rightarrow$ $s = 7$ u

b) Se $\theta = 90°$, e **s** é o módulo do vetor-soma, temos, pela **Lei dos cossenos**:

$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos 90°$

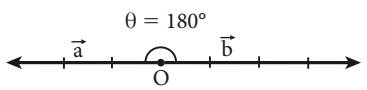
$s^2 = a^2 + b^2$



Podemos calcular **s** aplicando o **Teorema de Pitágoras**:

$s^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow$ $s = 5$ u

c) Se o ângulo formado pelos vetores é 180°, eles possuem a mesma direção, mas sentidos opostos:



Sendo **s** o módulo do vetor-soma temos, pela **Lei dos cossenos**:

$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos 180° = a^2 + b^2 - 2ab$

$s^2 = (a - b)^2 \Rightarrow s = a - b$

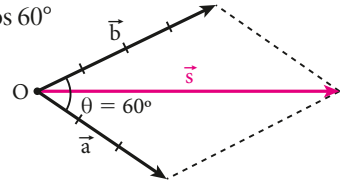
Assim: $s = 4 - 3 \Rightarrow$ $s = 1$ u

d) Para $\theta = 60°$, aplicando a **Lei dos cossenos**, obtemos:

$s^2 = 3^2 + 4^2 + 2(3)(4)\cos 60°$

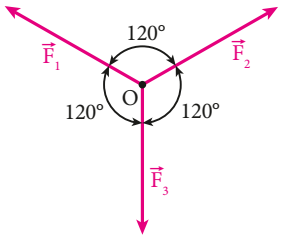
$s^2 = 9 + 16 + 24 \cdot \frac{1}{2}$

$s^2 = 37 \Rightarrow$ $s \cong 6$ u



Respostas: a) 7 u; b) 5 u; c) 1 u; d) aproximadamente 6 u

2 Três forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, contidas em um mesmo plano, estão aplicadas em uma partícula **O**, conforme ilustra a figura. $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ têm módulos iguais a 10 N.



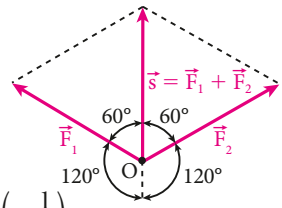
Qual deve ser o módulo de $\vec{F}_3$ para que a soma $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$:

a) tenha módulo nulo?

b) tenha módulo 5,0 N estando dirigida para baixo?

RESOLUÇÃO

Inicialmente, vamos calcular o módulo da soma $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Aplicando a **Lei dos cossenos**, temos:



$s^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 120°$

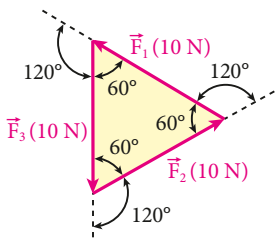
$s^2 = (10)^2 + (10)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \left(-\frac{1}{2}\right)$

$s^2 = (10)^2 \Rightarrow \boxed{s = 10\ N}$

$\vec{F}_3$ tem a mesma direção de $\vec{s} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, mas sentido oposto.

a) $F_3 - s = 0 \Rightarrow F_3 - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{F_3 = 10\ N}$

Nesse caso, a linha poligonal de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ forma um **triângulo equilátero**, conforme ilustra a figura ao lado:



b) $F_3 - s = 5{,}0$

$F_3 - 10 = 5{,}0$

$\boxed{F_3 = 15\ N}$

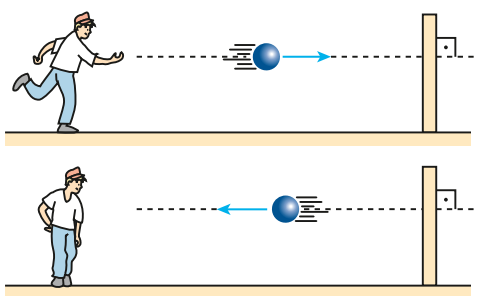
Respostas: a) 10 N; b) 15 N

3 Nas duas situações esquematizadas a seguir, o garoto lança uma bola de borracha contra uma parede vertical fixa. Admita que as colisões sejam perfeitamente elásticas, isto é, que a bola conserve o módulo de sua velocidade vetorial igual a **v**.

Na situação **1**, a bola vai e volta pela mesma reta horizontal.

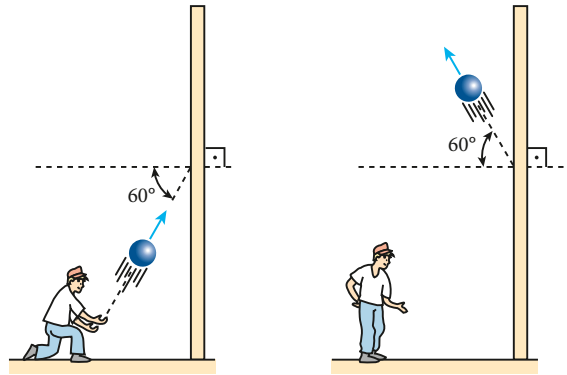
Na situação **2**, a bola incide sob um ângulo de 60° em relação à reta normal à parede no ponto de impacto, sendo refletida sob um ângulo também de 60° em relação à mesma reta.

Situação **1**



Ilustrações: CJT/Zapt

Situação **2**



Calcule o módulo da variação da velocidade vetorial da bola:

a) na situação **1**;

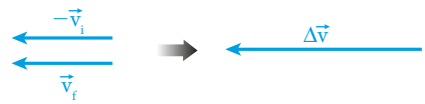
b) na situação **2**.

RESOLUÇÃO

Em ambos os casos, a variação da velocidade vetorial da bola $(\Delta\vec{v})$ fica determinada pela diferença entre a velocidade final $(\vec{v}_f)$ e a velocidade inicial $(\vec{v}_i)$.

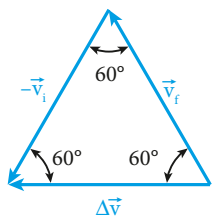
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i \Rightarrow \Delta\vec{v} = \vec{v}_f + (-\vec{v}_i)$$

a)



$|\Delta\vec{v}| = v + v \Rightarrow \boxed{|\Delta\vec{v}| = 2v}$

b) O triângulo formado pelos vetores $\vec{v}_f$, $-\vec{v}_i$ e $\Delta\vec{v}$ é equilátero e, por isso, esses três vetores têm módulos iguais.

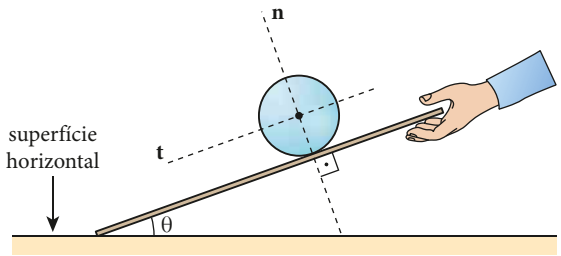


$\boxed{|\Delta\vec{v}| = v}$

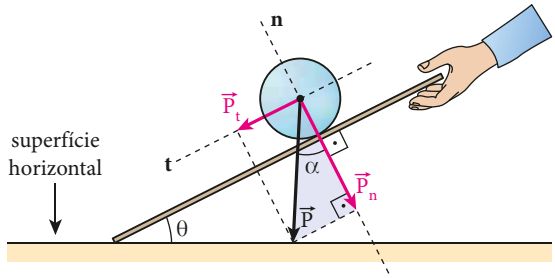
Observe, neste caso, que a variação de velocidade escalar da bola é **nula**. Não confunda, portanto, variação de velocidade vetorial com variação de velocidade escalar.

Respostas: a) 2v; b) v

4 Uma peça decorativa fabricada em alumínio maciço é constituída de uma lâmina retangular e uma esfera com peso de intensidade **P** fixada à lâmina. Admita que uma pessoa vá inclinando uma das extremidades dessa peça, como representa a figura, de modo que a outra extremidade em contato com a superfície horizontal de apoio permaneça fixa, sem deslizar.



Ilustrações: CJT/Zapt



Estude como variam as intensidades das componentes tangencial (P_t) e normal (P_n) do peso da esfera, respectivamente, nas direções tangencial (**t**) e normal (**n**) à lâmina, em função do ângulo θ formado entre a lâmina e a superfície de apoio.

RESOLUÇÃO

Na figura a seguir está representado o peso $\vec{P}$ da esfera e suas componentes $\vec{P}_t$ e $\vec{P}_n$, respectivamente nas direções tangencial (**t**) e normal (**n**).

No triângulo retângulo destacado, $\alpha = \theta$ (semelhança de triângulos). Logo:

(I) $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{P_t}{P} \Rightarrow \boxed{P_t = P \operatorname{sen}\theta}$

(II) $\cos\theta = \dfrac{P_n}{P} \Rightarrow \boxed{P_n = P\cos\theta}$

Resposta: $P_t = P \operatorname{sen}\theta$; $P_n = P\cos\theta$

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

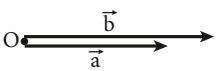
5. Considere as grandezas físicas relacionadas a seguir, acompanhadas de um código numérico:

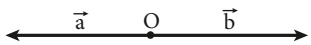
Energia (**1**)	Aceleração (**5**)
Massa (**2**)	Deslocamento (**6**)
Força (**3**)	Tempo (**7**)
Densidade (**4**)	Velocidade (**8**)

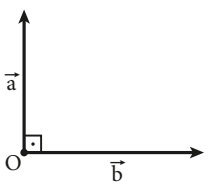
Escrevendo em ordem crescente os códigos associados às **grandezas escalares** e os códigos associados às **grandezas vetoriais**, obtemos dois números com quatro algarismos cada um.

Determine:
a) o número correspondente às grandezas escalares;
b) o número correspondente às grandezas vetoriais.

6. Determine o módulo do vetor-soma de $\vec{a}$ ($a = 60$ u) com $\vec{b}$ ($b = 80$ u) em cada caso:

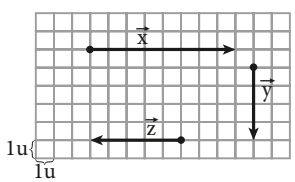
a) 

b) 

c) 

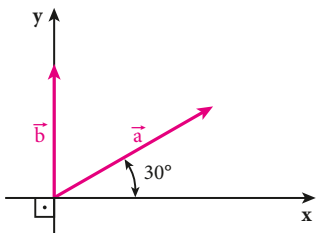
7. No plano quadriculado abaixo, estão representados três vetores: $\vec{x}$, $\vec{y}$ e $\vec{z}$.

Determine o módulo do vetor soma $\vec{s} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$.



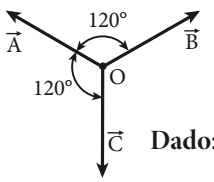
8. Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ da figura ao lado têm módulos respectivamente iguais a 24 u e 21 u. Qual é o módulo do vetor-soma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$?

Dado: sen 30° = 0,50
cos 60° = 0,50



9. Considere três vetores coplanares $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, de módulos iguais a **x** e com origens coincidentes num ponto **O**. Calcule o módulo do vetor resultante da soma $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ nos dois casos esquematizados a seguir:

a)

b) 

Dado: $\cos 120° = -\dfrac{1}{2}$

10. Três forças coplanares $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, de intensidades respectivamente iguais a 10 N, 15 N e 20 N, estão aplicadas em uma partícula. Essas forças podem ter suas direções modificadas de modo que se alterem os ângulos entre elas.
Determine para a resultante de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$:
a) a intensidade máxima;
b) a intensidade mínima.

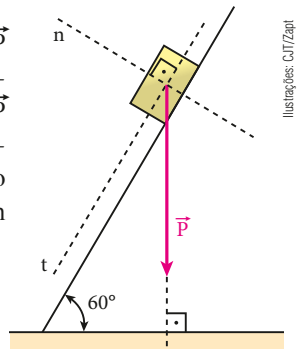
11. Considere duas forças $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ com intensidades respectivamente iguais a 12 N e 5,0 N. Calcule a intensidade das forças $\vec{S} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$ e $\vec{D} = \vec{F}_A - \vec{F}_B$ nos casos a seguir:

a) $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ têm mesma direção, mas sentidos opostos;

b) $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ são perpendiculares.

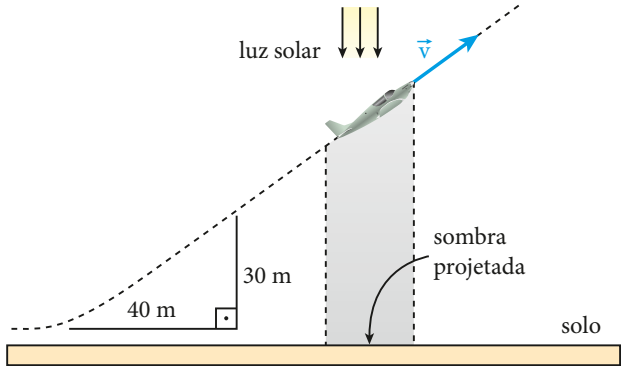
12. O peso de um corpo é uma força vertical, dirigida para baixo. Na figura, está representado um bloco de peso $\vec{P}$, apoiado em um plano inclinado de 60° em relação à horizontal.

Sabendo que a intensidade de $\vec{P}$ é igual a 20,0 N, calcule a intensidade das componentes de $\vec{P}$ segundo as retas **t** e **n**, respectivamente tangente e normal ao plano inclinado no local em que se encontra o bloco.
Adote: sen 60° ≅ 0,87 e cos 60° = 0,50.



Ilustrações: CJT/Zapt

13. Para decolar, um avião realiza a corrida na pista, alçando voo com velocidade $\vec{v}$, de intensidade 360 km/h, que é mantida constante ao longo de uma trajetória retilínea e ascendente, como esquematizado. O Sol está a pino, e a sombra do avião é projetada sobre o solo plano e horizontal.



Determine:

a) a intensidade da velocidade com que a sombra do avião percorre o solo;

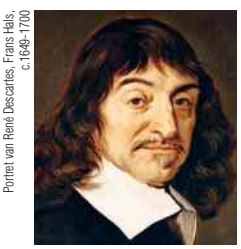
b) o intervalo de tempo gasto pelo avião para atingir a altura de 480 m;

c) a distância percorrida pelo avião desde o instante em que alça voo até o instante em que atinge a altura de 480 m.

3. DESLOCAMENTO VETORIAL

Uma compreensão mais consistente da Mecânica passa pela assimilação conceitual das grandezas físicas vetoriais que definiremos a seguir.

É importante destacar inicialmente, porém, que muito do que apresentaremos neste ponto do presente capítulo está fundamentado no pensamento do filósofo, físico e matemático francês René Descartes (1596-1650), que é considerado um dos intelectuais mais influentes do pensamento ocidental.

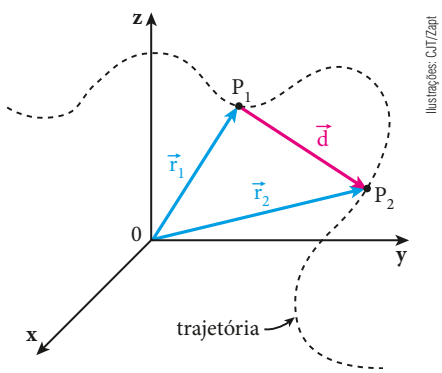

Portret van René Descartes, Frans Hals, c. 1648–1700

René **Descartes**: "Penso, logo existo". Óleo sobre tela de Frans Hals, c. 1649. Museu do Louvre.

Como filósofo, Descartes foi o fundador do movimento chamado Racionalismo, que se baseou na valorização da dúvida, isto é, na busca das verdades essenciais por meio do questionamento: "Nenhum objeto do pensamento resiste à dúvida, mas o próprio ato de duvidar é indubitável". Ele criou um método dedutivo que obedecia a uma sequência lógica: evidência, análise, síntese e enumeração. Uma das citações de Descartes, feita originalmente em latim – *Cogito, ergo sum.* –, tornou-se célebre: "Penso, logo existo".

No campo da Matemática, criou a geometria analítica, que funde Geometria e Álgebra, tendo como elemento de sustentação um sistema de coordenadas chamado cartesiano.

Considere uma partícula em movimento com relação a um referencial cartesiano 0xyz. Na figura a seguir está indicada a trajetória descrita pela partícula, bem como as posições $\mathbf{P}_1$ e $\mathbf{P}_2$ ocupadas por ela, respectivamente, nos instantes $\mathbf{t}_1$ e $\mathbf{t}_2$. Os vetores $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ são os vetores-posição correspondentes a $\mathbf{P}_1$ e $\mathbf{P}_2$. Os vetores-posição "apontam" a posição da partícula em cada ponto da trajetória. Sua "origem" está sempre na origem **O** do referencial e sua extremidade (ou ponta) aguçada coincide com o ponto em que a partícula se encontra no instante considerado.



Ilustrações: CJT/Zapt

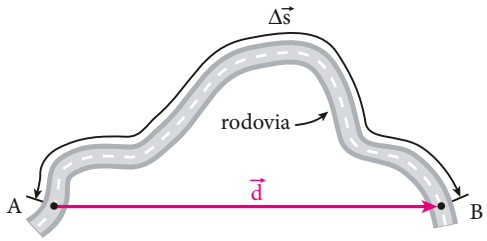
Definimos o deslocamento vetorial $(\vec{d})$ no percurso de P_1 a P_2 por meio da subtração vetorial:

$$\vec{d} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

O **deslocamento vetorial** sempre conecta duas posições na trajetória. Sua "origem" coincide com o ponto de partida da partícula e sua extremidade (ou ponta) aguçada, com o ponto de chegada.

Na situação esquematizada na figura a seguir, um carro parte do ponto **A** e percorre a rodovia até atingir o ponto **B**. Nessa figura estão indicados o deslocamento vetorial $\vec{d}$ e o deslocamento escalar Δs.

Observe que o módulo de $\vec{d}$ nunca excede o módulo de Δs.



$$|\vec{d}| \leq |\Delta s|$$

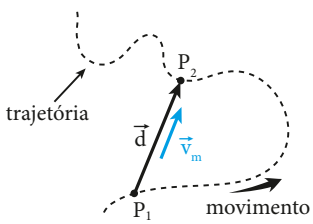
Ocorrerá o caso da igualdade $|\vec{d}| = |\Delta s|$ quando a trajetória for retilínea.

4. VELOCIDADE VETORIAL MÉDIA

É definida como o quociente do deslocamento vetorial $\vec{d}$ pelo respectivo intervalo de tempo Δt.

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Como Δt é um escalar positivo, a velocidade vetorial média tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido que o deslocamento vetorial (ambos são secantes à trajetória), como representa a figura:



Ilustrações: CJT/Zapt

Vamos comparar agora o módulo da velocidade vetorial média com o módulo da velocidade escalar média.

Sabemos que:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \quad \text{e} \quad |v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t}$$

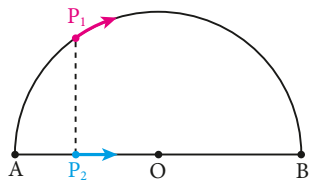
Lembrando que $|\vec{d}| \leq |\Delta s|$, podemos concluir que o módulo da velocidade vetorial média nunca excede o módulo da velocidade escalar média.

$$|\vec{v}_m| \leq |v_m|$$

Ocorrerá também o caso da igualdade $|\vec{v}_m| = |v_m|$ quando a trajetória for retilínea.

Exemplo:

Na figura a seguir, uma partícula P_1 vai de **A** até **B** percorrendo a semicircunferência de centro **O** e raio $\overline{OA}$, enquanto outra partícula P_2 também vai de **A** até **B**, porém percorrendo o diâmetro que conecta esses dois pontos.



Supondo que as duas partículas se desloquem de **A** até **B** durante o **mesmo intervalo de tempo**, podemos concluir que:

I. os deslocamentos vetoriais são iguais: $\vec{d}_1 = \vec{d}_2$.

II. os deslocamentos escalares têm módulos diferentes: $|\Delta s_1| > |\Delta s_2|$.

III. $|\vec{d}_1| < |\Delta s_1|; |\vec{d}_2| = |\Delta s_2|$

IV. as velocidades vetoriais médias têm módulos iguais: $|\vec{v}_{m_1}| = |\vec{v}_{m_2}|$.

V. as velocidades escalares médias têm módulos diferentes: $|v_{m_1}| > |v_{m_2}|$.

VI. $|\vec{v}_{m_1}| < |v_{m_1}|; |\vec{v}_{m_2}| = |v_{m_2}|$.

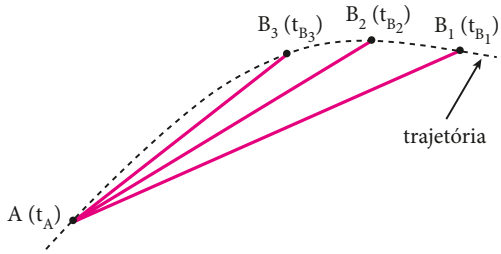
5. VELOCIDADE VETORIAL (INSTANTÂNEA)

Frequentemente denominada apenas velocidade vetorial, a velocidade vetorial instantânea é dada matematicamente por:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m$$

Como vimos, a velocidade vetorial média é secante à trajetória, apresentando mesma direção e mesmo sentido do deslocamento vetorial no intervalo de tempo considerado.

A velocidade vetorial instantânea, entretanto, pelo fato de ser definida em intervalos de tempo tendentes a zero, é **tangente à trajetória** em cada ponto e **orientada no sentido do movimento**.

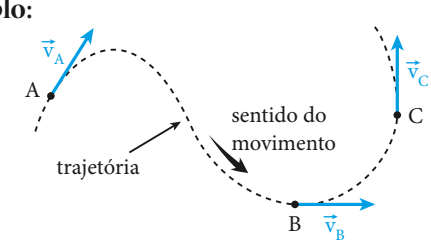


$$\Delta t_1 = t_{B_1} - t_A;\ \Delta t_2 = t_{B_2} - t_A;\ \Delta t_3 = t_{B_3} - t_A$$

$$\Delta t_3 < \Delta t_2 < \Delta t_1$$

Reduzindo-se a duração do intervalo de tempo, obtém-se no limite para Δt tendente a zero o ponto **B** praticamente coincidente com o ponto **A**. Com isso, no limite para Δt tendente a zero, a direção da velocidade vetorial média passa de secante a tangente à trajetória no ponto considerado.

Exemplo:



Nessa situação, uma partícula percorre de **A** para **C**, em movimento uniforme, a trajetória esquematizada. Estão representadas nos pontos **A**, **B** e **C** as velocidades vetoriais da partícula, todas tangentes à trajetória e orientadas no sentido do movimento.

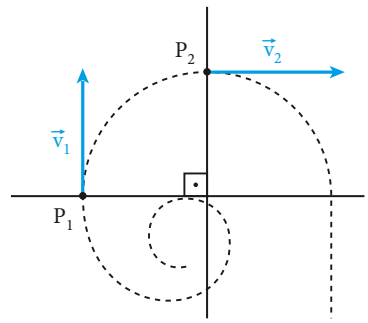
Observe que, embora as três velocidades vetoriais representadas tenham módulos iguais (movimento uniforme), $\vec{v}_A \neq \vec{v}_B \neq \vec{v}_C$. Isso ocorre porque os vetores representativos dessas velocidades têm direções diferentes.

Dois ou mais vetores são iguais somente quando têm o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido.

O módulo (intensidade) da velocidade vetorial instantânea é sempre igual ao módulo da velocidade escalar instantânea: $|\vec{v}| = |v|$

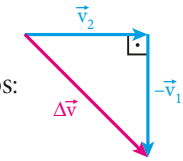
6. ACELERAÇÃO VETORIAL MÉDIA

Considere agora uma partícula que, percorrendo uma trajetória como a esquematizada na figura a seguir, passa pela posição $\mathbf{P_1}$ no instante $\mathbf{t_1}$ com velocidade vetorial $\vec{v}_1$ e pela posição $\mathbf{P_2}$ no instante $\mathbf{t_2}$ com velocidade vetorial $\vec{v}_2$.



De $\mathbf{P_1}$ para $\mathbf{P_2}$, a partícula experimenta uma variação de velocidade vetorial $\Delta\vec{v}$, dada por: $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

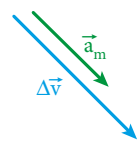
Graficamente temos:



A aceleração vetorial média da partícula no intervalo de $\mathbf{t_1}$ a $\mathbf{t_2}$ é definida por:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Como Δt é um escalar positivo, a aceleração vetorial média $(\vec{a}_m)$ tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido que a variação da velocidade vetorial $(\Delta\vec{v})$.

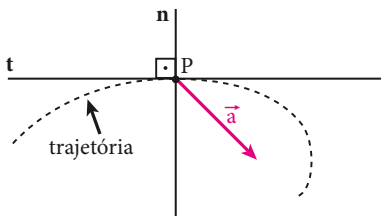


7. ACELERAÇÃO VETORIAL (INSTANTÂNEA)

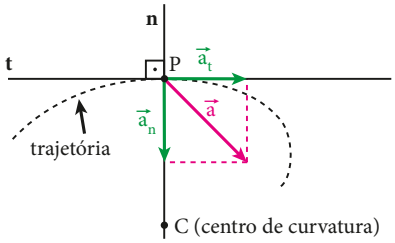
Em muitos casos simplesmente denominada aceleração vetorial, a aceleração vetorial instantânea é definida por:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_m$$

Admita que, ao percorrer a trajetória esboçada na figura a seguir, uma partícula tenha no ponto **P** uma aceleração vetorial $\vec{a}$. As retas **t** e **n** são, respectivamente, **tangente** e **normal** à trajetória no ponto **P**.



Decompondo $\vec{a}$ segundo as retas **t** e **n**, obtemos, respectivamente, as componentes $\vec{a}_t$ (**tangencial**) e $\vec{a}_n$ (**normal**).



A componente normal de $\vec{a}$ ($\vec{a}_n$), pelo fato de estar dirigida para o centro de curvatura da trajetória em cada instante, recebe a denominação **componente centrípeta** ($\vec{a}_{cp}$). Preferiremos essa última denominação e adotaremos o símbolo $\vec{a}_{cp}$.

Relacionando vetorialmente $\vec{a}$, $\vec{a}_t$ e $\vec{a}_{cp}$, temos:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

Aplicando o **Teorema de Pitágoras** e considerando **a** o módulo de $\vec{a}$, $\mathbf{a}_t$ o módulo de $\vec{a}_t$ e $\mathbf{a}_{cp}$ o módulo de $\vec{a}_{cp}$, podemos escrever que:

$$a^2 = a_t^2 + a_{cp}^2$$

Por ter a direção do raio de curvatura da trajetória em cada ponto, a aceleração centrípeta também é denominada **aceleração radial**.

Componente tangencial ou aceleração tangencial ($\vec{a}_t$)

A **aceleração tangencial** está relacionada com as **variações de intensidade** da velocidade vetorial.

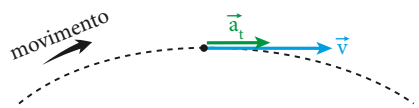
- Nos **movimentos variados**, isto é, naqueles em que a intensidade da velocidade vetorial é variável (movimentos acelerados ou retardados), a **aceleração tangencial é não nula**.
- Nos **movimentos uniformes**, isto é, naqueles em que a intensidade da velocidade vetorial é constante, a **aceleração tangencial é nula**.

Pode-se verificar que o módulo da aceleração tangencial é igual ao módulo da aceleração escalar.

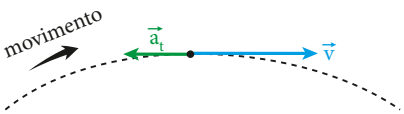
$$|\vec{a}_t| = |\alpha|$$

A direção da aceleração tangencial é sempre a mesma da tangente à trajetória no ponto considerado, e seu sentido depende de o movimento ser acelerado ou retardado.

Nos **movimentos acelerados**, $\vec{a}_t$ tem o **mesmo sentido** da velocidade vetorial; no entanto, nos **movimentos retardados**, $\vec{a}_t$ tem **sentido oposto** ao da velocidade vetorial, conforme representam as figuras abaixo.



Representação esquemática de movimento acelerado.



Representação esquemática de movimento retardado.

Componente centrípeta ou aceleração centrípeta ($\vec{a}_{cp}$)

A **aceleração centrípeta** está relacionada com as **variações de direção** da velocidade vetorial.

- Nos **movimentos curvilíneos**, isto é, naqueles em que a direção da velocidade vetorial é variável, a **aceleração centrípeta é não nula**.
- Nos **movimentos retilíneos**, isto é, naqueles em que a direção da velocidade vetorial é constante, a **aceleração centrípeta é nula**.

Pode-se demonstrar que o módulo da aceleração centrípeta é calculado por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R}$$

em que **v** é a velocidade escalar instantânea e **R** é o raio de curvatura da trajetória.

É interessante observar que, em uma mesma curva (**R** constante), $|\vec{a}_{cp}|$ é diretamente proporcional ao quadrado de **v**. Isso significa que, dobrando-se **v**, $|\vec{a}_{cp}|$ quadruplica.

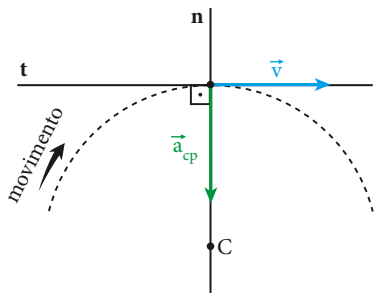
Deve-se notar também que, em casos de movimento uniforme (**v** constante), $|\vec{a}_{cp}|$ é inversamente proporcional a **R**. Isso significa que, dobrando-se **R**, $|\vec{a}_{cp}|$ reduz-se à metade.

Christiaan Huygens II, C.Netscher, 1671

Christiaan Huygens (1629-1695), físico e astrônomo holandês. Gravura de Gerard Edelinck, baseada em pintura de Caspar Netscher, 1655. Bibliotèque Nationale, Paris.
Huygens elucidou alguns fenômenos luminosos, como a difração, atribuindo à luz caráter ondulatório. Isso conflitou com as teorias de Newton, que tratavam a luz como um conjunto de partículas. Ao construir telescópios sofisticados para a sua época, Huygens descobriu a lua Titã de Saturno e explicou a natureza dos anéis que circundam esse planeta. A ele credita-se também a importante equação da aceleração centrípeta, dada por: $|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R}$

A direção da aceleração centrípeta $(\vec{a}_{cp})$ é sempre normal à trajetória e o sentido é sempre para o centro de curvatura.

Note que a aceleração centrípeta $(\vec{a}_{cp})$ e a velocidade vetorial $(\vec{v})$ são perpendiculares entre si. Isso se justifica pois, enquanto $\vec{a}_{cp}$ é normal à trajetória, $\vec{v}$ é tangencial.

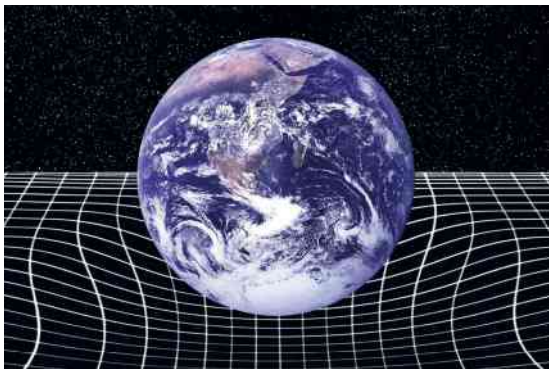


Retas: raridades naturais

É bastante difícil encontrar retas perfeitas na natureza. Os contornos curvos e sinuosos são muito mais comuns, como observamos na forma dos astros e dos seres vivos conhecidos. Todos os veículos de que dispomos – aviões, navios, ônibus, automóveis, bicicletas etc. –, em geral, percorrem trechos curvos até chegar ao seu destino.

O cientista alemão Albert Einstein (1879-1955) descreveu de maneira inédita e brilhante as ações gravitacionais: uma grande massa, como a de uma estrela, deforma significativamente o espaço-tempo nas suas vizinhanças.

De acordo com essa concepção, que integra a Teoria da Relatividade Especial, o Sol, por exemplo, deformaria o espaço-tempo ao seu redor, o que explicaria a manutenção dos planetas em sua órbita e as trajetórias curvas da luz, observáveis em sua propagação através do universo.



VICTOR DE SCHWANBERG/SPL/Latinstock

Representação artística da deformação do espaço-tempo proposta por Einstein. A "vala" provocada pela presença de uma grande massa possibilitaria a gravitação de outras massas ao seu redor.

JÁ PENSOU NISTO?

Na montanha-russa: aceleração e adrenalina

Das diversões propostas pelos parques, as montanhas-russas, construídas em versões cada vez mais radicais, sempre oferecem uma dose extra de emoção.

Nos trechos em que o movimento é **variado** (acelerado ou retardado), a aceleração vetorial admite uma componente **na direção da velocidade** (aceleração tangencial). Além disso, nos trechos em que a trajetória é **curvilínea**, a aceleração vetorial admite uma componente **perpendicular à velocidade**, dirigida para o centro de curvatura (aceleração centrípeta).

Ashley Greb/Alamy/Fotoarena

Montanha-russa em parque de diversões. Duisburg, Alemanha. Setembro de 2015.

14 Um escoteiro, ao fazer um exercício de marcha com seu pelotão, parte de um ponto **P** e percorre esta sequência de deslocamentos:

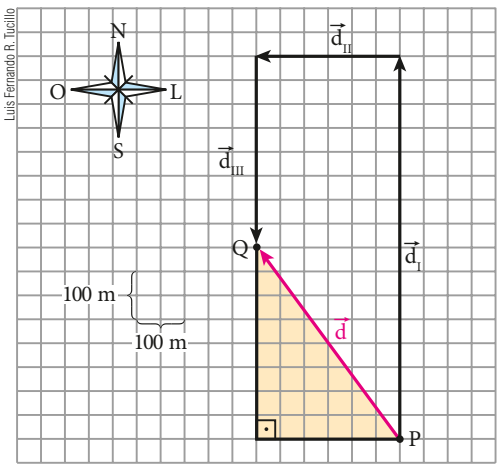
I. 800 m para o Norte;
II. 300 m para o Oeste;
III. 400 m para o Sul.

Sabendo que a duração da marcha é de 8 min 20 s e que o escoteiro atinge um ponto **Q**, determine:

a) o módulo do seu deslocamento vetorial de **P** a **Q**;
b) o módulo da velocidade vetorial média e da velocidade escalar média de **P** a **Q**. (Dê suas respostas em m/s.)

RESOLUÇÃO

a) No esquema a seguir, estão representados os três deslocamentos parciais do escoteiro e também seu deslocamento total, de **P** até **Q**.



Aplicando o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo retângulo destacado, obtemos o módulo do deslocamento vetorial do escoteiro de **P** até **Q**.

$$|\vec{d}|^2 = (300)^2 + (400)^2 \Rightarrow |\vec{d}| = 500\ m$$

b) O intervalo de tempo gasto pelo escoteiro de **P** até **Q** é $\Delta t = 8\ min\ 20\ s = 500\ s$. Logo:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{v}_m| = \frac{500\,m}{500\,s} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 1{,}0\ m/s$$

$$|v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{|\vec{d}_I| + |\vec{d}_{II}| + |\vec{d}_{III}|}{\Delta t}$$

$$|v_m| = \frac{800 + 300 + 400}{500}\ (m/s) \Rightarrow |v_m| = 3{,}0\ m/s$$

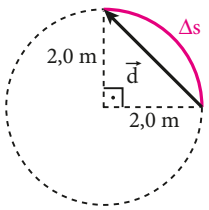
Respostas: a) 500 m; b) 1,0 m/s e 3,0 m/s

15 Considere uma partícula que percorre um quarto de circunferência de 2,0 m de raio em 10 s.
Adotando $\sqrt{2} \cong 1{,}4$ e $\pi \cong 3{,}0$, determine:

a) o módulo da velocidade escalar média da partícula;
b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

RESOLUÇÃO

Na figura a seguir, estão indicados o deslocamento escalar (Δs) e o deslocamento vetorial ($\vec{d}$) da partícula:



$$|\Delta s| = \frac{2\pi R}{4} = \frac{2 \cdot 3{,}0 \cdot 2{,}0}{4}\ (m)$$

$$|\Delta s| = 3{,}0\ m$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{(2{,}0)^2 + (2{,}0)^2} = 2{,}0\sqrt{2}\ m$$

$$|\vec{d}| = 2{,}0 \cdot 1{,}4\ (m) \Rightarrow |\vec{d}| = 2{,}8\ m$$

a) O módulo da velocidade escalar média é dado por:

$$|v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{3{,}0\ m}{10\ s} \Rightarrow |v_m| = 0{,}30\ m/s$$

b) A intensidade da velocidade vetorial média é dada por:

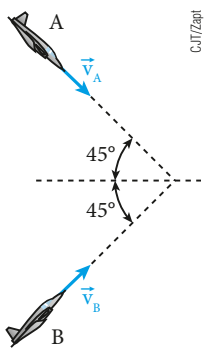
$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{2{,}8\ m}{10\ s} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 0{,}28\ m/s$$

Observe, nesse caso, que $|\vec{v}_m| < |v_m|$.

Respostas: a) 0,30 m/s; b) 0,28 m/s

16 Dois aviões de combate, **A** e **B**, em movimento em um mesmo plano vertical, apresentam-se em determinado instante, conforme ilustra a figura, com velocidades vetoriais $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ de intensidades iguais a 1000 km/h.

Adotando $\sqrt{2} \cong 1{,}41$, determine as características da velocidade vetorial $\vec{v}_R$ do avião **B** em relação ao avião **A** no instante considerado.



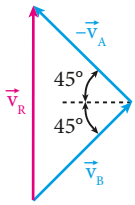
RESOLUÇÃO

Do ponto de vista vetorial, a velocidade de uma partícula **1** em relação a outra partícula **2** é $\vec{v}_{rel_{1,2}}$, dada pela subtração:

$\vec{v}_{rel_{1,2}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$, em que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são as velocidades vetoriais de **1** e **2** em relação ao solo.

Assim, a velocidade $\vec{v}_R$ do avião **B** em relação ao avião **A** fica determinada por: $\vec{v}_R = \vec{v}_B - \vec{v}_A \Rightarrow \vec{v}_R = \vec{v}_B + (-\vec{v}_A)$

Graficamente, temos:



$\vec{v}_R$ é **vertical** e **dirigida para cima** e sua intensidade pode ser obtida pelo **Teorema de Pitágoras**:

$$|\vec{v}_R|^2 = |\vec{v}_A|^2 + |\vec{v}_B|^2$$

$$|\vec{v}_R|^2 = (1000)^2 + (1000)^2$$

$$|\vec{v}_R| = 1000\sqrt{2}\ (\text{km/h})$$

$$|\vec{v}_R| \cong 1410\ \text{km/h}$$

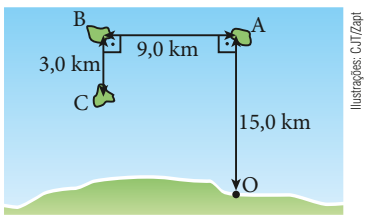
Observe que $\vec{v}_R$ é a velocidade com que o piloto do avião **A** vê o avião **B** aproximar-se de sua aeronave.

Resposta: $\vec{v}_R$ é vertical, dirigida para cima e de intensidade aproximadamente igual a 1410 km/h.

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

17. Uma embarcação carregada com suprimentos zarpa de um porto **O** na costa às 7 h para fazer entregas em três pequenas ilhas, **A**, **B** e **C**, posicionadas conforme representa o esquema.

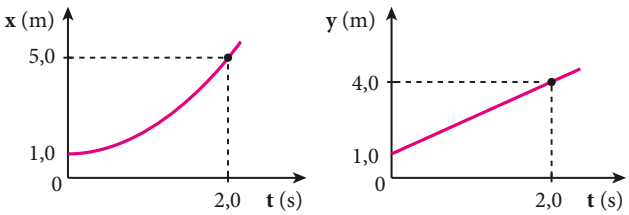


A embarcação atraca na ilha **C** às 13 h do mesmo dia. Calcule para o percurso total de **O** até **C**:

a) a velocidade escalar média;

b) a velocidade vetorial média.

18. Considere uma partícula em movimento sobre o plano cartesiano 0xy. Suas coordenadas de posição variam em função do tempo, conforme mostram os gráficos abaixo:



No intervalo de $t_0 = 0$ s a $t_1 = 2{,}0$ s, calcule:

a) a intensidade do deslocamento vetorial da partícula;

b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

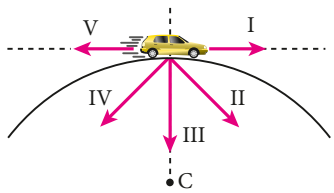
19. O carrinho esquematizado na figura a seguir percorre a trajetória circular da esquerda para a direita. **I**, **II**, **III**, **IV** e **V** são vetores que podem estar associados ao movimento.

Indique, justificando, que vetores representam melhor a velocidade e a aceleração do carrinho nos seguintes casos:

a) o movimento é acelerado;

b) o movimento é retardado;

c) o movimento é uniforme.



20. Admita que a trajetória da Terra em torno do Sol seja uma circunferência de raio $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m e que o ano terrestre tenha duração $T = 3{,}1 \cdot 10^7$ s.
Considerando o movimento de translação da Terra em torno do Sol e adotando $\pi \cong 3{,}1$, determine:

a) o módulo da velocidade vetorial do planeta em km/s;

b) a intensidade da sua aceleração vetorial em m/s^2.

21. Uma partícula percorre uma trajetória circular de 6,0 m de diâmetro, obedecendo à função $v = 1{,}0 + 4{,}0\,t$, com **v** em m/s e **t** em s. Para o instante $t = 0{,}50$ s, determine:

a) a intensidade da velocidade vetorial;

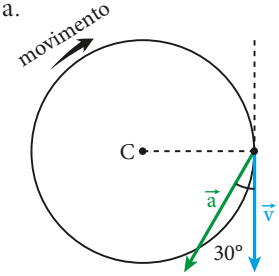
b) a intensidade da aceleração vetorial.

22. Uma partícula percorre uma circunferência de 1,5 m de raio no sentido horário, como está representado na figura abaixo. No instante t_0, a velocidade vetorial da partícula é $\vec{v}$ e a aceleração vetorial é $\vec{a}$.

Sabendo que $|\vec{v}| = 3{,}0$ m/s:

a) calcule $|\vec{a}|$;

b) diga se no instante t_0 o movimento é **acelerado** ou **retardado**. Justifique sua resposta.



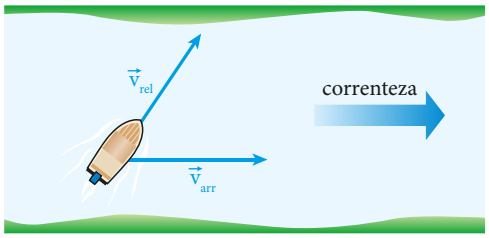
8. VELOCIDADE RELATIVA, DE ARRASTAMENTO E RESULTANTE

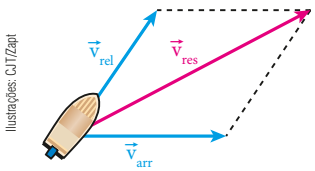
Consideremos um barco navegando em um rio, conforme ilustra a figura ao lado. Sejam $\vec{v}_{rel}$ a velocidade do barco em relação às águas e $\vec{v}_{arr}$ a velocidade das águas em relação às margens.

O barco tem, portanto, dois movimentos parciais: o **movimento relativo**, provocado pelo motor em relação às águas, com velocidade $\vec{v}_{rel}$, e o **movimento de arrastamento**, provocado pela correnteza, com velocidade $\vec{v}_{arr}$.

Fazendo a composição desses movimentos, o barco apresentará em relação às margens um **movimento resultante** com velocidade $\vec{v}_{res}$, que é dada pela soma vetorial de $\vec{v}_{rel}$ com $\vec{v}_{arr}$.

Note que o movimento provocado pelo motor do barco (movimento relativo) é o que a embarcação teria em relação às margens se no rio não houvesse correnteza (águas estivessem em repouso).





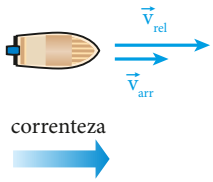
Ilustrações: CJT/Zapt

$$\vec{v}_{res} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr}$$

Casos particulares notáveis

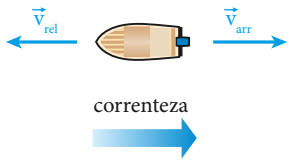
Simbolizando por v_{res}, v_{rel} e v_{arr} os módulos de $\vec{v}_{res}$, $\vec{v}_{rel}$ e $\vec{v}_{arr}$, respectivamente, temos:

I. O barco navega a favor da correnteza.



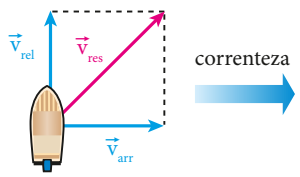
$$v_{res} = v_{rel} + v_{arr}$$

II. O barco navega contra a correnteza.



$$v_{res} = v_{rel} - v_{arr}$$

III. O barco é dirigido perpendicularmente à correnteza.



$$v_{res}^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$$

9. PRINCÍPIO DE GALILEU

Analisando a situação ilustrada na figura do item **III**, da seção **8**, como faríamos para calcular o intervalo de tempo **Δt** gasto pelo barco na travessia do rio, cuja largura admitiremos igual a **L**?

Consideramos no cálculo apenas o movimento relativo do barco, independentemente do movimento de arrastamento imposto pela água, pois a componente da velocidade associada à travessia é, nesse caso, exclusivamente $\vec{v}_{rel}$. A componente $\vec{v}_{arr}$ está relacionada com o deslocamento do barco rio abaixo, não tendo nenhuma relação com a travessia propriamente dita.

O cálculo do intervalo de tempo **Δt** é feito por:

$$v_{rel} = \frac{L}{\Delta t}$$

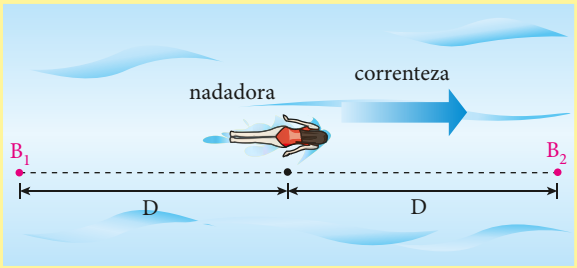
Logo: $$\Delta t = \frac{L}{v_{rel}}$$

Estudando situações análogas a esta, o cientista italiano Galileu Galilei (1564-1642) enunciou que:

> Se um corpo apresenta um movimento composto, cada um dos movimentos componentes se realiza como se os demais não existissem. Consequentemente, o intervalo de tempo de duração do movimento relativo é **independente** do movimento de arrastamento.

Uma situação intrigante!

Imagine que uma nadadora esteja descendo um rio sob a ação exclusiva da correnteza, arrastada pela água com velocidade constante de intensidade $\mathbf{v}_{arr}$, medida em relação às margens. Suponha que sua posição seja equidistante (distância **D**) de duas boias iguais, $\mathbf{B}_1$ e $\mathbf{B}_2$, que também descem o rio sob a ação exclusiva da água. Veja a ilustração ao lado.



Ilustrações: CJT/Zapt

Ela resolve, então, agarrar uma das boias e, para isso, coloca-se a nadar em linha reta rumo a uma delas com velocidade constante de intensidade $\mathbf{v}_{rel}$, medida em relação à água. Qual das duas boias a nadadora conseguiria atingir no menor intervalo de tempo, $\mathbf{B}_1$ ou $\mathbf{B}_2$? Pense um pouco.

Se você optou por $\mathbf{B}_1$ ou por $\mathbf{B}_2$, você errou, já que qualquer uma das boias poderia ser alcançada em um mesmo intervalo de tempo de duração **T**!

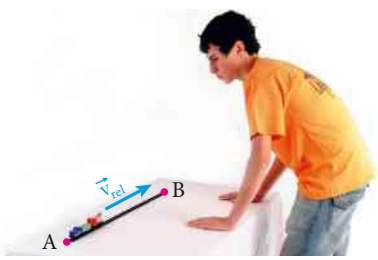
A explicação para esse fato é a seguinte: como a água afeta igualmente o movimento da nadadora e o das boias, impondo aos três a velocidade própria da correnteza ($\mathbf{v}_{arr}$), podemos raciocinar como se esse arrastamento não existisse. Logo, tudo se passa como se a água e as boias estivessem em repouso e só a nadadora se movimentasse! Isso significa que as duas boias poderiam ser alcançadas em intervalos de tempo de igual duração, já que a nadadora se desloca em movimento uniforme a partir de uma posição equidistante de ambas.

O valor de **T** fica determinado por: $v_{rel} = \frac{D}{T} \Rightarrow \boxed{T = \frac{D}{v_{rel}}}$

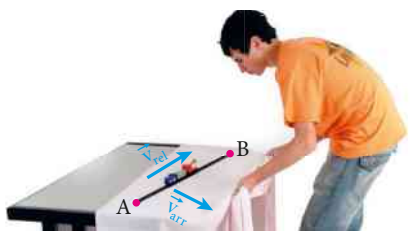
Visando reforçar o conceito de que o movimento relativo é independente do movimento de arrastamento, vamos estudar o exemplo a seguir, em que uma locomotiva de brinquedo se deslocará com velocidade constante sobre trilhos retilíneos, montados em cima de uma mesa horizontal forrada com uma toalha, indo da extremidade **A** à extremidade **B**.

Para tanto, considere duas situações:

I. A locomotiva irá de **A** até **B** com velocidade $\vec{v}_{rel}$ em relação à toalha, que será mantida em repouso em relação à mesa.



II. A locomotiva irá de **A** até **B** com velocidade $\vec{v}_{rel}$ em relação à toalha e esta, por sua vez, será puxada com velocidade $\vec{v}_{arr}$ em relação à mesa.



Fotografias: Fernando Favoretto/Criar Imagem

Nas duas situações, o intervalo de tempo Δt gasto pela locomotiva na travessia da mesa, da extremidade **A** à extremidade **B** do trilho, será o mesmo, independentemente do movimento de arrastamento imposto pela toalha na situação **II**.

Sendo **L** a distância de **A** até **B**, o intervalo de tempo Δt fica determinado nos dois casos por:

$$v_{rel} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{L}{v_{rel}}}$$

EM BUSCA DE **EXPLICAÇÕES**

Aeronaves em voo sob a ação de ventos

Os aviões modernos dispõem de um grande número de equipamentos que auxiliam na pilotagem, além de computadores e sistemas de segurança, o que lhes permite voar praticamente sozinhos, com mínima ingerência da tripulação.

A cabine de comando, em alguns casos, mais parece um ambiente multimídia repleto de *joysticks* e *video games*.

Christophe Launay/Corbis/Latinstock

Piloto (à esquerda) e copiloto em ação na cabine de comando de um moderno avião de passageiros.

Apesar de todos esses dispositivos, condições meteorológicas adversas podem surgir durante um voo, exigindo eficiência de todos esses aparelhos e perícia do comandante.

Suponha que logo após uma decolagem a cabine de comando de um grande avião de passageiros receba a informação de que um forte vento com velocidade de arrastamento $(\vec{v}_{arr})$ com intensidade constante igual a 72 km/h soprará horizontalmente durante toda a viagem no sentido de oeste para leste.

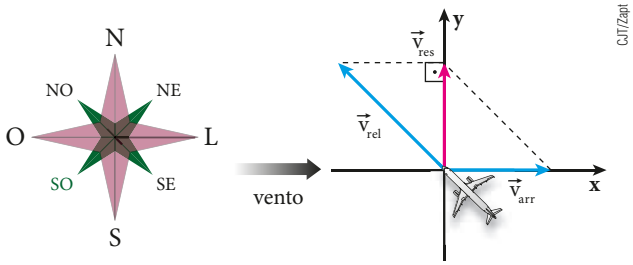
Admita que a velocidade do avião em relação ao ar, sem vento, $(\vec{v}_{rel})$ tenha intensidade constante de 650 km/h e que o voo tenha sido planejado para ocorrer horizontalmente no sentido de sul para norte ao longo de 1 292 km.

Roger Bamber/Alamy/Fotoarena

Decolagem para voo em linha reta com intenso vento lateral.

Para seguir a rota planejada, o piloto deverá aproar o avião entre noroeste e norte de modo que a velocidade resultante da aeronave, medida em relação ao solo, seja horizontal com sentido de sul para norte.

Isso significa que a equipe de comando terá de providenciar uma composição entre o movimento relativo da aeronave e a velocidade de arrastamento imposta pelo vento. Observe o esquema abaixo:



CJT/Zapt

A partir da situação proposta, desprezando-se os intervalos de tempo gastos no taxiamento em solo, decolagem e pouso, como seria feito o cálculo da duração total do voo?

I. Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras**, calcula-se inicialmente a intensidade da velocidade resultante $(\vec{v}_{res})$ do avião.

$$(v_{rel})^2 = (v_{res})^2 + (v_{arr})^2 \Rightarrow (650)^2 = (v_{res})^2 + (72)^2$$

Logo: $v_{res} = 646$ km/h

II. Em seguida, sabendo-se que o movimento resultante é uniforme, calcula-se a duração total do voo.

$$v_{res} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 646 = \frac{1292}{\Delta t}$$

De modo que: $\Delta t = 2{,}0$h

É importante observar que, conhecidos os lados do triângulo retângulo destacado no esquema ($\mathbf{v}_{rel}$, $\mathbf{v}_{arr}$ e $\mathbf{v}_{res}$), pode-se determinar por meio de relações trigonométricas o valor do ângulo θ entre o eixo da fuselagem do avião e a direção sul-norte. Apresente, pelo menos, duas dessas relações.

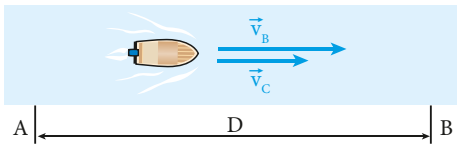
- Junto com um colega, analise e resolva a situação proposta a seguir. Se necessário, peça auxílio ao professor.
  Se a intensidade da velocidade de arrastamento imposta pelo vento $(\vec{v}_{arr})$ aumentar, o que deverá ocorrer com a intensidade da velocidade do avião em relação ao ar sem vento $(\vec{v}_{rel})$ e com o ângulo θ formado entre essa velocidade e a direção sul-norte para que a velocidade resultante do avião em relação ao solo $(\vec{v}_{res})$ não se modifique?

QUESTÕES COMENTADAS

23 Um barco motorizado desce um rio deslocando-se de um porto **A** até um porto **B**, distante 36 km, em 0,90 h. Em seguida, esse mesmo barco sobe o rio deslocando-se do porto **B** até o porto **A** em 1,2 h. Sendo v_B a intensidade da velocidade do barco em relação às águas e v_C a intensidade da velocidade das águas em relação às margens, calcule v_B e v_C.

RESOLUÇÃO

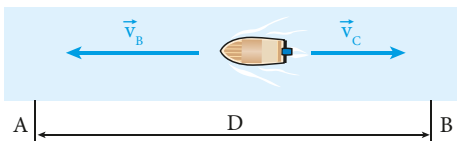
O barco **desce** o rio:



$$v_B + v_C = \frac{D}{\Delta t_1} \Rightarrow v_B + v_C = \frac{36\ km}{0{,}90\ h}$$

$$v_B + v_C = 40\ (km/h) \quad (I)$$

O barco **sobe** o rio:



$$v_B - v_C = \frac{D}{\Delta t_2} \Rightarrow v_B - v_C = \frac{36\ km}{1{,}2\ h}$$

$$v_B - v_C = 30\ (km/h) \quad (II)$$

Fazendo (**I**) + (**II**), temos: $2\,v_B = 70 \Rightarrow v_B = 35\ km/h$

De (**I**) ou (**II**), obtemos: $v_C = 5{,}0\ km/h$

Se ocorresse uma situação particular em que $v_B = v_C$, o barco permaneceria em repouso em relação às margens do rio. Nesse caso, o "esforço" exercido por seu motor seria anulado pelo "esforço" provocado pelo arrastamento das águas.

Resposta: 35 km/h e 5,0 km/h.

24 Um rio de margens retilíneas e largura constante igual a 5,0 km tem águas que correm paralelamente às margens, com velocidade de intensidade 30 km/h. Um barco, cujo motor lhe imprime velocidade de intensidade sempre igual a 50 km/h em relação às águas, faz a travessia do rio.

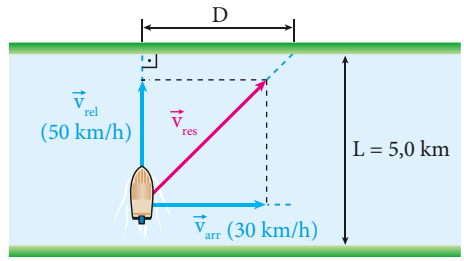
a) Qual é o mínimo intervalo de tempo possível para que o barco atravesse o rio?

b) Para atravessar o rio no intervalo de tempo mínimo, que distância o barco percorre paralelamente às margens?

c) Qual é o intervalo de tempo necessário para que o barco atravesse o rio percorrendo a menor distância possível?

RESOLUÇÃO

a) A travessia do rio é feita no menor intervalo de tempo possível quando a velocidade do barco em relação às águas é mantida **perpendicular** à velocidade da correnteza.
(O movimento relativo é independente do movimento de arrastamento.)



Ilustrações: CJT/Zapt

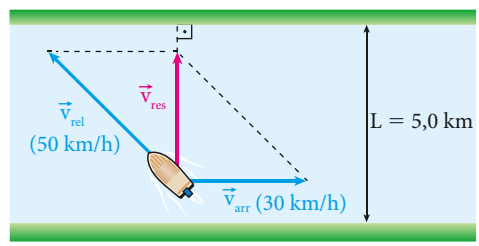
Travessia em **tempo mínimo**

$$v_{rel} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 50 = \frac{5{,}0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0{,}10\ h = 6{,}0\ min$$

b) A distância **D** que o barco percorre paralelamente às margens, arrastado pelas águas do rio, é calculada por:

$$v_{arr} = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow 30 = \frac{D}{0{,}10} \Rightarrow D = 3{,}0\ km$$

c) A travessia do rio é feita com o barco percorrendo a menor distância possível entre as margens quando sua velocidade em relação ao solo (velocidade resultante) é mantida **perpendicular** à velocidade da correnteza.



Travessia em **distância mínima**

I. Pelo **Teorema de Pitágoras**:

$$(v_{rel})^2 = (v_{res})^2 + (v_{arr})^2 \Rightarrow (50)^2 = (v_{res})^2 + (30)^2$$

$$v_{res} = 40\ km/h$$

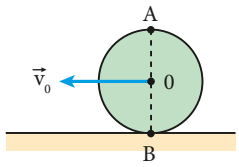
II. $$v_{res} = \frac{L}{\Delta t'} \Rightarrow 40 = \frac{5{,}0}{\Delta t'}$$

$$\Delta t' = 0{,}125\ h = 7{,}5\ min$$

Observe que, neste caso, o barco "anda pouco", mas "demora muito", já que parte do "esforço" de seu motor é utilizado para "brigar" com a água.

Respostas: a) 6,0 min; b) 3,0 km; c) 7,5 min.

25 Um disco rola sobre uma superfície plana, sem deslizar. A velocidade do centro **O** é $\vec{v}_0$.



Em relação ao plano de rolagem, responda:

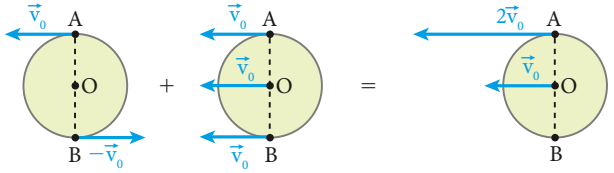
a) qual é a velocidade $\vec{v}_B$ do ponto **B**?

b) qual é a velocidade $\vec{v}_A$ do ponto **A**?

RESOLUÇÃO

Os pontos **A** e **B** têm **dois movimentos parciais**: o **relativo**, provocado pela **rotação** do disco, e o de **arrastamento**, provocado pela **translação**. O movimento **resultante**, observado do plano de rolagem, é a **composição** desses movimentos parciais.

Como não há deslizamento da roda, a velocidade do ponto **B**, em relação ao plano de rolagem, é **nula**. Por isso, as velocidades desse ponto, devidas aos movimentos relativo e de arrastamento, devem ter mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos, como está representado nas figuras a seguir:



Movimento relativo. Movimento de arrastamento. Movimento resultante.

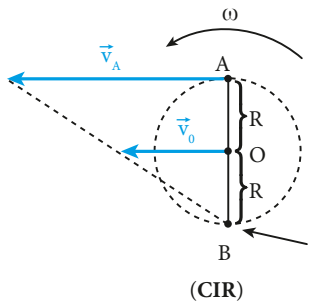
a) Ponto **B**: $\vec{v}_B = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr} \Rightarrow \vec{v}_B = -\vec{v}_0 + \vec{v}_0$

$$\vec{v}_B = \vec{0}$$

b) Ponto **A**: $\vec{v}_A = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr} \Rightarrow \vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{v}_0$

$$\vec{v}_A = 2\vec{v}_0$$

Em situações como essa, podemos raciocinar também em termos do **centro instantâneo de rotação** (**CIR**), que, no caso, é o ponto **B**. Tudo se passa como se **A** e **B** pertencessem a uma "barra rígida", de comprimento igual ao diâmetro do disco, articulada em **B**. Essa barra teria, no instante considerado, velocidade angular ω, de modo que:



(**CIR**)

Ponto **A**: $v_A = \omega\, 2R$

Ponto **O**: $v_0 = \omega\, R$

Comparando-se as duas expressões, conclui-se que:

$$v_A = 2v_0$$

Respostas: a) $\vec{0}$; b) $2\vec{v}_0$

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

26. Um garoto vai da base de uma escada rolante até seu topo e volta do topo até sua base, gastando um intervalo de tempo total de 12 s. A velocidade dos degraus da escada rolante em relação ao solo é de 0,50 m/s e a velocidade do garoto em relação aos degraus é de 1,5 m/s. Desprezando o intervalo de tempo gasto pelo garoto na inversão do sentido do seu movimento, calcule o comprimento da escada rolante.

27. Um barco provido de um motor que lhe imprime velocidade de 40 km/h em relação às águas é posto a navegar em um rio de margens paralelas e largura igual a 10 km, cujas águas correm com velocidade de 10 km/h em relação às margens.

a) Qual é o menor intervalo de tempo para que o barco atravesse o rio? Esse intervalo de tempo depende da velocidade da correnteza?

b) Supondo que o barco atravesse o rio no menor intervalo de tempo possível, qual é a distância percorrida por ele em relação às margens?

28. Seja $\vec{v}_1$ a velocidade de um barco em relação às águas de um rio de margens paralelas e $\vec{v}_2$ a velocidade das águas em relação às margens. Sabendo que $v_1 = 40$ km/h e que $v_2 = 20$ km/h, determine o ângulo entre $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ para que o barco atravesse o rio perpendicularmente às margens. Admita que $\vec{v}_2$ seja paralela às margens.

29. Um trem dotado de janelas laterais retangulares de dimensões 80 cm (base) × 60 cm (altura) viaja ao longo de uma ferrovia retilínea e horizontal com velocidade constante de intensidade 40 km/h. Ao mesmo tempo, cai uma chuva vertical (chuva sem vento), de modo que as gotas apresentam, em relação ao solo, velocidade constante de intensidade **v**. Sabendo que o trajeto das gotas de chuva observado das janelas laterais do trem tem a direção da diagonal dessas janelas, determine:

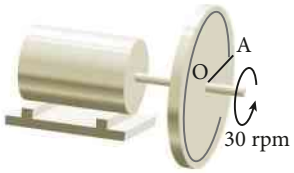
a) o valor de **v**;

b) a intensidade da velocidade das gotas de chuva em relação a um observador no trem.

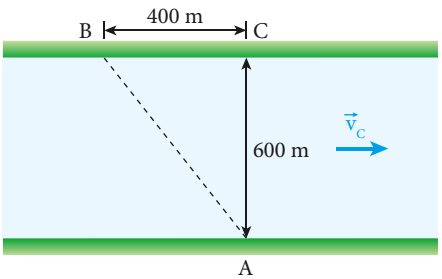
30. Um inseto percorre o raio OA = 10 cm da polia representada na figura, com velocidade de intensidade constante igual a 5,0 cm/s, medida em relação à polia. Esta, por sua vez, está rigidamente acoplada ao eixo de um motor que gira de modo uniforme, realizando 30 rotações por minuto.

Sabendo que o inseto passa pelo ponto **O** no instante $t_0 = 0$,

calcule a intensidade da sua velocidade em relação à base de apoio do motor no instante $t_1 = 0{,}80$ s. Adote nos cálculos $\pi = 3$.

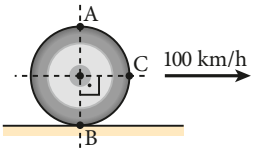


31. Considere um rio de margens paralelas e cuja correnteza tem velocidade constante de módulo $\mathbf{v}_C$.
Uma lancha tem velocidade relativa às águas constante e de módulo 10 m/s.
Navegando em linha reta, a lancha parte do ponto **A** e atinge a margem oposta no ponto **B**, indicado na figura, gastando um intervalo de tempo de 100 s.



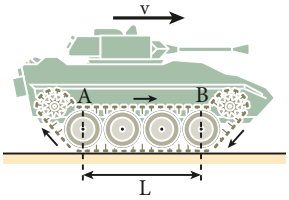
Pede-se: calcular o valor de $\mathbf{v}_C$.

32. Um carro trafega a 100 km/h sobre uma rodovia retilínea e horizontal. Na figura, está representada uma das rodas do carro, na qual estão destacados três pontos: **A**, **B** e **C**.
Desprezando derrapagens, calcule as intensidades das velocidades de **A**, **B** e **C** em relação à rodovia.
Adote nos cálculos $\sqrt{2} \cong 1{,}4$.



Ilustrações: CJT/Zapt

33. O tanque de guerra esquematizado na figura está em movimento retilíneo e uniforme para a direita, com velocidade de módulo **v**. Não há escorregamento da esteira em relação ao solo nem da esteira em relação aos roletes.



Os roletes maiores têm raio **R** e giram em torno dos respectivos eixos com frequência de 50 rpm.
Os roletes menores, das extremidades, têm raio $2\frac{R}{3}$ e também giram em torno dos respectivos eixos.
Sabendo que determinado elo da esteira gasta 1,5 s para se deslocar do ponto **A** até o ponto **B**, conforme indicado na figura, e que nesse intervalo de tempo esse elo sofre um deslocamento de 6,0 m em relação ao solo, calcule:
a) o valor de **v**, bem como o do comprimento **L**;
b) a frequência de rotação dos roletes menores.

DESCUBRA **MAIS**

1. No capítulo **3**, **Movimento circular uniforme**, você viu a definição de velocidade escalar angular, medida no SI em rad/s, e que, de forma geral, expressa a rapidez de varredura de ângulos. Em uma avaliação mais ampla, que passe pelo estudo da rotação de sólidos, a velocidade angular é uma grandeza escalar ou vetorial? Pesquise.

2. Admita que exista uma longa ferrovia retilínea denominada Norte-Sul superposta a um dos meridianos terrestres e que cruze a linha do Equador. Um trem-bala trafega regularmente nessa ferrovia com velocidade constante de intensidade igual a 500 km/h em relação ao solo. Considere o movimento de rotação da Terra com período de 24 h e suponha que o planeta seja esférico com raio igual a $6{,}4 \cdot 10^6$ m. Em relação a um referencial fixo no centro da Terra, qual é a intensidade da velocidade do trem, em km/h, no instante em que ele cruza a linha do Equador?

3. Se a calota de um carro que se desloca em movimento retilíneo e uniforme se desprender da roda, no instante em que ela tocar o solo, ainda em rotação em um plano perpendicular ao da estrada e deslocando-se no sentido do movimento do carro, seu centro desenvolverá uma velocidade de translação relativa ao solo menor que a do veículo. Por isso, o acessório se distanciará do automóvel, tendendo a se tornar um objeto perdido. Suponha que, no instante em que a calota toca o solo, sua velocidade angular seja igual à velocidade angular de rotação das rodas do carro. Explique por que a calota se distancia do veículo e substancie sua justificativa em expressões matemáticas.

INTERSABERES

Furacão: ira da natureza

O vocábulo *furacão* vem da cultura maia, dos povos que habitavam a península de Yucatán, na América Central. É uma referência ao deus Huracan, divindade que se incumbia da constante tarefa de destruir e reconstruir a natureza, sendo por isso associado a tormentas e vendavais.

Os furacões são ciclones tropicais de grande intensidade que se originam em latitudes geralmente baixas, nas regiões próximas à linha do Equador, quando aglomerados de nuvens de chuva recebem, por convecção, o ar quente e úmido que sobe das águas mornas dos oceanos. São sistemas de baixa pressão que fazem com que grandes massas de ar girem como um vórtice (redemoinho) em torno de um núcleo central denominado olho, provocando, em terra, tempestades muito fortes e ventos de até 320 km/h. Constituem, com os terremotos, uma força natural de imenso poder destruidor. Na maior parte dos casos, no hemisfério Sul os ciclones tropicais têm rotação horária, ocorrendo o oposto no hemisfério Norte. O sentido com que se movimentam as massas de ar é determinado principalmente pela rotação da Terra, que impõe às diversas camadas atmosféricas forças de cisalhamento diferentes entre si. Essas forças são mais intensas nas proximidades da linha do Equador, onde os pontos do solo giram ao redor do eixo do planeta com velocidades tangenciais maiores, impondo ao ar das proximidades movimentos mais céleres.

Se os furacões fossem simétricos e permanecessem imóveis em relação ao solo, os ventos soprariam em posições equidistantes do olho com velocidades de mesma intensidade. Em razão de seu deslocamento paralelo à crosta, porém, os ventos em posições equidistantes do olho apresentam velocidades distintas em relação a um referencial terrestre, fruto da composição dos movimentos relativo e de arrastamento a que ficam sujeitas as massas de ar.

O furacão Andrew, que atingiu o estado da Flórida em agosto de 1992, foi o mais devastador já registrado nos Estados Unidos. O pior de todos até o momento, entretanto, foi o Mitch, que, em outubro e novembro de 1998, provocou verdadeira desolação em Honduras, Nicarágua, El Salvador, Guatemala e sul da Flórida, tendo sido classificado como de categoria 5 na escala de Saffir-Simpson, que vai de 1 a 5. O Katrina, de categoria 4, atingiu de forma contundente a cidade de Nova Orleans, no estado estadunidense de Luisiana, em agosto de 2005.

No Brasil, é comum a ocorrência de ciclones extratropicais, sobretudo na Região Sul, porém com ventos menos intensos que os de um ciclone tropical ou mesmo um furacão. Os ciclones extratropicais se formam em águas de temperaturas mais baixas, por volta de 24 °C.

NASA Image courtesy Jacques Descloitres

Um furacão oriundo das águas do Mar do Caribe, que aparece nesta fotografia de satélite obtida em setembro de 2004, ao adentrar a costa leste dos Estados Unidos, teve maior potencial destrutivo do lado direito do seu olho, já que, devido à composição dos movimentos relativo e de arrastamento, a velocidade dos ventos em relação ao solo nessa região foi maior que em posições simétricas do lado esquerdo.

Compreensão, pesquisa e debate

1. Junto com um colega, pesquise acerca das diferenças entre ciclones e furacões. Além disso, descubra o que são e como se formam os tornados. Compartilhe, com os demais colegas e o professor, as informações obtidas.
2. O número de ciclones extratropicais tem aumentado significativamente no Brasil, especialmente na Região Sul do país. Que teorias melhor justificam esse fato? Se necessário, peça orientação ao professor para realizar essa pesquisa. Professores de outras disciplinas também podem ser consultados.

UNIDADE

2 DINÂMICA

A **Dinâmica** é a parte da Física que estuda os movimentos considerando as causas que os produzem e modificam. Esse setor da Mecânica exige em sua apresentação outras grandezas além de comprimento e tempo. São necessários também os conceitos de massa, força, energia e quantidade de movimento, entre outros.

Photo Researchers/Diomedia

Astronauta Stephen Robinson em missão no espaço, preso ao Canadarm2, braço da Estação Espacial Internacional. Agosto de 2005.

NESTA UNIDADE

5 PRINCÍPIOS DA DINÂMICA

6 ATRITO ENTRE SÓLIDOS

7 RESULTANTES TANGENCIAL E CENTRÍPETA

8 GRAVITAÇÃO

9 MOVIMENTOS EM CAMPO GRAVITACIONAL UNIFORME (BALÍSTICA)

10 TRABALHO E POTÊNCIA

11 ENERGIA MECÂNICA E SUA CONSERVAÇÃO

12 QUANTIDADE DE MOVIMENTO E SUA CONSERVAÇÃO

CAPÍTULO 5

PRINCÍPIOS DA DINÂMICA

1. INTRODUÇÃO

Hoje, temos à nossa disposição muito mais tecnologia do que tinham as pessoas dos séculos passados. Dispomos atualmente de telefones celulares, *laptops*, *tablets*, TVs de plasma, entre outros itens que proporcionam nossa conectividade e conforto.

Mas de onde veio esse conhecimento que culminou em todas essas tecnologias que não param de evoluir? Ele surge com os primeiros humanos, seres inteligentes, que nunca pararam de inovar e aprimorar seus inventos.

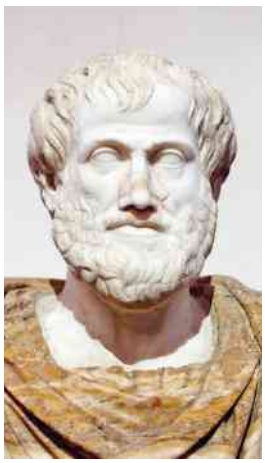
Devemos, então, contemplar as eras passadas com respeito, gratidão e admiração, uma vez que a evolução do conhecimento ocorre de maneira interligada, com uma descoberta fomentando a aparição das próximas.

Vivemos em um Universo em movimento. Galáxias se movem; o mesmo acontece com estrelas, planetas etc. Uma pedra em queda, uma pessoa caminhando ou um elétron se movimentando no interior de um acelerador de partículas são situações de movimento que exigem análise e compreensão.

Os movimentos fascinam o espírito indagador humano desde os mais remotos tempos. Muitos pensadores formularam hipóteses na tentativa de explicá-los. O filósofo grego Aristóteles apresentou teorias que vigoraram por muitos séculos, pois se adequavam ao pensamento religioso da época. Posteriormente, entretanto, suas ideias foram em grande parte refutadas por Galileu Galilei. Depois deste, seguiram-se Isaac Newton e Albert Einstein, que deram sustentação matemática às teorias já existentes e ampliaram o conhecimento sobre os movimentos.

A **Dinâmica** é a parte da Mecânica que estuda os movimentos, considerando os fatores que os produzem e modificam.

Nessa parte da Física, aparecem as leis que regem os movimentos, envolvendo os conceitos de massa, força e energia, entre outros. Em nosso estudo, abordaremos a chamada Mecânica Clássica, que é baseada nos pensamentos de Galileu e Newton. Apresentaremos em Física Moderna os fundamentos da Mecânica Relativística de Einstein.



Ludovisi Collection/Museu Nacional de Roma – Palazzo Altemps

Aristóteles (384 a.C.-322 a.C.). Considerado um dos maiores pensadores do Ocidente, nasceu na Grécia, na cidade de Estagira (hoje em dia, Stavros), dominada na época pelos macedônios. Discípulo de Platão, durante grande parte da sua vida viveu em Atenas, onde produziu uma obra de importância fundamental para o desenvolvimento do pensamento humano, abrangendo praticamente todos os assuntos de interesse para a Filosofia e a Ciência. Seus postulados constituem a base da lógica e muitas de suas citações sobre os movimentos tiveram, no mínimo, relevância histórica, já que estimularam outros pensadores a iniciar uma discussão mais fundamentada sobre o assunto.

Portrait of Galileo Galilei, Justus Sustermans, 1636/National Maritime Museum, Greenwich, Londres

Galileu Galilei (1564-1642). Italiano de Pisa, é considerado o fundador da Ciência Moderna pela introdução do **método científico** – compreensão e comprovação das leis da natureza por meio da experimentação sistemática. Estudou a queda dos corpos e inventou uma série de instrumentos científicos ligados à Hidrostática e à Astronomia. Desenvolveu o telescópio, que lhe permitiu observar a Lua, os anéis de Saturno, os satélites de Júpiter e as manchas solares. Deu forte apoio à teoria heliocêntrica de Copérnico, o que lhe custou enfrentamentos com a Igreja.

2. O EFEITO DINÂMICO DE UMA FORÇA

Na Cinemática, estudamos diversas situações em que a aceleração vetorial não é nula, ou seja, as partículas movimentam-se com velocidade vetorial variável. É o que acontece, por exemplo, nos movimentos acelerados, em que há aumento do módulo da velocidade no decorrer do tempo. Entretanto, esses movimentos de aceleração não nula foram apresentados sem que fosse feita uma pergunta fundamental: quem é o agente físico causador da aceleração? E a resposta aqui está: é a **força**.

Somente sob a ação de uma força é que uma partícula pode ser acelerada, isto é, pode experimentar variações de velocidade vetorial ao longo do tempo.

Força é o agente físico cujo efeito dinâmico é a aceleração.

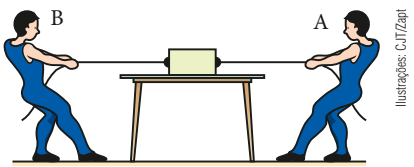
Os *dragsters* são veículos capazes de arrancar com acelerações muito elevadas, se comparadas às dos carros comuns, conseguindo atingir 500 km/h em apenas 8 s, depois de partirem do repouso. Isso se deve a um motor especial, de grande potência, instalado em uma estrutura leve e de aerodinâmica adequada. Para obter essa aceleração, os *dragsters* requerem uma força propulsora externa que é aplicada pelo solo sobre as rodas motrizes traseiras.

Zuma Press/Glow Images

Dragster em sessão de teste em pista de corrida. Las Vegas, 2012.

3. CONCEITO DE FORÇA RESULTANTE

Consideremos o arranjo experimental representado na figura a seguir, em que um bloco, apoiado em uma mesa horizontal e lisa, é puxado horizontalmente pelos garotos **A** e **B**.

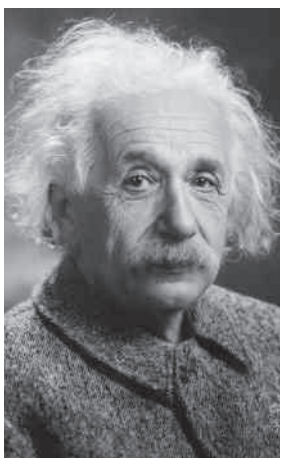


Ilustrações: CJT/Zapt

O garoto **A** puxa o bloco para a direita, aplicando-lhe uma força $\vec{F}_A$. O garoto **B**, por sua vez, puxa o bloco para a esquerda, exercendo uma força $\vec{F}_B$. Esquematicamente, temos:

Sir James Thornhill. Portrait of Sir Isaac Newton, 1710/ The Bridgeman Art Library/Keystone Brasil

Isaac Newton (1642-1727). Inglês, natural de Woolstorpe, fundamentou-se nos trabalhos de Galileu para apresentar as leis do movimento em seu livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Elaborou a extremamente importante Lei da Atração das Massas, que deu à Física e à Astronomia explicações essenciais. Formulou teorias sobre Óptica e estudou a decomposição da luz branca em prismas. Ao perceber que a matemática da época era insuficiente para descrever completamente os fenômenos físicos conhecidos, desenvolveu o Cálculo Diferencial e Integral, abrindo novos horizontes aos pesquisadores.



Orren Jack Turner

Albert Einstein (1879-1955). Alemão de Ulm, publicou, em 1905, a Teoria da Relatividade ao descobrir que os princípios da Mecânica Clássica de Galileu e Newton eram inadequados para descrever movimentos de corpos a velocidades próximas à da luz no vácuo (aproximadamente $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s). Em sua teoria, os conceitos de comprimento, massa e tempo adquirem caráter relativo, já que dependem da velocidade do corpo considerado. Einstein, homem genial, foi distinguido com o Nobel de Física, em 1921, por trabalhos sobre o efeito fotoelétrico.

Se apenas **A** puxasse o bloco, este seria acelerado para a direita, com aceleração $\vec{a}_A$. Se, entretanto, apenas **B** puxasse o bloco, este seria acelerado para a esquerda, com aceleração $\vec{a}_B$.

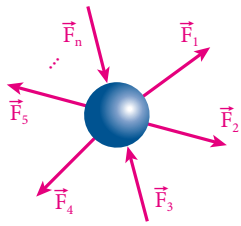
Supondo que **A** e **B** puxem o bloco conjuntamente, observaremos como produto final uma aceleração $\vec{a}$, que poderá ter características diversas. Tudo dependerá da intensidade de $\vec{F}_A$ comparada à de $\vec{F}_B$:

- se $|\vec{F}_A| > |\vec{F}_B|$, notaremos $\vec{a}$ dirigida para a direita;
- se $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_B|$, teremos $\vec{a} = \vec{0}$;
- se $|\vec{F}_A| < |\vec{F}_B|$, $\vec{a}$ será orientada para a esquerda.

A **força resultante** de $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ equivale a uma força única que, atuando sozinha, imprime ao bloco a mesma aceleração $\vec{a}$ que $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ imprimiriam se agissem em conjunto.

Considere a partícula da figura ao lado submetida à ação de um sistema de **n** forças.

A resultante $(\vec{F})$ desse sistema de forças é a soma vetorial das **n** forças que o compõem:



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$$

É fundamental destacar, porém, que a resultante $\vec{F}$ não é uma força a mais a agir na partícula; $\vec{F}$ é apenas o resultado de uma adição vetorial.

4. EQUILÍBRIO DE UMA PARTÍCULA

Dizemos que uma partícula está em **equilíbrio** em relação a um dado referencial quando a resultante das forças que nela agem é nula.

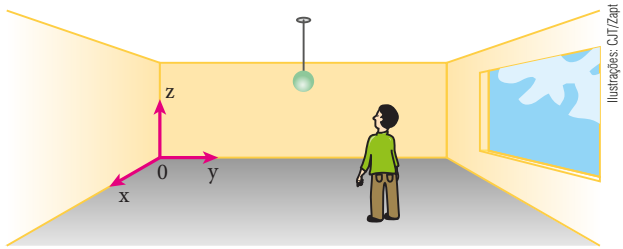
Distinguem-se dois tipos de equilíbrio para uma partícula: **equilíbrio estático** e **equilíbrio dinâmico**.

Equilíbrio estático

Dizemos que uma partícula está em **equilíbrio estático** quando se apresenta em repouso em relação a um dado referencial.

Estando em equilíbrio estático, uma partícula tem velocidade vetorial constante e nula $(\vec{v} = \text{constante} = \vec{0})$.

Considere, por exemplo, a situação da figura abaixo, em que um homem pendurou no teto de uma sala uma pequena esfera, utilizando um cordão. Suponha que ele tenha associado a um dos cantos da sala um referencial cartesiano, formado pelos eixos **x** (abscissas), **y** (ordenadas) e **z** (cotas).



Ilustrações: CJT/Zapt

Se a posição da esfera é invariável em relação ao referencial adotado, temos uma situação de equilíbrio estático. A esfera está em repouso (velocidade vetorial nula) e a resultante das forças que nela agem é nula.

Equilíbrio dinâmico

Dizemos que uma partícula está em **equilíbrio dinâmico** quando se apresenta em movimento retilíneo e uniforme (MRU) em relação a um dado referencial.

Estando em equilíbrio dinâmico, uma partícula tem velocidade vetorial constante e não nula $(\vec{v} = \text{constante} \neq \vec{0})$.

Considere, por exemplo, uma rampa seguida de uma plataforma plana, horizontal e infinitamente longa. Uma partícula parte do repouso no ponto **A**, desce a rampa em movimento acelerado e atinge a plataforma horizontal.

Por algum tempo, a partícula percorre a plataforma até parar. Por que a partícula para? Isso se deve às forças resistentes que se opõem ao seu movimento: a força de atrito, entre a partícula e a superfície da plataforma, e a força de resistência exercida pelo ar.

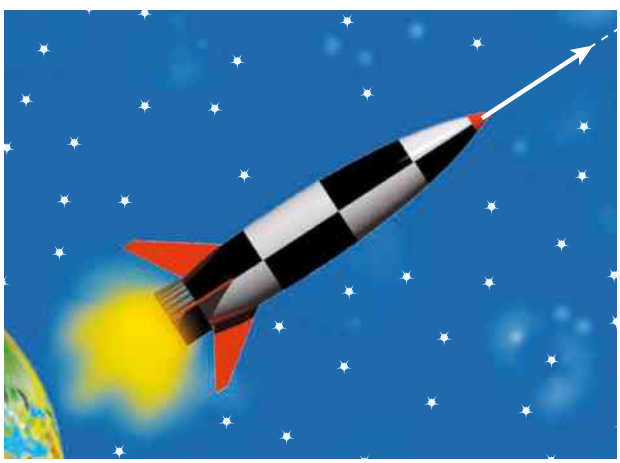
Suponha, agora, que seja feito um bom polimento na superfície, de modo que se reduza a intensidade do atrito atuante na partícula. Repetindo o experimento, o que observamos? Nesse caso, a partícula desce a rampa e percorre, na plataforma horizontal, um espaço maior que no caso anterior. Isso se deve à menor resistência ao movimento.

Se fosse possível eliminar completamente o atrito e a resistência do ar, o que ocorreria se, mais uma vez, a partícula fosse abandonada no ponto **A**? Agora ela desceria a rampa aceleradamente e, na plataforma horizontal, se moveria indefinidamente, já que a plataforma é suposta infinita. Durante o movimento na plataforma, a partícula estaria livre da ação de uma força resultante. Assim, não haveria força alguma favorecendo o movimento ou opondo-se a ele. Sob resultante nula, a partícula seguiria com velocidade vetorial constante e não nula, isto é, seguiria em movimento retilíneo e uniforme.

Nas condições do último caso, temos, no trecho horizontal, uma situação de equilíbrio dinâmico.

Outro exemplo em que se pode analisar o equilíbrio dinâmico é o lançamento de uma nave espacial da Terra rumo a um astro distante. Inicialmente seu movimento é acelerado sob a ação dos sistemas propulsores em franco funcionamento.

Ilustrações: Luis Fernando R. Tucillo



Representação artística de nave espacial em **movimento acelerado** (elementos sem proporção entre si e em cores fantasia).

Ao atingir regiões do espaço onde as influências gravitacionais são desprezíveis, entretanto, os sistemas propulsores podem ser desligados. Com esses sistemas desligados a nave não para; segue em movimento retilíneo e uniforme, mantendo constante a velocidade que tinha no instante do desligamento. Livre de ações gravitacionais significativas e com os sistemas propulsores desligados, a nave está em equilíbrio dinâmico.

Representação artística de nave espacial em MRU – **equilíbrio dinâmico** (elementos sem proporção entre si e em cores fantasia).

5. CONCEITO DE INÉRCIA

Inércia é a tendência dos corpos em conservar sua velocidade vetorial.

Exemplifiquemos o conceito de inércia abordando uma situação conhecida de todos: trata-se do corriqueiro caso do passageiro que viaja de pé no corredor de um ônibus.

Suponhamos que o ônibus esteja parado diante de um semáforo. Quanto valem as velocidades do ônibus e do passageiro em relação à Terra? Zero! Então, o ônibus arranca e, como se diz na linguagem cotidiana, o passageiro é "jogado para trás". Nesse momento, ele está manifestando **inércia de repouso**, pois tende a continuar, em relação à Terra, parado no mesmo lugar. É importante frisar que, em relação à Terra, o passageiro não foi "jogado para trás": na realidade, seu corpo apenas manifestou uma tendência de manter a velocidade nula.

Vamos supor ainda que o ônibus esteja viajando por uma estrada retilínea, plana e horizontal, com velocidade de 60 km/h. Quanto vale a velocidade do passageiro, nesse caso, em relação à Terra? Também 60 km/h. Então, o ônibus freia bruscamente e o passageiro é "atirado para a frente". Nessa situação, ele está manifestando **inércia de movimento**, pois tende a continuar, em relação à Terra, com a mesma velocidade (60 km/h), em movimento retilíneo e uniforme. É importante destacar que, em relação à Terra, o passageiro não foi "atirado para a frente": na realidade, seu corpo apenas manifestou uma tendência de manter a velocidade anterior à freada.

Considerando as situações apresentadas, o passageiro entrará em movimento a partir do repouso ou será freado a partir de 60 km/h se receber, do meio que o cerca, uma **força**. Só com a aplicação de uma força externa adequada é que suas tendências inerciais serão vencidas e, consequentemente, sua velocidade vetorial será alterada. Assim, podemos concluir:

Tudo o que possui matéria tem inércia.
A inércia é uma característica própria da matéria.

Para que as tendências inerciais de um corpo sejam vencidas, é necessária a intervenção de força externa.

6. O PRINCÍPIO DA INÉRCIA (1ª LEI DE NEWTON)

Este princípio está implícito nas seções anteriores. Vamos agora formalizá-lo por meio de dois enunciados equivalentes.

Primeiro enunciado

Se a força resultante sobre uma partícula é nula, ela permanece em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme, por inércia.

Como exemplo, admitamos um grande lago congelado, cuja superfície é perfeitamente lisa, plana e horizontal. No local, não há presença de ventos e a influência do ar é desprezível. Em um caminhão parado no meio do lago, a força resultante é nula. Se o motorista tentar arrancar com o veículo, não conseguirá, pois, por causa da inexistência de atrito, o caminhão permanecerá "patinando", sem sair do lugar.

Ilustrações: CJT/Zapt

em repouso

Enquanto a força resultante for nula, o caminhão, que já estava parado, permanecerá em repouso por inércia.

Vamos supor, no entanto, que alguma força externa coloque o caminhão em movimento e, imediatamente, pare de atuar sobre ele. Após isso, a velocidade do veículo será constante, ou seja, ele seguirá em linha reta, em movimento uniforme. Se o motorista virar o volante para qualquer lado ou acionar os freios, nada ocorrerá. Pelo fato de a força resultante ser nula, o movimento do caminhão não será afetado.

MRU

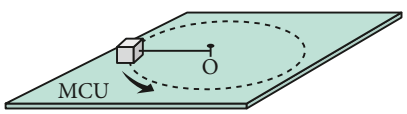
Quando em movimento, enquanto a força resultante for nula, o caminhão seguirá em movimento retilíneo e uniforme, por inércia.

Segundo enunciado

Um corpo livre de uma força externa resultante é incapaz de variar sua própria velocidade vetorial.

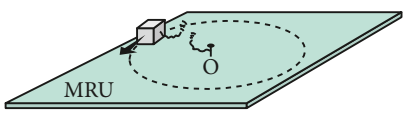
Para entender o **Princípio da Inércia** nesse ponto de vista, analisemos o próximo exemplo.

Na figura a seguir, está representada uma superfície plana, horizontal e perfeitamente lisa, sobre a qual um bloco, ligado à superfície por um fio inextensível, realiza um movimento circular e uniforme (MCU) em torno do centro **O**.



Nesse caso, embora tenha módulo constante, a velocidade vetorial do bloco varia em direção de um ponto para outro ponto da trajetória. Quem provoca essa variação na direção da velocidade do bloco? É a força aplicada pelo fio que, em cada instante, tem a direção do raio da circunferência e está dirigida para o centro **O**. É ela que mantém o bloco em movimento circular.

Suponha que, em dado instante, o fio se rompa. O bloco "escapará pela tangente", passando a descrever, sobre a superfície, um movimento retilíneo e uniforme (MRU).



Pode-se concluir, então, que, eliminada a força exercida pelo fio, o bloco se torna incapaz de, por si só, variar sua velocidade vetorial. Ele segue, por inércia, em trajetória reta com velocidade constante.

Note que, para variar a velocidade vetorial de um corpo, é necessária a intervenção de uma força resultante, fruto das ações de agentes externos ao corpo. Sozinho (livre de força resultante externa), um corpo em movimento mantém, por inércia, velocidade vetorial constante.

FAÇA VOCÊ MESMO — Observando a inércia de repouso de uma moeda

Manifestações da inércia dos corpos podem ser notadas em diversas ocorrências do dia a dia, como na situação que propomos a seguir.

Material necessário

- 1 moeda de 1 real ou equivalente;
- 1 placa retangular bem lisa, de acrílico ou papelão;
- 1 copo de vidro transparente.

Procedimento

I. Coloque a moeda sobre a placa e esta sobre a boca do copo, apoiando todo o conjunto em cima de uma mesa. Cuide para que durante o procedimento o copo não se desloque.

II. Puxe vigorosa e rapidamente a placa, na direção horizontal. Você perceberá a moeda cair dentro do copo, atingindo seu fundo.

Cristina Xavier

Analisando o experimento

1. Com base nos conceitos de força resultante e peso, e também na **1ª Lei de Newton** (Princípio da Inércia), redija uma explicação para o fenômeno observado. Compare seu texto com o de seus colegas e discuta os resultados obtidos.
2. Se a placa retangular fosse bastante áspera, ainda assim a moeda cairia dentro do copo?
3. Se você puxasse a placa retangular lentamente, ainda assim a moeda cairia dentro do copo?
4. Enumere outras situações práticas similares à da atividade experimental proposta que você já tenha vivenciado em seu dia a dia.
5. Considere um enorme bloco de gelo em forma de paralelepípedo apoiado sobre a carroceria de um caminhão inicialmente em repouso em uma estrada reta, plana e horizontal. Despreze qualquer atrito entre o gelo e a superfície de apoio, bem como a resistência do ar. Admita ainda que a carroceria do veículo consista simplesmente de uma plataforma plana paralela ao solo. Se o caminhão arrancar, imprimindo um movimento acelerado, o que ocorrerá com o bloco de gelo? Justifique sua resposta com base em princípios físicos.

AMPLIANDO O **OLHAR**

Newton *versus* Einstein

As concepções de Isaac Newton fecharam harmoniosamente um momento de verdadeira gênese da Física, liderada por Copérnico, Kepler e Galileu. Newton publicou, em 1687, sua obra-mestra, *Principia*, em que, fundamentado nos trabalhos de seus predecessores, teceu considerações filosóficas e formulou suas três consagradas leis, além da Lei da Gravitação. Ele se mostrou humilde e reverente em reconhecer a fundamentalidade dessas três figuras, dizendo: "Se enxerguei mais longe foi porque subi em ombros de gigantes".

A chamada Física Clássica, que teve seu apogeu entre os séculos XVI e XIX, explica satisfatoriamente os fatos que ocorrem na escala humana, isto é, no mundo macroscópico e ponderável. O equilíbrio de estruturas, o movimento de animais e corpos terrestres de dimensões métricas e o escoamento de fluidos, tudo isso, entre outras coisas, é descrito de forma convincente por meio de leis primordiais que se baseiam essencialmente no conceito de força.

Os preceitos formulados pelo grego Arquimedes no século III a.C. explicam o comportamento de alavancas, parafusos e outras máquinas simples, além de objetos submetidos à ação da força de empuxo, inerente a situações de imersão em líquidos e gases. Galileu Galilei (1564-1642), por sua vez, rompeu com a simplória conduta empirista, baseada meramente em observações, substanciando suas explicações com linguagem matemática, como pode ser notado em seus escritos sobre a queda dos corpos e hidrostática. Já Isaac Newton (1642-1727) deu um passo além ao incorporar definitivamente a Matemática à Física e formular a Lei da Gravitação, que trouxe explicações essenciais a uma melhor compreensão do movimento dos astros catalogados até sua época.

A eficiência da Física Clássica em explicar os fenômenos conhecidos era tamanha que, em meados do século XIX, muitos cientistas, ainda privados dos prodígios que apareceriam mais tarde com o advento dos equipamentos elétricos, foram levados a um momento de acomodação ao acreditarem que não haveria nada mais a ser desvendado. Isso certamente foi um equívoco!

Hoje em dia, veículos convencionais e dispositivos utilizados para diversos fins operam conforme as regras da Física Clássica. Também a primeira viagem tripulada à Lua, ocorrida em julho de 1969, baseou-se quase exclusivamente nas imposições e tecnologias egressas da Mecânica Newtoniana.

No princípio do século XX, porém, iniciou-se uma nova era – a da Física Moderna –, mais voltada para o conceito de energia, agora definitivamente estabelecido. Essa etapa foi catalisada por melhores instrumentos experimentais, movidos a eletricidade, e outros recursos, como os aceleradores de partículas, que colaboraram para trazer à luz situações cuja descrição não se coadunava com as leis anteriormente propostas. Fenômenos como o da emissividade do corpo negro, analisado pelo alemão Max Planck (1858-1947), e do efeito fotoelétrico, descrito brilhantemente por Albert Einstein (1879-1955), mostraram os limites da Física Clássica, que se apresentava cada vez mais impotente para explicar as ocorrências do recém-descoberto mundo quântico.

Isso desencadeou nas cinco primeiras décadas do século XX, principalmente, uma verdadeira corrida científica em que, além de Planck e Einstein, algumas figuras se notabilizaram, como Ernest Rutherford, Madame Marie Curie, Niels Bohr, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, Louis de Broglie, entre outras.

Photo12 Archive/Diomedia

Físicos reunidos em Bruxelas, Bélgica, em 1927, para a Conferência de Solvay, que ocorre trianualmente. Esse grupo foi decisivo na elaboração dos fundamentos da Física Quântica, plataforma teórica que, juntamente com a Relatividade Especial, ampliou os limites da Física. A Mecânica Quântica continua em franco desenvolvimento, demonstrando ainda hoje grande vitalidade científica.

Mas os trabalhos de Einstein foram realmente decisivos para o que viria a seguir. O cientista jamais imaginou que sua explicação do efeito fotoelétrico lhe renderia um Prêmio Nobel, em 1921, nem que conduziria os mentores das futuras tecnologias a construir sistemas capazes de abrir e fechar portas automaticamente ou acender e apagar lâmpadas sem a ação humana. Calculadoras eletrônicas, fotômetros

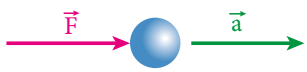
fotográficos, veículos espaciais, além de outros utensílios fotovoltaicos, tiveram êxito com base no efeito fotoelétrico. Einstein também fez estudos que culminaram na implementação do *laser*, sigla em inglês para *light amplification by stimulated emisson of radiation* (luz amplificada por emissão de radiação estimulada), essencial em leitores de CDs e DVDs, instrumentos para corte de materiais, comunicação em redes de fibras ópticas, giroscópios e até mesmo em Medicina. A Teoria da Relatividade Especial, uma das grandes contribuições de Einstein, teve notória relevância na compreensão mais profunda da gravidade e na criação de sistemas práticos, como o GPS, sigla em inglês para *Global Positioning System* (sistema de posicionamento global), que utiliza uma rede de satélites artificiais para localizar corpos na superfície terrestre com precisão centimétrica. Outro grande legado do cientista foi sua célebre equação $E = mc^2$, que relaciona as possíveis transformações de massa em energia e vice-versa, sendo capaz de explicar o processo de fusão nuclear que ocorre continuamente nas estrelas. Einstein viu, porém, com tristeza, esta sua fórmula servir de base para a fabricação de bombas atômicas, como as que destruíram Hiroshima e Nagasaki, no Japão, em 1945.

Enfim, quem teve importância maior, Newton ou Einstein? Não há dúvida de que a resposta é: ambos! Esses dois gênios da ciência influenciaram, cada um em seu tempo, todo um modo de pensar e proceder, permitindo que a humanidade compreendesse a natureza mais profundamente. Isso possibilitou viver com melhores padrões de segurança e conforto e usufruir a tecnologia de que hoje dispomos, que veio a integrar os povos e democratizar o conhecimento e as informações.

7. O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA DINÂMICA (2ª LEI DE NEWTON)

Consideremos uma partícula submetida à ação de uma força resultante $\vec{F}$. O que devemos esperar que aconteça com essa partícula? Ela adquirirá uma aceleração $\vec{a}$, isto é, experimentará variações de velocidade com o decorrer do tempo.

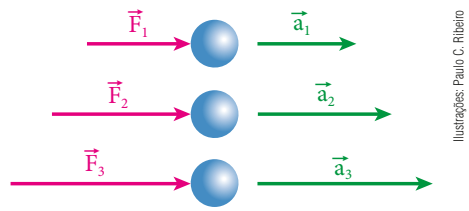
Supondo que $\vec{F}$ seja horizontal e dirigida para a direita, qual será a direção e o sentido de $\vec{a}$? Mostra a experiência que $\vec{a}$ terá a mesma orientação de $\vec{F}$, ou seja, será horizontal para a direita.



Se $\vec{F}$ é a resultante das forças que agem em uma partícula, esta adquire uma aceleração $\vec{a}$ de mesma orientação que $\vec{F}$, isto é, $\vec{a}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido que $\vec{F}$.

Se aumentarmos a intensidade de $\vec{F}$, o que ocorrerá? Verifica-se que esse aumento provoca um aumento diretamente proporcional no módulo de $\vec{a}$. A partícula experimenta variações de velocidade cada vez maiores, para um mesmo intervalo de tempo.

Considere o exemplo esquematizado a seguir, em que uma mesma partícula é submetida, sucessivamente, à ação das forças resultantes $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$. Consequentemente, como já dissemos, a partícula irá adquirir, respectivamente, as acelerações $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ e $\vec{a}_3$.



Ilustrações: Paulo C. Ribeiro

Assim, se $F_3 > F_2 > F_1$, devemos ter $a_3 > a_2 > a_1$. Lembrando que o módulo da aceleração é diretamente proporcional à intensidade da força, podemos escrever:

$$\frac{F_3}{a_3} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_1}{a_1} = k$$

em que **k** é a constante da proporcionalidade.

A constante **k** está ligada à dificuldade de se produzir, na partícula, determinada aceleração, isto é, refere-se à medida da inércia da partícula. Essa constante denomina-se **massa** (inercial) da partícula e é simbolizada por **m**. Daí segue que:

$$\frac{F_3}{a_3} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_1}{a_1} = m$$

Ou, de forma genérica: $\frac{F}{a} = m \Rightarrow F = m\,a$

Escrevendo essa expressão na forma vetorial, temos:

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

Tendo em vista o exposto, cabe ao **Princípio Fundamental da Dinâmica** (**2ª Lei de Newton**) o seguinte enunciado:

> Se $\vec{F}$ é a resultante das forças que agem em uma partícula, então, em consequência de $\vec{F}$, a partícula adquire, na mesma direção e no mesmo sentido da força, uma aceleração $\vec{a}$, cujo módulo é diretamente proporcional à intensidade da força.
>
> A expressão matemática da **2ª Lei de Newton** é:
>
> $$\vec{F} = m\vec{a}$$

No SI, a unidade de massa é o quilograma (kg), que corresponde à massa de um protótipo cilíndrico de platina iridiada, conservado no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, na França.

Cristina Xavier

Um litro de leite tipo C, que tem uma grande porcentagem de água, apresenta massa muito próxima de 1 kg.

Para se ter uma noção simplificada da unidade **quilograma**, basta considerar 1 litro de água pura, que a 4° C, tem massa de 1 quilograma.

Outras unidades de massa frequentemente usadas são indicadas a seguir.

- grama (g): 1 g = 0,001 kg = 10^{-3} kg;
- miligrama (mg): 1 mg = 0,001 g = 10^{-6} kg;
- tonelada (t): 1 t = 1000 kg = 10^{3} kg.

Conforme vimos em **Cinemática**, a unidade SI de aceleração é o metro por segundo ao quadrado (m/s^2).

Considerando que $\vec{F} = m\vec{a}$, podemos deduzir a unidade de força:

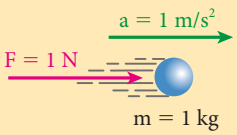
$$\text{unid (F)} = \text{unid (m)} \cdot \text{unid (a)}$$

No SI, temos:

$$\text{unid (F)} = \text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{newton (N)}$$

Costuma-se definir 1 newton da seguinte maneira:

> **Um newton** é a intensidade da força que, aplicada em uma partícula de massa igual a 1 quilograma, produz na sua direção e no seu sentido uma aceleração de módulo 1 metro por segundo, por segundo, ou seja, 1 metro por segundo ao quadrado.



Paulo C. Ribeiro

AMPLIANDO O **OLHAR**

O protótipo do quilograma

A medição de massa e das demais grandezas físicas que com ela se relacionam – como força, energia e quantidade de movimento – depende de um objeto cilíndrico de platina-irídio com diâmetro e altura iguais a 39 mm (do tamanho de uma ameixa), confeccionado há mais de cem anos. Esse protótipo, entretanto, tem se mostrado inadequado, já que foi comprovada uma alteração de sua massa em cerca de 50 microgramas desde a sua elaboração. Por isso, está se cogitando um padrão de medida de massa com base em algum fenômeno natural, que se repita da mesma forma independentemente de época ou condições externas. Duas abordagens despontam como mais promissoras: uma está relacionada à massa de uma determinada quantidade de carbono-12 e outra envolve fenômenos quânticos.

Jacques Brinon/AP Photo/Glow Images

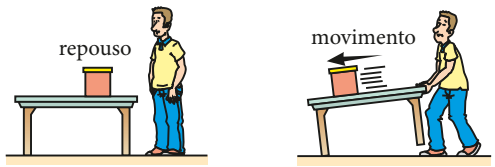
Fotografia do quilograma-padrão, exposto no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, França.

Outras duas grandezas físicas fundamentais – o comprimento e o tempo – já dispõem de unidades de medida no SI definidas a partir de fenômenos naturais. Um metro equivale à distância percorrida pela luz no vácuo durante 1/299 792 458 de segundo. Por sua vez, um segundo corresponde à duração de 9 192 631 770 períodos da radiação emitida pelo átomo de césio-133 na transição entre dois níveis hiperfinos de seu estado fundamental.

QUESTÕES COMENTADAS

1 Nas situações esquematizadas a seguir, um mesmo bloco de peso $\vec{P}$ é apoiado sobre a superfície plana de uma mesa, que é mantida em repouso em relação ao solo horizontal. No caso **1**, o bloco permanece parado e, no caso **2**, ele desce a mesa inclinada, deslizando com velocidade vetorial constante.

Ilustrações: CJT/Zapt

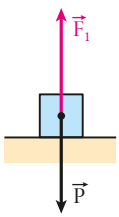


caso 1 caso 2

Sendo $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ as forças totais de contato que a mesa aplica sobre o bloco nos casos **1** e **2**, respectivamente, pede-se para comparar $\vec{F}_1$ com $\vec{F}_2$.

RESOLUÇÃO

Caso 1: bloco em repouso.



Trata-se de uma situação de **equilíbrio estático** e, por isso, a força resultante no bloco deve ser nula.

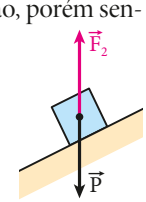
Logo, a força de contato $\vec{F}_1$ deve equilibrar o peso $\vec{P}$.

$$\vec{F}_1 = -\vec{P}$$

$\vec{F}_1$ tem o mesmo módulo de $\vec{P}$, a mesma direção, porém sentido oposto.

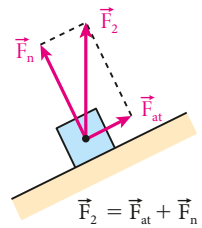
Caso 2: bloco em movimento retilíneo e uniforme.

Trata-se de uma situação de **equilíbrio dinâmico** e, por isso, a força resultante no bloco também deve ser nula. Ele se move por inércia, e a força de contato $\vec{F}_2$ deve equilibrar o peso $\vec{P}$.



$$\vec{F}_2 = -\vec{P}$$

$\vec{F}_2$ tem o mesmo módulo de $\vec{P}$, a mesma direção, porém sentido oposto. É importante citar que a força de contato $\vec{F}_2$ é a soma vetorial da força de atrito $(\vec{F}_{at})$ com a reação normal da mesa $(\vec{F}_n)$.

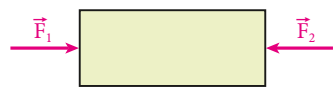


$\vec{F}_2 = \vec{F}_{at} + \vec{F}_n$

Comparando $\vec{F}_1$ com $\vec{F}_2$, podemos afirmar que: $\vec{F}_2 = \vec{F}_1$

Resposta: $\vec{F}_2 = \vec{F}_1$

2 O bloco da figura tem massa igual a 4,0 kg e está sujeito à ação exclusiva das forças horizontais $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$:



Sabendo que as intensidades de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ valem, respectivamente, 30 N e 20 N, determine o módulo da aceleração do bloco.

RESOLUÇÃO

Como $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$, o bloco é acelerado horizontalmente para a direita por uma força resultante $\vec{F}$, cuja intensidade é:

$$F = F_1 - F_2 \Rightarrow F = (30 - 20)\ N \Rightarrow F = 10\ N$$

A aceleração $\vec{a}$ do bloco pode ter seu módulo calculado pelo **Princípio Fundamental da Dinâmica**:

$$F = m\,a \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{10\ N}{4{,}0\ kg} \Rightarrow a = 2{,}5\ m/s^2$$

Resposta: 2,5 m/s²

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

3. Analise as proposições a seguir.

I. O cinto de segurança, item de uso obrigatório no trânsito brasileiro, visa aplicar aos corpos do motorista e dos passageiros forças que contribuam para vencer sua inércia de movimento.

II. Um cachorro pode ser acelerado simplesmente puxando com a boca a guia presa à coleira atada em seu pescoço.

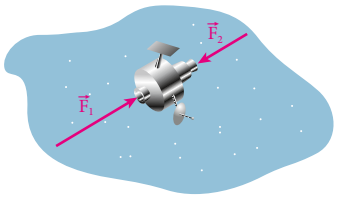
III. O movimento orbital da Lua ao redor da Terra ocorre por inércia.

Estão **corretas**:

a) **I**, **II** e **III**.
b) Somente **I** e **II**.
c) Somente **II** e **III**.
d) Somente **I** e **III**.
e) Somente **I**.

4. Uma espaçonave de massa $8{,}0 \cdot 10^2$ kg em movimento retilíneo e uniforme em um local de influências gravitacionais desprezíveis tem ativados simultaneamente dois propulsores que a deixam sob a ação de duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ de mesma direção e sentidos opostos, conforme está representado no esquema a seguir.

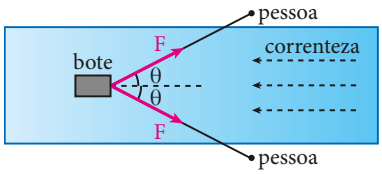
Ilustrações: CJT/Zapt



Sendo as intensidades de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ respectivamente iguais a 4,0 kN e 1,6 kN, determine o módulo, a direção e o sentido da aceleração vetorial adquirida pela espaçonave.

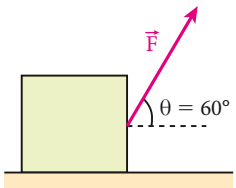
5. A figura a seguir ilustra duas pessoas (representadas por pontos), uma em cada margem de um rio, puxando um bote de massa 600 kg através de cordas ideais paralelas ao solo. Neste instante, o ângulo que cada corda faz com a direção da correnteza do rio vale $\theta = 37°$, o módulo da força de tração na corda é $F = 80$ N e o bote possui aceleração de módulo 0,02 m/s^2, no sentido contrário ao da correnteza. (O sentido da correnteza está indicado por setas tracejadas.) Calcule o módulo da força que a correnteza exerce no bote.

Use: sen 37° = 0,6 e cos 37° = 0,8.



6. Um projétil de massa 10 g repousa na câmara de um fuzil quando o tiro é disparado. Os gases provenientes da explosão comunicam ao projétil uma força média de intensidade $1{,}2 \cdot 10^3$ N. Sabendo que a detonação do cartucho dura $3{,}0 \cdot 10^{-3}$ s, calcule o módulo da velocidade do projétil imediatamente após o disparo.

7. Uma caixa contendo livros, com massa igual a 25 kg, será arrastada a partir do repouso sobre o solo plano e horizontal sob a ação de uma força constante $\vec{F}$ de intensidade 160 N, representada na figura a seguir. Sabendo que ao longo do deslocamento a caixa receberá do solo uma força de atrito de intensidade 50 N, pede-se determinar:



a) a intensidade da aceleração que será adquirida pela caixa;

b) o intervalo de tempo que ela gastará para percorrer os primeiros 2,4 m.

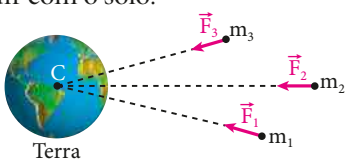
8. PESO DE UM CORPO

Uma caixa de isopor vazia é leve ou pesada? Um grande paralelepípedo maciço de aço é leve ou pesado? As noções de leve ou pesado fazem parte de nosso dia a dia e nos possibilitam responder de imediato a perguntas como essas: a caixa de isopor vazia é leve e o grande paralelepípedo maciço de aço é pesado.

Um corpo é tanto mais pesado quanto mais intensa for a **força de atração gravitacional** exercida pelo planeta sobre ele.

Também sabemos que, se largarmos uma laranja ou outros corpos nas proximidades da Terra, eles cairão verticalmente, indo ao encontro da superfície do planeta. Isso se deve também a uma interação de natureza gravitacional que ocorre entre a Terra e o corpo, que recebe uma força atrativa dirigida para o centro de massa do planeta. Essa força é o que, na ausência de atritos, faz o corpo despencar em movimento acelerado até colidir com o solo.

Ilustrações: CJT/Zapt



As massas $\mathbf{m_1}$, $\mathbf{m_2}$ e $\mathbf{m_3}$ são atraídas gravitacionalmente por meio das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ respectivamente. (Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.)

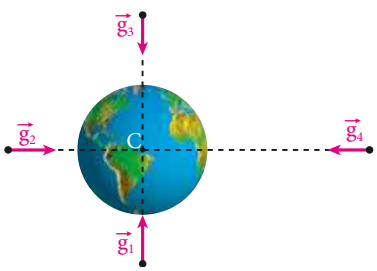
Desprezando os efeitos ligados à rotação da Terra, podemos dizer em primeira aproximação que:

> O **peso** de um corpo é a força de atração gravitacional exercida sobre ele.

É importante destacar que a aceleração produzida pela força gravitacional (peso) é a **aceleração da gravidade** $(\vec{g})$, que constitui o vetor característico da interação de campo entre a Terra e o corpo.

Para pontos situados fora da Terra, o vetor $\vec{g}$ e a força peso têm a mesma orientação: são radiais à "esfera" terrestre e dirigidos para o seu centro.

A intensidade de $\vec{g}$, por sua vez, depende do local em que é feita a avaliação. Como veremos no Capítulo **8**, quanto maior for a distância do ponto considerado ao centro da Terra, menor será a magnitude da aceleração da gravidade, o que significa que $|\vec{g}|$ decresce com a altitude. Além disso, e em razão principalmente da rotação da Terra, verifica-se que, sobre a superfície terrestre, do Equador para os polos, $|\vec{g}|$ cresce, mostrando que o valor dessa aceleração varia com a latitude.



Representação do vetor $\vec{g}$ em quatro diferentes pontos do campo gravitacional terrestre. (Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.)

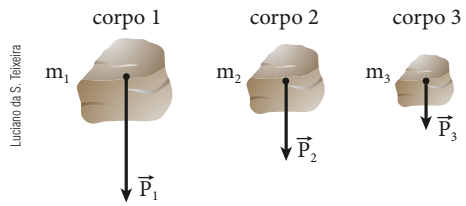
Por meio de diversos experimentos, pôde-se constatar que, ao nível do mar e em um local de latitude 45°, o módulo de $\vec{g}$ (denominado normal) vale:

$$g_n = 9{,}80665\ m/s^2$$

Como podemos, porém, calcular o peso de um corpo? Para responder a essa pergunta, vamos considerar a situação a seguir.

Sejam três corpos de pesos $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, com massas respectivamente iguais a $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$ e $\mathbf{m}_3$, situados em um mesmo local.

Através de experimentos, verifica-se que a intensidade do peso é diretamente proporcional à massa do corpo considerado. À maior massa corresponde o peso de maior intensidade.



Levando em conta a proporcionalidade mencionada, podemos escrever que:

$$\frac{|\vec{P}_1|}{m_1} = \frac{|\vec{P}_2|}{m_2} = \frac{|\vec{P}_3|}{m_3} = k\ \text{(constante)}$$

A constante da proporcionalidade (**k**) é o módulo da aceleração da gravidade do local, o que nos permite escrever que: $\frac{|\vec{P}|}{m} = |\vec{g}| \Rightarrow |\vec{P}| = m\,|\vec{g}|$

Ou, vetorialmente: $\vec{P} = m\,\vec{g}$

Note que a massa **m** é uma grandeza escalar, e o peso $\vec{P}$ é uma grandeza vetorial. Assim, o peso tem direção (da vertical do lugar) e sentido (para baixo).

De acordo com os preceitos da Mecânica Clássica, a massa de um corpo é uma característica sua, sendo constante em qualquer ponto do Universo. No entanto, o mesmo não ocorre com o peso, que é função do local, já que depende de $\vec{g}$. Na Lua, por exemplo, uma pessoa pesa cerca de $\frac{1}{6}$ do que pesa na Terra, pois o módulo da aceleração da gravidade na superfície lunar é cerca de 1,67 m/s².

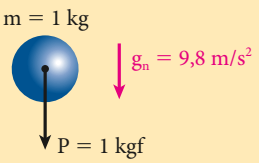
O quilograma-força (kgf)

Um quilograma-força é uma unidade de força usada na medição da intensidade de pesos e é definida pela intensidade do peso de um corpo de 1 quilograma de massa, situado em um local onde a gravidade é normal (aceleração da gravidade com módulo $g_n \cong 9{,}8\ m/s^2$).

$P = m\,g$

$1\ kgf = 1\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2$

$1\ kgf = 9{,}8\ kg\ m/s^2$



Destaquemos que, em um ponto onde a gravidade é normal ($g_n \cong 9{,}8\ m/s^2$), o peso de um corpo em kgf é numericamente igual à sua massa em kg. Vejamos a relação entre quilograma-força (**kgf**) e newton (**N**).

Como 1 kgf = 9,8 kg m/s² e 1 N = 1 kg m/s², temos:

$$1\ kgf = 9{,}8\ N$$

Afinal, as balanças são medidores de peso ou de massa?

As balanças, como as encontradas em supermercados, farmácias ou em nossas casas, são dinamômetros acionados pela força de compressão que exercemos sobre elas, cuja intensidade é igual à do nosso peso nas condições da avaliação. Esses dispositivos, no entanto, indicam em seus mostradores uma medida de massa – em quilogramas, por exemplo – que está mais de acordo com o hábito das pessoas, que teriam dificuldade em expressar seus pesos em newtons ou quilogramas-força. Onde se deveria ler "980 N" ou "100 kgf", por exemplo, o fabricante grafa "100 kg".

Fernando Favoretto/Criar Imagem

AMPLIANDO O **OLHAR**

Elevadores

Uma das grandes invenções do milênio passado foi, sem dúvida, o elevador. Apresentado originalmente pelo mecânico norte-americano Elisha Graves Otis (1811-1861), em 1854, na feira de Nova York, esse engenho modificou o cenário urbano do planeta, uma vez que, a partir dele, foram viabilizados os arranha-céus, que proporcionaram às grandes cidades a possibilidade de crescimento vertical.

O elevador permite o içamento e o abaixamento de cargas em condições seguras e confortáveis. Para tanto, utiliza um sistema de contrapesos conectados por cabos de aço à cabina. Esses cabos passam por roldanas e são tracionados por um motor elétrico.

Elevadores podem se comportar como verdadeiras câmaras de produção de gravidade artificial diferente da gravidade normal ($g \cong 9{,}8\ m/s^2$). Isso ocorre quando se deslocam verticalmente, para cima ou para baixo, com acelerações diferentes de zero.

Se o elevador subir ou descer com aceleração dirigida para cima, tudo o que estiver em seu interior aparentará um peso maior que o real, ocorrendo o contrário se subir ou descer com aceleração orientada para baixo.

Uma situação intrigante é a do elevador que se desloca com aceleração igual à da gravidade ($\vec{g}$). Nesse caso, os corpos em seu interior aparentam peso nulo, permanecendo imponderáveis, em levitação.

Alguns parques de diversões têm brinquedos que simulam elevadores em queda livre. Durante o despencamento vertical do sistema, os ocupantes sofrem grandes descargas de adrenalina e sentem um "frio na barriga", que se justifica pela levitação das vísceras dentro do abdome.

George Vaiela/Beto Carrero World

Simulação de queda livre em parque de diversões: adrenalina e "frio na barriga". Penha, Santa Catarina.

FAÇA VOCÊ MESMO

Determinando experimentalmente a intensidade de $\vec{g}$

Há muitas maneiras de obter experimentalmente a intensidade da aceleração da gravidade. Vamos propor um procedimento relativamente simples que, se bem realizado, pode conduzir a um valor bem próximo do teórico: **9,81 m/s²**.

Material necessário

- 1 cronômetro digital (disponível em alguns modelos de telefone celular);
- 1 trena ou fita métrica;
- 1 arruela metálica (ou anel) de pequenas dimensões (diâmetro próximo de 1 cm);
- 1 fio de náilon fino, desses utilizados como linha de pescar, de comprimento um pouco maior que 2 m;
- fita adesiva ou pequenos pregos (tachinhas);
- óleo de cozinha.

Procedimento

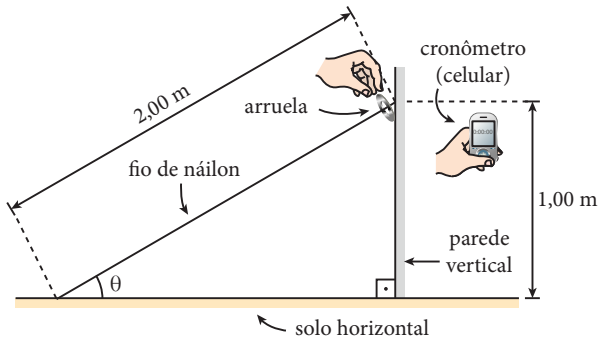
I. Mergulhe previamente o fio de náilon no óleo de cozinha; lubrifique também a arruela com o mesmo líquido para atenuar os atritos, certamente existentes. Em seguida, passe o fio de náilon pelo orifício da arruela.

II. Feito isso, fixe uma das extremidades do fio de náilon no solo e a outra em uma parede vertical de modo que este ponto de fixação fique a 1 m de altura em relação ao piso. As extremidades do fio podem ser fixadas utilizando-se a fita adesiva ou os pequenos pregos (tachinhas).

A ilustração ao lado representa a montagem pronta para ser utilizada.
Observe que o ângulo **θ** formado entre o fio de náilon e o solo é praticamente igual a 30°. Isso pode ser verificado fazendo-se:

$$\text{sen}\ \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen}\ \theta = \frac{1{,}00\ \text{m}}{2{,}00\ \text{m}} = 0{,}5 \Rightarrow \theta = 30°$$



Luis Fernando R. Tucillo

III. Abandone a arruela junto ao ponto de fixação do fio de náilon na parede vertical, acionando simultaneamente o cronômetro, previamente zerado. Cronometre então o intervalo de tempo gasto pela arruela para percorrer os 2,00 m de extensão do fio. É muito importante que a medida encontrada para esse intervalo de tempo seja obtida com a maior precisão possível. Para tanto, repita a medição várias vezes, adotando como valor mais provável, a ser utilizado nos cálculos, o da **média aritmética** das diversas medidas verificadas no cronômetro. Quanto mais próximo de **0,903 s** for o intervalo de tempo obtido, melhor.

Analisando o experimento

Pode-se dizer que o movimento descrito pela arruela é uniformemente acelerado, o que nos permite calcular a intensidade de sua aceleração ao longo do fio de náilon como fazemos a seguir:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Com $\Delta s = 2{,}00$ m, $v_0 = 0$ e $t \cong 0{,}903$ s, temos:

$$2{,}00 = 0 + \frac{\alpha}{2}(0{,}903)^2 \Rightarrow \alpha \cong 4{,}905\ \text{m/s}^2$$

A componente de peso da arruela na direção do fio de náilon (componente tangencial) tem intensidade dada por:

$$P_t = P\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow P_t = m\,g\,\text{sen}\,\theta \qquad \text{(I)}$$

Mas, não levando em conta os possíveis atritos, a força resultante responsável pela aceleração da arruela é a componente de seu peso na direção do fio de náilon (componente tangencial).

Logo, aplicando-se a **2ª Lei de Newton**, obtemos:

$$F = m\,a \Rightarrow P_t = m\,a \qquad \text{(II)}$$

Comparando-se (**I**) e (**II**), segue que:

$$m\,a = m\,g\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow g = \frac{a}{\text{sen}\,\theta}$$

Substituindo **a** por 4,905 m/s² e sen θ por 0,5, determinamos a intensidade aproximada da aceleração da gravidade no local (**g**):

$$g \cong \frac{4{,}905}{0{,}5}\ \text{m/s}^2 \Rightarrow g \cong 9{,}81\ \text{m/s}^2$$

Realize as atividades a seguir.

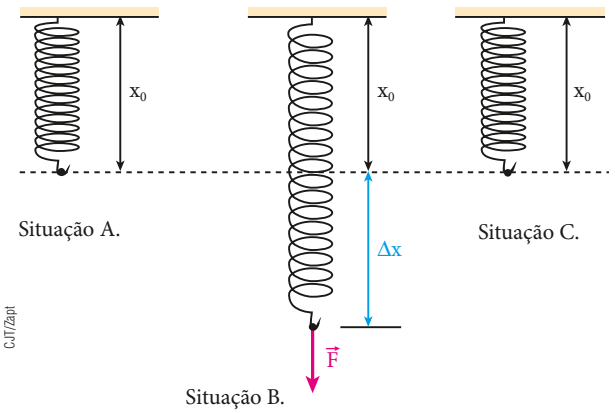
1. Avalie o resultado encontrado em seu experimento e reflita sobre o que pode ser feito para torná-lo mais próximo de 9,81 m/s².
2. Será que a lubrificação do fio de náilon e da arruela pode ser melhorada? O que podemos fazer para atenuar ainda mais os atritos? Aponte soluções.
3. A medição do intervalo de tempo gasto pela arruela em sua descida, feita com o cronômetro do telefone celular, pode ser mais bem realizada? O tempo de reação do experimentador exerce alguma influência no resultado? Proponha métodos melhores que permitam obter valores mais exatos desse intervalo de tempo.
4. Por que foi sugerido medir-se o intervalo de tempo de descida da arruela diversas vezes, tirando-se uma média aritmética dos valores experimentais encontrados?
5. Você é capaz de propor outro procedimento experimental para se obter o valor da aceleração da gravidade de um local? Compartilhe suas ideias com os colegas e o professor.

9. DEFORMAÇÕES EM SISTEMAS ELÁSTICOS

Lei de Hooke

Robert **Hooke** (1635-1705), cientista inglês de raro senso prático, notabilizou-se como antagonista de muitas ideias do seu contemporâneo Isaac Newton. Desenvolveu mecanismos operados por molas que permitiram a construção de relógios de maior precisão. Aperfeiçoou o microscópio e, ao observar pedaços de cortiça com esse instrumento, notou a existência de uma unidade construtiva, que chamou de célula (do latim *cellula*: pequenos cômodos ou celas adjacentes). Esse termo se tornou usual entre os biólogos para denominar estruturas elementares de matéria viva.

Consideremos a figura a seguir, em que uma mola de massa desprezível tem uma de suas extremidades fixa.



O comprimento da mola na situação **A** é seu comprimento natural (x_0). Portanto, a mola não está deformada.

Na situação **B**, uma força $\vec{F}$ foi aplicada à extremidade livre da mola, provocando nela uma deformação (alongamento) Δx.

Na situação **C**, $\vec{F}$ foi suprimida e a mola recobrou seu comprimento natural (x_0).

Pelo fato de a mola ter recobrado seu comprimento natural (x_0) depois de cessada a ação da força, dizemos que ela experimentou uma **deformação elástica**.

Em seus estudos sobre deformações elásticas, Robert Hooke chegou à seguinte conclusão, que ficou conhecida por **Lei de Hooke**:

> Em regime elástico, a deformação sofrida por uma mola é **diretamente proporcional** à intensidade da força que a provoca.

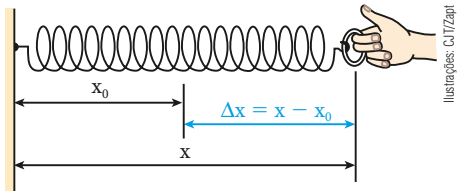
Esta é a expressão matemática da **Lei de Hooke**:

$$F = K\,\Delta x$$

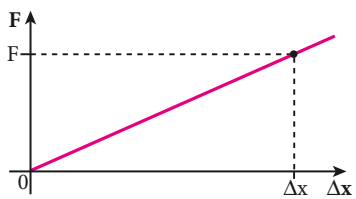
em que **F** é a intensidade da força deformadora;
K é a constante de proporcionalidade;
Δx é a deformação (alongamento ou encurtamento sofrido pela mola).

A constante de proporcionalidade **K** é uma qualidade da mola considerada que depende do material de que é feita a mola e das dimensões que ela possui. A constante **K** é comumente chamada de **constante elástica** e tem por unidade, no SI, o N/m.

Consideremos o modelo experimental representado na figura a seguir, em que uma mola de eixo horizontal é puxada, por uma pessoa, para a direita.



Admitindo-se que a mola esteja em regime de deformação elástica, o gráfico da intensidade da força exercida pela pessoa em função da deformação é representado a seguir.



Esse comportamento linear dura até o limite de elasticidade da mola. A partir daí, o formato do gráfico se modifica.

Embora na apresentação da **Lei de Hooke** tenhamos nos baseado na deformação de uma mola, a conclusão a que chegamos estende-se a quaisquer sistemas elásticos de comportamento similar. Como exemplo, podemos destacar uma tira de borracha ou um elástico que, ao serem tracionados, também podem obedecer a essa lei.

O coeficiente angular da reta representativa da **Lei de Hooke** fornece a constante elástica da mola.

$$\text{Coeficiente angular} = \frac{F}{\Delta x} = K$$

FAÇA VOCÊ MESMO

Obtendo a constante elástica de uma mola

O experimento que vamos propor a seguir é uma forma de se determinar a constante elástica **K** de uma mola que, operando em regime elástico, obedeça à **Lei de Hooke**.

Material necessário

- 1 balança de precisão, de preferência eletrônica (digital);
- 1 mola leve e elástica com aproximadamente 20 cm de comprimento natural;
- 1 garrafa *PET* de 2 L com a respectiva tampa;
- 1 panela ou vasilha com capacidade aproximada de 1,5 L;
- 1 régua, trena ou fita métrica;
- pedaços de barbante para amarração;
- fita adesiva;
- tesoura;
- prego e martelo.

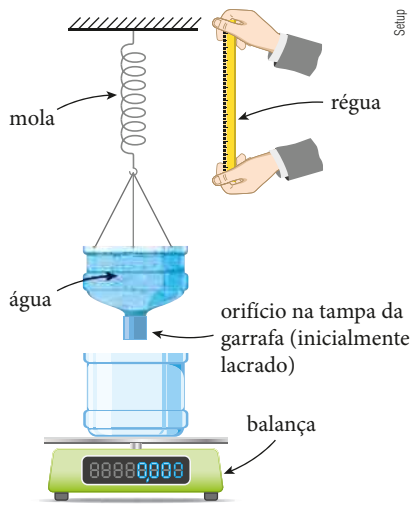
ATENÇÃO!

Cuidado para não se ferir quando for utilizar a tesoura e o martelo.

Procedimento

I. Fixe a mola em um suporte por uma de suas extremidades de modo que seu eixo longitudinal permaneça na vertical.

II. Corte a garrafa *PET* ao meio, transversalmente, cuidando atentamente para não se machucar. Com auxílio do prego e do martelo faça três ou mais furos na parte da garrafa dotada do gargalo para fixá-la na extremidade livre da mola. Utilize os barbantes para fazer a amarração com a mola, de modo que o gargalo, fechado com a tampa, fique voltado para baixo. Faça também um pequeno furo no centro da tampa da garrafa por onde possa escoar água em vazão praticamente constante. Lacre inicialmente esse furo com a fita adesiva.



III. Coloque a outra metade da garrafa *PET* sobre a balança, já devidamente ligada, de modo que o centro de sua base fique alinhado com o eixo da mola.

IV. Encha a panela com água e despeje gradualmente o líquido na parte da garrafa presa à mola até quase o seu preenchimento total. Meça com a régua, nessas condições, o comprimento $\mathbf{L}_i$ atingido pela mola e anote esse valor. Anote também o valor indicado pela balança $\mathbf{M}_i$ nesse momento para a pequena massa do recipiente vazio.

V. Montado o aparato, retire o lacre de fita adesiva da tampa da garrafa e observe a água escoar lentamente, em vazão praticamente constante, para a parte da garrafa *PET* apoiada no prato da balança. Observe atentamente a evolução das indicações do aparelho e o encurtamento da mola.

VI. Depois de escoada toda a água do recipiente de cima para o de baixo, meça com a régua o comprimento final $\mathbf{L}_f$ adquirido pela mola e verifique também a massa $\mathbf{M}_f$ indicada na balança. Anote esses dois valores.

Analisando o experimento

A constante elástica da mola, **K**, fica determinada observando-se que a redução na intensidade da força elástica sofrida pela mola ($\Delta\mathbf{F}$) é igual ao acréscimo de peso verificado na balança ($\Delta\mathbf{P}$), isto é:

$$\Delta F = \Delta P \Rightarrow K\Delta L = \Delta M g$$

Assim, temos o seguinte:

$$K(L_i - L_f) = (M_f - M_i)g \Rightarrow K = \frac{(M_f - M_i)}{L_i - L_f}g$$

Determinados experimentalmente os valores numéricos de $\mathbf{M_f}$ e $\mathbf{M_i}$, em quilogramas, de $\mathbf{L_i}$ e $\mathbf{L_f}$, em metros, e considerando $g \cong 10\ m/s^2$, podemos calcular a constante elástica da mola, em N/m.
Realize o mesmo experimento mais de uma vez e compare os resultados obtidos. Em seguida, faça o que se pede.

1. Utilize um cronômetro para medir o intervalo de tempo gasto pela água para escoar do recipiente de cima para o de baixo (pode ser o cronômetro talvez existente em seu telefone celular) e esboce graficamente:
   a) a variação do comprimento apresentado pela mola em função do tempo;
   b) a variação da massa, indicada na balança em função do tempo.

2. Molas "duras", como as utilizadas em suspensões de veículos, têm constante elástica grande ou pequena? E molas "moles", como as utilizadas em alguns modelos de canetas esferográficas, têm constante elástica grande ou pequena?

3. Imagine que você disponha de duas molas de constantes elásticas respectivamente iguais a $\mathbf{K_1}$ e $\mathbf{K_2}$. Se essas molas forem associadas sequencialmente em série, como na figura **1**, de que forma será calculada a constante elástica equivalente à associação? E se elas forem associadas em paralelo, como na figura **2**, de que maneira será feito esse cálculo? Converse com um colega para resolver esta questão. Se necessário, peça orientação ao professor.

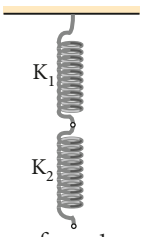
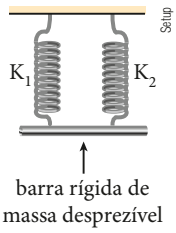


figura 1



Setup
barra rígida de massa desprezível
figura 2

4. Observe o selim de uma bicicleta apoiado sobre duas molas verticais idênticas de constantes elásticas iguais a **K**.
   Se você apoiasse esse selim em apenas uma mola central que apresentasse desempenho igual ao das duas molas citadas operando conjuntamente, qual seria a constante elástica dessa mola?

Gamma-Rapho via Getty Images

O dinamômetro

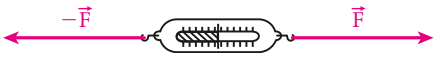
Thinkstock/Getty Images

O **dinamômetro** (ou "balança de mola") é um dispositivo destinado a indicar intensidade de forças.

O funcionamento desse aparelho baseia-se nas deformações elásticas sofridas por uma mola que tem ligado a si um cursor. À medida que a mola é deformada, o cursor corre ao longo de uma escala impressa no aparato de suporte.

A calibração da escala, que pode ser graduada em newtons, em kgf ou em qualquer outra unidade de força, é feita utilizando-se corpos-padrão de pesos conhecidos.

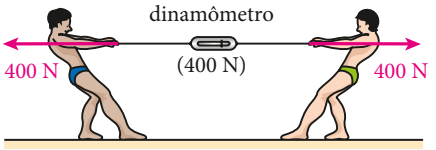
A força resultante no dinamômetro, suposto de massa desprezível – dinamômetro ideal –, é nula. Isso significa que suas extremidades são puxadas por forças opostas, isto é, de mesma intensidade e direção, mas de sentidos contrários.



Uma importante característica funcional de um dinamômetro é o fato de ele indicar a intensidade da força aplicada **em uma de suas extremidades**. No caso da figura anterior, o dinamômetro indica a intensidade de $\vec{F}$ (ou de $-\vec{F}$) e não o dobro desse valor, como poderia ser imaginado.

No caso de ambas as extremidades estarem interligadas a um fio tracionado, o dinamômetro indica a intensidade da força de tração estabelecida no fio.

Veja o exemplo a seguir, em que dois rapazes tracionam uma corda que tem intercalado em si um dinamômetro ideal:



CJT/Zapt

Como ambos puxam as extremidades da corda em sentidos opostos com 400 N, o dinamômetro registra 400 N, que é o valor da tração estabelecida no fio.

10. O PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO (3ª LEI DE NEWTON)

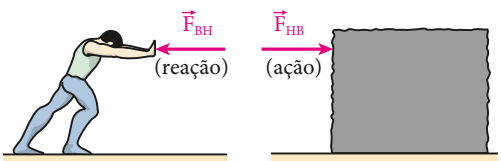
Analisemos a situação a seguir, em que um homem empurra horizontalmente para a direita um pesado bloco.

Ilustrações: CJT/Zapt

Ao empurrar o bloco, o homem aplica sobre ele uma força $\vec{F}_{HB}$, que convencionaremos chamar de **força de ação**.

Será que o bloco também "empurra" o homem? Sim! Fatos experimentais mostram que, se o homem exerce força no bloco, este faz o mesmo em relação ao homem. O bloco aplica no homem uma força $\vec{F}_{BH}$, dirigida para a esquerda, que convencionaremos chamar de **força de reação**.

Em resumo, o homem exerce no bloco uma força $\vec{F}_{HB}$, horizontal e para a direita. O bloco, por sua vez, exerce no homem uma força de reação $\vec{F}_{BH}$, horizontal e para a esquerda.



O homem e o bloco trocam entre si forças de ação e reação.

Verifica-se que as forças $\vec{F}_{HB}$ e $\vec{F}_{BH}$ são opostas, isto é, $\vec{F}_{HB} = -\vec{F}_{BH}$. Devemos entender, então, que $\vec{F}_{HB}$ e $\vec{F}_{BH}$ têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos. Supondo, por exemplo, que a intensidade da ação $(\vec{F}_{HB})$ seja 100 N, observaremos que a intensidade da reação $(\vec{F}_{BH})$ também será 100 N.

Outro detalhe importante é o fato de as forças de ação e reação estarem aplicadas em **corpos diferentes**. No caso da situação descrita, a ação $(\vec{F}_{HB})$ está aplicada no bloco, enquanto a reação $(\vec{F}_{BH})$ está aplicada no homem.

O **Princípio da Ação e Reação** pode ser enunciado da seguinte maneira:

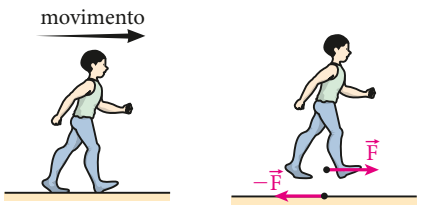
> A toda força de ação corresponde uma de reação, de modo que essas forças têm sempre mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, estando aplicadas em corpos diferentes.

É importante destacar que as forças de ação e reação, por estarem aplicadas em corpos diferentes, nunca se equilibram mutuamente, isto é, nunca se anulam.

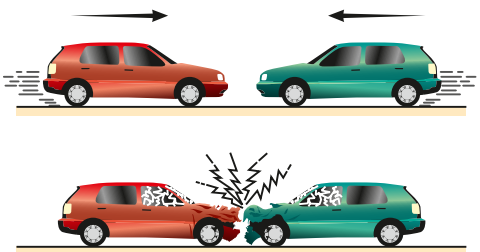
Em nossa vida prática, várias são as situações relacionadas com o **Princípio da Ação e Reação**. Vejamos algumas delas.

Exemplo 1: Ao caminhar, uma pessoa age no chão, empurrando-o "para trás". Este, por sua vez, reage na pessoa, empurrando-a "para a frente".

Observemos, nesse caso, que a ação está aplicada no solo, enquanto a reação está aplicada na pessoa.



Exemplo 2: Na colisão entre dois automóveis, ambos se deformam. Isso prova que, se um deles age, o outro reage em sentido contrário. Os automóveis trocam forças de ação e reação que têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos.

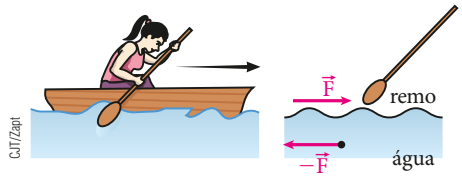


Embora os carros troquem forças de intensidades iguais, ficará menos deformado aquele que receber a pancada em uma região de estrutura mais resistente.

Exemplo 3: Ao remar em um barco, uma pessoa põe em prática a **Lei da Ação e Reação**. O remo age na água, empurrando-a com uma força $-\vec{F}$. Esta, por sua vez, reage no remo, empurrando-o em sentido oposto com uma força $\vec{F}$.

É importante notar que a ação $-\vec{F}$ está aplicada na água, enquanto a reação $\vec{F}$ está aplicada no remo.

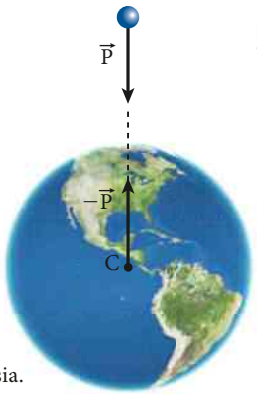
Ação e reação aplicam-se em **corpos diferentes**.



CJT/Zapt

Exemplo 4: Consideremos um corpo sob a influência do campo gravitacional terrestre. Conforme sabemos, o corpo é atraído gravitacionalmente, sendo solicitado por uma força $\vec{P}$. Mas se a Terra, por meio do seu campo de gravidade, age no corpo, este reage na Terra, atraindo-a com uma força $-\vec{P}$.

O corpo e a Terra interagem gravitacionalmente, trocando entre si forças de ação e reação. Observemos que $\vec{P}$ está aplicada no corpo, enquanto $-\vec{P}$ está aplicada na Terra (no seu centro de massa).



CJT/Zapt
Thinkstock/GettyImages

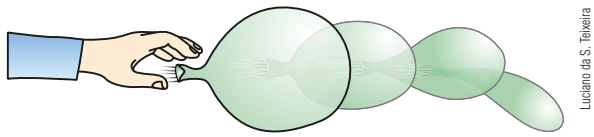
Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Nos três primeiros exemplos, as forças de ação e reação exercidas pelos corpos descritos são **forças de contato**. Entretanto, no exemplo **4**, as forças trocadas pela Terra e pelo corpo são **forças de campo**, pois advêm de uma interação a distância, que não necessita de contato para ocorrer.

É importante perceber que as forças de ação e reação têm sempre a mesma natureza, ou seja, são ambas de contato ou ambas de campo.

Aplicação da 3ª Lei de Newton

Um experimento simples que você já deve ter realizado está esquematizado na figura a seguir, na qual está representado um balão de borracha movimentando-se à medida que expele o ar existente em seu interior.


Luciano da S. Teixeira

Esse fenômeno pode ser explicado pelo **Princípio da Ação e Reação**. Cada partícula do ar ejetado recebe uma "força para trás". Essas partículas, que são em grande número, reagem no balão com "pequenas forças para a frente". Essas "forças" originam uma força resultante expressiva, capaz de acelerar o corpo elástico.

QUESTÕES COMENTADAS

8 Na Terra, um astronauta de massa **M** tem peso **P**. Supondo que na Lua a aceleração da gravidade seja um sexto da verificada na Terra, obtenha:

a) a massa do astronauta na Lua;

b) o peso do astronauta na Lua.

RESOLUÇÃO

a) A massa de um corpo independe do local, sendo a mesma em qualquer ponto do Universo. Assim, na Lua, a massa do astronauta também será igual a **M**.

b) O peso **P** do astronauta na Terra é dado por: $P = M\,g$

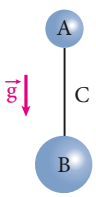
O peso **P** do astronauta na Lua será dado por: $P' = M\,g'$

Sendo $g' = \frac{1}{6}\,g$, segue que:

$$P' = M\frac{1}{6}\,g = \frac{1}{6}\,M\,g \Rightarrow \boxed{P' = \frac{1}{6}\,P}$$

Respostas: a) **M**; b) $\frac{1}{6}\,P$

9 Uma esfera maciça **A**, de peso **P**, está ligada por um fio inextensível **C**, de massa desprezível, a outra esfera **B**, também maciça, de peso $P' = 2P$.



O conjunto é abandonado no vácuo, sem velocidade inicial, e executa um movimento de queda livre com o fio reto na vertical. A aceleração da gravidade tem intensidade **g**. Calcule:

a) os módulos das acelerações das esferas **A** e **B**;

b) a intensidade da força de tração no fio.

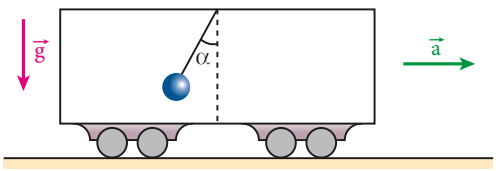
RESOLUÇÃO

a) Como as esferas **A** e **B** estão em queda livre, sua aceleração é igual à da gravidade: **g**.

b) A força resultante em cada esfera em queda livre é o seu próprio peso. Por isso, as duas esferas não interagem com o fio, que permanece frouxo sem estar tracionado (tração nula).

Respostas: a) **g**; b) Tração nula.

10 Considere um veículo, como o representado a seguir, em movimento retilíneo sobre um plano horizontal.
Pelo fato de estar acelerado para a direita, um pêndulo preso a seu teto desloca-se em relação à posição de equilíbrio, formando um ângulo α com a vertical.

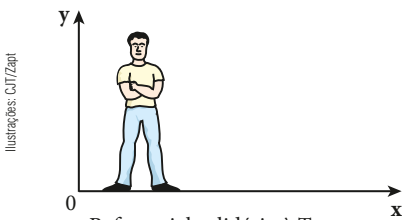


CJT/Zapt
Thinkstock/Getty Images

São conhecidos o ângulo α, o módulo da aceleração da gravidade (**g**) e a massa da esfera (**m**) atada ao fio ideal.
a) Qual é o módulo da aceleração $\vec{a}$ do veículo?
b) O módulo de $\vec{a}$ depende de **m**?

RESOLUÇÃO

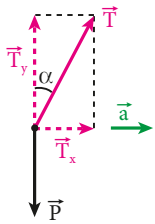
a) Isolemos a esfera pendular e identifiquemos as forças que nela agem em relação a um referencial inercial, isto é, todo aquele para o qual vale o **Princípio da Inércia**:



Ilustrações: CJT/Zapt

Referencial solidário à Terra.

Na esfera pendular, agem duas forças: seu peso $(\vec{P})$ e a força de tração devida ao fio $(\vec{T})$.
Façamos a decomposição de $\vec{T}$ nas direções horizontal e vertical:



Temos:

$T_x = T \operatorname{sen} \alpha$ (I) e $T_y = T \cos \alpha$ (II)

Para o observador fixo na Terra, a esfera pendular não é acelerada verticalmente. Isso significa que $\vec{T}_y$ equilibra $\vec{P}$, o que nos leva a escrever:

$$T_y = P \Rightarrow T_y = m\,g \quad \text{(III)}$$

Para o mesmo observador fixo na Terra, a esfera pendular possui movimento com aceleração dirigida para a direita, juntamente com o veículo. A resultante que acelera a esfera pendular em relação à Terra é $\vec{T}_x$.
Aplicando a **2ª Lei de Newton**, temos: $T_x = m\,a$ (IV)
Comparando as expressões (**I**) e (**IV**), obtemos:

$$m\,a = T \operatorname{sen} \alpha \quad \text{(V)}$$

Comparando as expressões (**III**) e (**II**), temos:

$$m\,g = T \cos \alpha \quad \text{(VI)}$$

Dividindo (**V**) e (**VI**) membro a membro, obtemos:

$$\frac{ma}{mg} = \frac{T \operatorname{sen} \alpha}{T \cos \alpha} \Rightarrow \frac{a}{g} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$$

Portanto: $a = g \operatorname{tg} \alpha$

b) O módulo de $\vec{a}$ não depende de **m**, que foi cancelada nos cálculos.

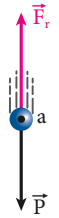
Respostas: a) $g \operatorname{tg} \alpha$; b) Não.

11 Um corpo de massa 4,0 kg cai, a partir do repouso, no campo gravitacional terrestre, suposto de intensidade constante, de módulo 10 m/s^2. A força de resistência que o corpo recebe do ar durante a queda tem intensidade dada, em newtons, pela expressão $F_r = 10v^2$, em que **v** é o módulo de sua velocidade, em m/s. Admitindo que a altura de queda seja suficientemente grande, calcule a velocidade-limite atingida pelo corpo.

RESOLUÇÃO

Durante a queda, duas forças agem no corpo: o peso $(\vec{P})$ e a força de resistência do ar $(\vec{F}_r)$.
A intensidade de $\vec{F}_r$ cresce a partir de zero. A intensidade de $\vec{P}$, entretanto, é constante.

esfera em queda no ar



À medida que o corpo ganha velocidade durante a queda, $\vec{F}_r$ se intensifica, atingindo, depois de certo intervalo de tempo, o mesmo valor de $\vec{P}$. A partir daí, a velocidade estabiliza, assumindo um valor constante denominado **velocidade-limite**.

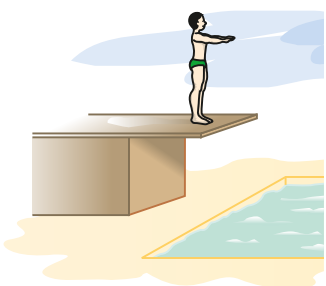
Condição de velocidade-limite:

$$F_r = P \Rightarrow F_r = m\,g$$

$$10\,(v_{lim})^2 = 4{,}0 \cdot 10 \Rightarrow v_{lim} = 2{,}0 \text{ m/s}$$

Resposta: 2,0 m/s

12 Um garoto encontra-se em pé sobre o trampolim de uma piscina, conforme representa o esquema seguinte.

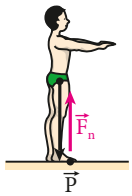


A deflexão do trampolim é desprezível, de forma que este pode ser considerado horizontal. Desprezando-se os efeitos do ar, caracterize todas as forças externas que agem no corpo do garoto, dizendo quais as outras que formam, com aquelas primeiras, pares ação-reação. A massa do garoto vale 60 kg e, no local, $|\vec{g}| = 10$ m/s^2.

RESOLUÇÃO

Se o garoto está em repouso na extremidade do trampolim, a resultante das forças que agem em seu corpo é nula (o garoto está em **equilíbrio estático**).

Apenas duas forças verticais e de sentidos opostos agem no corpo do garoto, conforme representa o esquema a seguir.



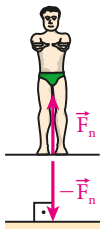
$\vec{P}$ = ação gravitacional (exercida pela Terra);
$\vec{F}_n$ = reação normal do apoio (exercida pelo trampolim).

As forças $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$ equilibram-se mutuamente, portanto, têm intensidades iguais:

$$|\vec{F}_n| = |\vec{P}| = m\,|\vec{g}| \Rightarrow |\vec{F}_n| = |\vec{P}| = 60 \cdot 10\ (N)$$

Logo: $|\vec{F}_n| = |\vec{P}| = 600\ N$

Observe os esquemas a seguir.

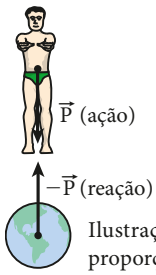


(reação)

(ação)

A ação correspondente à reação $\vec{F}_n$ é a força de compressão $-\vec{F}_n$ que o garoto exerce no trampolim.

$$|\vec{F}_n| = |-\vec{F}_n| = 600\ N$$



A reação correspondente à ação $\vec{P}$ é a força $-\vec{P}$, que o garoto exerce no centro de massa da Terra.

$$|\vec{P}| = |-\vec{P}| = 600\ N$$

Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

NOTA

As forças $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$ têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, porém não constituem entre si um par ação-reação, uma vez que estão aplicadas no mesmo corpo (o do garoto).

Resposta: Ver resolução.

13 Dois garotos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 40 kg e 60 kg, encontram-se sobre a superfície plana, horizontal e perfeitamente lisa de um grande lago congelado. Em dado instante, **A** empurra **B**, que sai com velocidade de 4,0 m/s. Supondo desprezível a influência do ar, determine:

a) o módulo da velocidade de **A** após o empurrão;

b) a distância que separa os garotos, decorridos 10 s do empurrão.

RESOLUÇÃO

a) Durante o contato (empurrão), **A** e **B** trocam entre si forças de ação e reação: **A** age em **B** e **B** reage em **A**.
O **Princípio Fundamental da Dinâmica**, aplicado ao garoto **A**, conduz a:

$$F_A = m_A\,a_A = m_A\,\frac{\Delta v_A}{\Delta t} = m_A\,\frac{(v_A - v_{0_A})}{\Delta t}$$

Como $v_{0_A} = 0$ (**A** estava inicialmente parado), temos:

$$F_A = m_A\,\frac{v_A}{\Delta t}$$

O **Princípio Fundamental da Dinâmica**, aplicado ao garoto **B**, conduz a:

$$F_B = m_B\,a_B = m_B\,\frac{\Delta v_B}{\Delta t} = m_B\,\frac{(v_B - v_{0_B})}{\Delta t}$$

Como $v_{0_B} = 0$ (**B** estava inicialmente parado), temos:

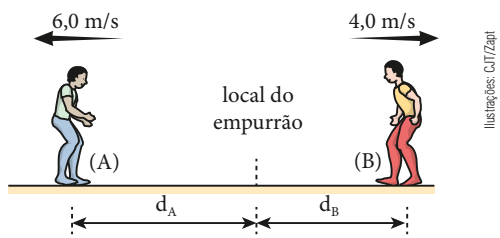
$$F_B = m_B\,\frac{v_B}{\Delta t}$$

F_A e F_B são as intensidades das forças médias recebidas, respectivamente, por **A** e **B** no ato do empurrão (ação e reação).
Como as forças de ação e reação têm intensidades iguais, segue que:

$$F_A = F_B \Rightarrow m_A\,\frac{v_A}{\Delta t} = m_B\,\frac{v_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

As velocidades adquiridas pelos garotos têm intensidades inversamente proporcionais às respectivas massas.
Sendo $v_B = 4{,}0$ m/s, $m_A = 40$ kg e $m_B = 60$ kg, calculamos v_A: $\frac{v_A}{4{,}0} = \frac{60}{40} \Rightarrow v_A = 6{,}0$ m/s

b)



Ilustrações: CJT/Zapt

A distância **D** que separa os garotos, decorridos 10 s do empurrão, é dada por: $D = d_A + d_B$ em que $\mathbf{d}_A$ e $\mathbf{d}_B$ são as distâncias percorridas por **A** e por **B** no referido intervalo de tempo.
Assim:

$$d_A = 6{,}0\ \frac{m}{s} \cdot 10\ s \Rightarrow d_A = 60\ m$$

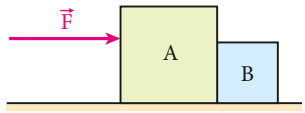
$$d_B = 4{,}0\ \frac{m}{s} \cdot 10\ s \Rightarrow d_B = 40\ m$$

Logo: $D = 60\ m + 40\ m \Rightarrow D = 100\ m$

Respostas: a) 6,0 m/s; b) 100 m

14 Os dois blocos indicados na figura encontram-se em contato, apoiados em um plano horizontal sem atrito. Com os blocos em repouso, aplica-se em **A** uma força constante, paralela ao plano de apoio e de intensidade **F**. Sabe-se que as massas de **A** e **B** valem, respectivamente, 2M e **M**.

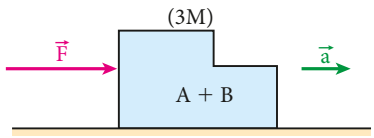
Ilustrações: CJT/Zapt



Não considerando a influência do ar, determine:
a) o módulo da aceleração adquirida pelo sistema;
b) a intensidade da força de contato trocada pelos blocos.

RESOLUÇÃO

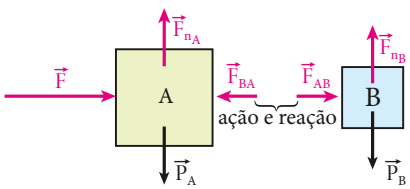
a) A resultante externa que acelera o conjunto A + B é $\vec{F}$:



Aplicando ao conjunto A + B (de massa total 3M) o **Princípio Fundamental da Dinâmica**, temos:

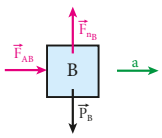
$$F = (m_A + m_B)\,a \Rightarrow F = 3M\,a \Rightarrow \boxed{a = \frac{F}{3M}}$$

b) Isolando os blocos e fazendo o esquema das forças que agem em cada um, verificamos o seguinte:



Na região de contato, os blocos trocam as forças $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{BA}$, que constituem um par ação-reação.

A intensidade de $\vec{F}_{AB}$ (ou de $\vec{F}_{BA}$) pode ser calculada aplicando-se a **2ª Lei de Newton** ao bloco **B**.



$\vec{F}_{n_B}$ e $\vec{P}_B$ equilibram-se, já que a aceleração vertical é nula. Logo, quem acelera exclusivamente o bloco **B** é $\vec{F}_{AB}$.

$$F_{AB} = m_B\,a \Rightarrow F_{AB} = M\,\frac{F}{3M} \Rightarrow \boxed{F_{AB} = F_{BA} = \frac{F}{3}}$$

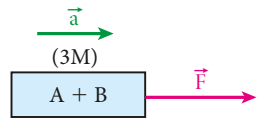
Respostas: a) $\frac{F}{3M}$; b) $\frac{F}{3}$

15 A figura seguinte representa dois blocos, **A** (massa **M**) e **B** (massa 2M), interligados por um fio ideal e apoiados em uma mesa horizontal sem atrito:

Aplica-se em **A** uma força paralela à mesa, de intensidade **F** e que acelera o conjunto. Desprezando a influência do ar, determine:
a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força que traciona o fio.

RESOLUÇÃO

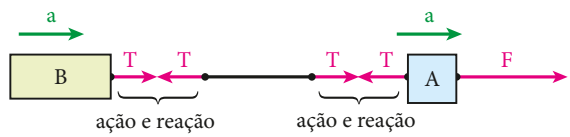
a) A resultante externa que acelera o conjunto A + B é $\vec{F}$:



O módulo da aceleração $\vec{a}$ é calculado pelo **Princípio Fundamental da Dinâmica**:

$$F = (m_A + m_B)\,a \Rightarrow F = 3M\,a \Rightarrow \boxed{a = \frac{F}{3M}}$$

b) As forças verticais (peso e normal) equilibram-se em cada bloco; assim, isolando os blocos e o fio, obtemos o seguinte esquema de forças horizontais:



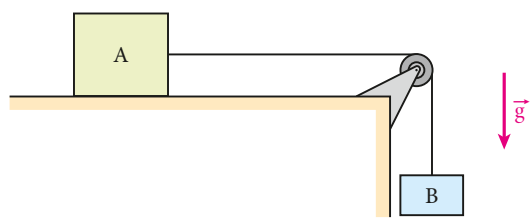
A força que traciona o fio tem a mesma intensidade daquela que acelera o bloco **B**.

Assim, aplicando a **B** a **2ª Lei de Newton**, temos:

$$T = m_B\,a \Rightarrow T = 2M\,\frac{F}{3M} \Rightarrow \boxed{T = \frac{2}{3}F}$$

Respostas: a) $\frac{F}{3M}$; b) $\frac{2}{3}$ F

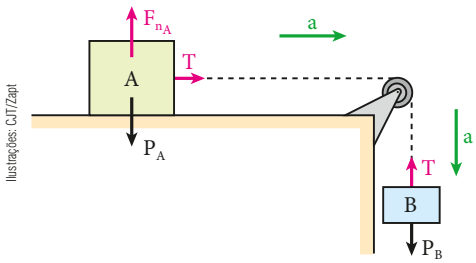
16 Na montagem representada na figura, o fio é inextensível e de massa desprezível; a polia pode girar sem atrito em torno de seu eixo, tendo inércia de rotação desprezível; as massas dos blocos **A** e **B** valem, respectivamente, $\mathbf{m}_A$ e $\mathbf{m}_B$; inexiste atrito entre o bloco **A** e o plano horizontal em que se apoia e a influência do ar é insignificante.



Em determinado instante, o sistema é abandonado à ação da gravidade. Assumindo para o módulo da aceleração da gravidade o valor **g**, determine:
a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força que traciona o fio.

RESOLUÇÃO

Façamos, inicialmente, o esquema das forças que agem em cada bloco:



Ilustrações: CJT/Zapt

Apliquemos o **Princípio Fundamental da Dinâmica** a cada um deles:
Bloco **B**: $P_B - T = m_B a$ (I)
Bloco **A**: $T = m_A a$ (II)

a) Adicionando (**I**) e (**II**), calculamos o módulo da aceleração do sistema:

$$P_B = (m_A + m_B)a \Rightarrow a = \frac{P_B}{m_A + m_B} \Rightarrow a = \frac{m_B}{m_A + m_B} g$$

NOTA

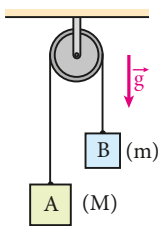
A força resultante que acelera o conjunto A + B é o peso de **B**.

b) Substituindo o valor de **a** em (**II**), obtemos a intensidade da força que traciona o fio:

$$T = m_A a \Rightarrow T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} g$$

Respostas: a) $\frac{m_B}{m_A + m_B} g$; b) $\frac{m_A m_B}{m_A + m_B} g$

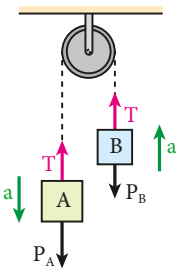
17 O dispositivo representado no esquema a seguir é uma máquina de Atwood. A polia tem inércia de rotação desprezível e não se consideram os atritos. O fio é inextensível e de massa desprezível e, no local, a aceleração gravitacional tem módulo **g**. Tem-se, ainda, que as massas dos corpos **A** e **B** valem, respectivamente, **M** e **m**, com M > m.



Supondo que em determinado instante a máquina seja destravada, determine:
a) o módulo da aceleração adquirida pelo bloco **A** e pelo bloco **B**;
b) a intensidade da força que traciona o fio durante o movimento dos blocos.

RESOLUÇÃO

A figura a seguir mostra o esquema das forças que agem em cada corpo.



Como M > m, o corpo **A** é acelerado para baixo, enquanto **B** é acelerado para cima. Aplicando a **A** e a **B** a **2ª Lei de Newton**, obtemos:
Corpo **A**: $P_A - T = M a$ (I)
Corpo **B**: $T - P_B = m a$ (II)

a) Adicionando (**I**) e (**II**), calculamos o módulo das acelerações dos blocos:

$$P_A - P_B = (M + m)a \Rightarrow (M - m)g = (M + m)a$$

$$\text{Logo: } a = \frac{(M - m)}{M + m} g$$

NOTA

A força resultante que acelera o conjunto A + B é dada pela diferença entre os pesos de **A** e **B**.

b) De (**II**), segue que:

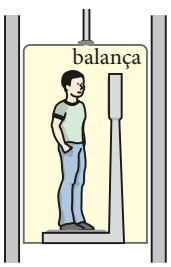
$$T - m g = m \frac{(M - m)}{M + m} g \Rightarrow T = \frac{2M m}{M + m} g$$

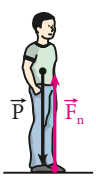
Respostas: a) $\frac{(M - m)}{M + m} g$; b) $\frac{2M m}{M + m} g$

18 Um homem de massa 60 kg acha-se de pé sobre uma balança graduada em newtons. Ele e a balança situam-se dentro da cabine de um elevador que tem, em relação à Terra, uma aceleração vertical de módulo 1,0 m/s². Adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s², calcule:
a) a indicação da balança no caso de o elevador estar acelerado para cima;
b) a indicação da balança no caso de o elevador estar acelerado para baixo.

RESOLUÇÃO

A figura a seguir representa a situação proposta, juntamente com o esquema das forças que agem no homem.

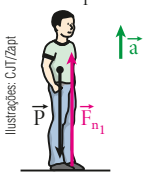




$\vec{P}$ é o peso do homem.
$P = 600$ N $(60 \cdot 10 = 600)$
$\vec{F}_n$ é a reação normal da balança.

A força $\vec{F}_n$ tem intensidade igual à indicação da balança. Isso ocorre pelo fato de o homem e a balança trocarem, na região de contato, forças de ação e reação. A intensidade de $\vec{F}_n$ é o peso aparente do homem dentro do elevador.

a) No caso de o elevador estar acelerado para cima, $|\vec{F}_{n_1}| > |\vec{P}|$.



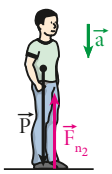
Aplicando a **2ª Lei de Newton**, temos:

$F_{n_1} - P = m\,a \Rightarrow F_{n_1} = m\,(g + a)$

$F_{n_1} = 60\,(10 + 1{,}0)\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{n_1} = 660\ N}$

O peso aparente é **maior** que o peso real (660 N > 600 N).

b) No caso de o elevador estar acelerado para baixo, $|\vec{F}_{n_2}| < |\vec{P}|$:



Aplicando a **2ª Lei de Newton**, temos:

$P - F_{n_2} = m\,a \Rightarrow F_{n_2} = m\,(g - a)$

$F_{n_2} = 60\,(10 - 1{,}0)\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{n_2} = 540\ N}$

O peso aparente é **menor** que o peso real (540 N < 600 N).

Respostas: a) 660 N; b) 540 N

NOTA

Podemos dizer que dentro de um elevador em movimento acelerado na vertical reina uma **gravidade aparente** (g_{ap}) diferente da gravidade externa (**g**).

I. Elevador com aceleração de módulo *a*, dirigida para cima (↑), em movimento ascendente ou descendente.
Nesse caso, os corpos dentro do elevador aparentam um peso **maior** que o real.

$$g_{ap} = g + a$$

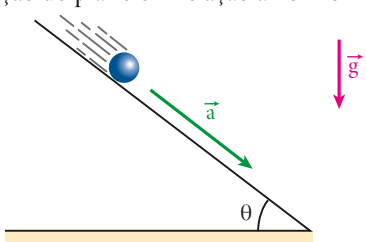
II. Elevador com aceleração de módulo *a*, dirigida para baixo (↓), em movimento ascendente ou descendente.
Nesse caso, os corpos dentro do elevador aparentam um peso **menor** que o real.

$$g_{ap} = g - a$$

Observe que, se a = g, teremos $g_{ap} = 0$ e os corpos, dentro do elevador, aparentarão peso nulo.

19 Uma partícula de massa **m** é abandonada no topo do plano inclinado da figura, de onde desce em movimento acelerado com aceleração $\vec{a}$.

O ângulo de inclinação do plano em relação à horizontal é θ e o módulo da aceleração da gravidade é **g**.



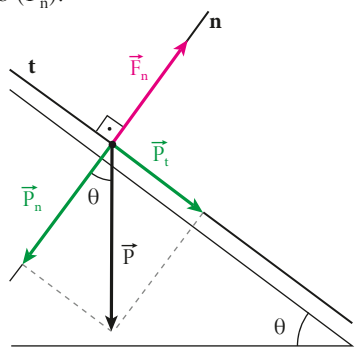
Desprezando os atritos e a influência do ar:

a) calcule o módulo de $\vec{a}$;

b) trace os seguintes gráficos: módulo de $\vec{a}$ em função de θ e módulo de $\vec{a}$ em função de **m**.

RESOLUÇÃO

a) Nas condições citadas, apenas duas forças atuam na partícula: seu peso ($\vec{P}$) e a reação normal do plano inclinado ($\vec{F}_n$):



$\vec{P}_n$ = componente normal do peso ($P_n = P \cos \theta$)

Como na direção **n** a aceleração da partícula é nula, deve ocorrer: $\boxed{P_n = F_n}$

$\vec{P}_t$ = componente tangencial do peso ($P_t = P \operatorname{sen} \theta$).

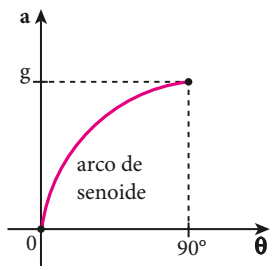
A resultante externa que acelera a partícula na direção **t** é $\vec{P}_t$.

Logo, aplicando o **Princípio Fundamental da Dinâmica**, temos: $P_t = m\,a$

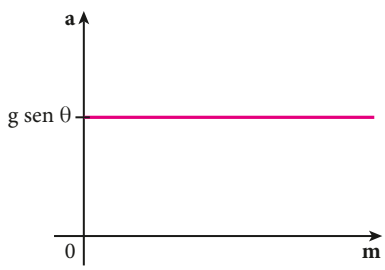
Assim: $P \operatorname{sen} \theta = m\,a \Rightarrow m\,g \operatorname{sen} \theta = m\,a$

$$\boxed{a = g \operatorname{sen} \theta}$$

b)



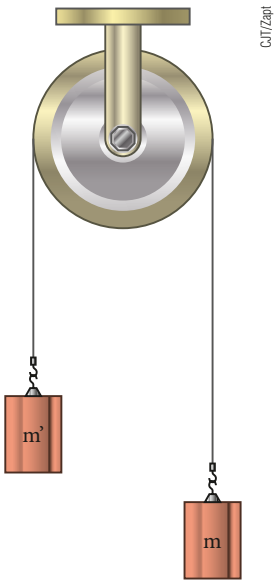
Como **a** independe de **m**, obtemos:



Respostas: a) g sen θ; b) Ver gráficos.

FAÇA VOCÊ MESMO — Máquina de Atwood

Propomos nesta seção a construção de uma *máquina de Atwood*, que tem este nome em homenagem ao seu criador, o físico inglês **George Atwood** (1745-1807). Ele elaborou esse mecanismo com a finalidade de aplicar as leis de Newton ao movimento dos blocos envolvidos, verificando a intensidade de sua aceleração e, eventualmente, determinando o módulo da aceleração da gravidade local.



CJT/Zapt

Representação de uma máquina de Atwood.

Material necessário

- 1 polia de plástico leve, com eixo e suporte para fixação;
- 2 pequenas latas de conserva iguais. O tamanho dessas latas vai depender das dimensões da polia utilizada (veja ilustração ao lado);
- 1 fio leve e inextensível para ser utilizado na polia, em cujas extremidades possam ser amarradas as latas de conserva;
- areia em quantidade suficiente para preencher a metade de cada lata;
- 1 colher de sopa.

Procedimento

I. Faça a montagem da máquina de Atwood como sugere a figura, de modo que as latas de conserva fiquem bem conectadas ao fio e o arranjo permaneça contido em um plano vertical. Trespassada por seu eixo, a polia deverá ser devidamente fixada.

II. Preencha as duas latas com areia até a metade de suas capacidades. Feito isso, observe que as latas se mantêm em equilíbrio, independentemente da posição em que forem abandonadas. Isso significa que elas poderão ser largadas emparelhadas ou com uma abaixo da outra. Seja como for, permanecerão em repouso nas suas respectivas posições.

III. Utilizando a colher, passe agora um pouco de areia de uma lata para a outra e observe que as latas, uma vez abandonadas, adquirem movimento acelerado, com a mais leve subindo e a mais pesada, descendo.

IV. Em seguida, passe toda a areia de uma lata para a outra. Nesse caso, uma lata ficará vazia e a outra, totalmente preenchida com areia. Verifique a intensidade da aceleração das latas e compare-a com a da situação anterior. Faça isso apenas visualmente, sem efetuar cálculo algum. Você notará que do primeiro para o segundo caso haverá um aumento perceptível na intensidade da aceleração.

Analisando o experimento

1. Por que a transferência de areia de uma lata para outra faz aumentar a intensidade da aceleração? Justifique com cálculos*.
2. O que ocorre com a intensidade da força de tração no fio à medida que se transfere areia de uma lata para outra? Aumenta, diminui ou permanece constante? Justifique com cálculos*.
3. Como se poderia obter a intensidade da aceleração da gravidade de um local utilizando-se uma máquina de Atwood? Elabore uma proposta experimental respaldada em cálculos matemáticos*.

*Em suas argumentações quantitativas, admita condições ideais, isto é, o fio inextensível, flexível e sem peso, a polia com inércia desprezível e sem atrito com o eixo, além da ausência de resistência do ar.

QUESTÕES PROPOSTAS

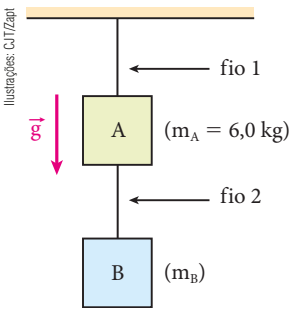
FAÇA NO CADERNO.

20. Na Terra, em um local em que a aceleração da gravidade é normal, uma sonda espacial pesa $5{,}0 \cdot 10^2$ kgf. Levada para um planeta **X**, seu peso passa a valer $1{,}0 \cdot 10^4$ N. Determine:

a) a massa da sonda na Terra e no planeta **X**;

b) o módulo da aceleração da gravidade na superfície do planeta **X**.

21. Na situação esquematizada na figura abaixo, os blocos **A** e **B** encontram-se em equilíbrio, presos a fios ideais iguais, que suportam uma tração máxima de 90 N.



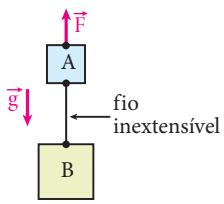
Ilustrações: CJT/Zapt

Sabendo que $|\vec{g}| = 10$ m/s², determine:

a) a maior massa $\mathbf{m_B}$ admissível ao bloco **B**, de modo que nenhum dos fios arrebente;

b) a intensidade da força de tração no fio **2**, supondo que o fio **1** se rompeu e que os blocos estão em queda livre na vertical.

22. No esquema a seguir, os blocos **A** e **B** têm massas $m_A = 2{,}0$ kg e $m_B = 3{,}0$ kg. Desprezam-se o peso do fio e a influência do ar.

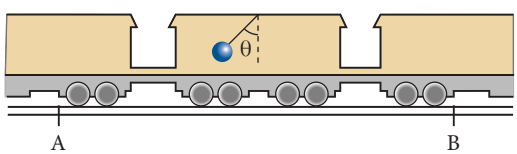


Sendo $|\vec{F}| = 80$ N e adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s², determine:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) a intensidade da força que traciona o fio.

23. No teto de um vagão ferroviário, prende-se uma esfera de aço por meio de um fio leve e inextensível. Verifica-se que em um trecho retilíneo e horizontal da ferrovia o fio se mantém na posição indicada, formando com a vertical um ângulo $\theta = 45°$. No local, adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s².



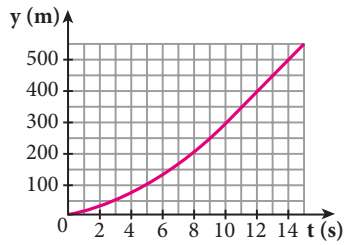
Sendo $\vec{v}$ a velocidade vetorial do trem e $\vec{a}$ sua aceleração, responda:

a) Qual é a orientação de $\vec{a}$, de **A** para **B** ou de **B** para **A**?

b) Qual é a intensidade de $\vec{a}$?

c) Qual é a orientação de $\vec{v}$, de **A** para **B** ou de **B** para **A**?

24. Um paraquedista parte do repouso de um helicóptero parado no ar a grande altitude, no instante $t_0 = 0$ s, e inicia sua queda com o paraquedas fechado. Não há ventos, de modo que a trajetória do paraquedista pode ser considerada retilínea e vertical. A distância **y** do paraquedista em relação ao helicóptero cresce com o passar do tempo **t**, conforme o gráfico.



No local, a aceleração da gravidade tem módulo igual a 10 m/s² e a intensidade **R** da força de resistência do ar no corpo do paraquedista, cuja massa é de 75 kg, incluindo roupas e equipamentos, varia com o valor de sua velocidade **v** segundo a expressão $R = k v^2$ (SI), em que **k** é uma constante que depende principalmente da densidade do ar e da geometria do corpo do paraquedista. Observe no gráfico que o valor da velocidade cresce durante os primeiros 10 s e, em seguida, estabiliza-se, quando se atinge uma velocidade constante, denominada velocidade limite ($\mathbf{v_L}$). Determine:

a) o valor de $\mathbf{v_L}$, em m/s;

b) o valor de **k**, no SI;

c) o módulo da aceleração do paraquedista quando o valor de sua velocidade for a metade de $\mathbf{v_L}$.

25. Uma tira de borracha de peso desprezível e comprimento natural (sem deformação) $\mathbf{L_0}$ é fixada em um suporte de modo a permanecer em posição vertical. Nela, são pendurados sucessivamente dois blocos, **A** e **B**, de pesos respectivamente iguais a 1,0 N e 3,0 N. Com **A** suspenso e em equilíbrio, verifica-se que a tira de borracha apresenta um comprimento de 8,0 cm, e com **B** suspenso e em equilíbrio, nota-se, agora, um comprimento de 12,0 cm.

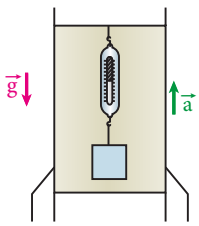
Admitindo-se que a tira de borracha obedeça à **Lei de Hooke**, determine:

a) o valor de $\mathbf{L_0}$, em centímetros;

b) a constante elástica da tira de borracha, em N/cm.

26. Um bloco de massa $\mathbf{m_1}$, inicialmente em repouso, recebe a ação exclusiva de uma força $\vec{F}$ constante que o leva a percorrer uma distância **d** durante um intervalo de tempo **T**. Um outro bloco, de massa $\mathbf{m_2}$, também inicialmente em repouso, recebe a ação da mesma força $\vec{F}$ constante, de modo a percorrer a mesma distância **d** durante um intervalo de tempo 2T. Determine a relação $\frac{m_1}{m_2}$.

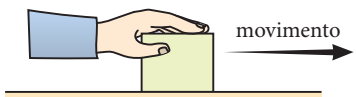
27. A figura abaixo representa o corte de um dos compartimentos de um foguete, que acelera verticalmente para cima nas proximidades da Terra.



No teto do compartimento, está fixado um dinamômetro ideal, que tem preso a si um bloco de massa 4,0 kg. Adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e admitindo que a indicação do dinamômetro seja 60 N, determine o módulo da aceleração do foguete.

28. Um homem empurra um bloco sobre uma mesa horizontal perfeitamente sem atrito, aplicando-lhe uma força paralela à mesa, conforme ilustra a figura:

Faça um esquema representando todas as forças externas que agem no bloco, bem como as que, com elas, formam pares ação-reação.



29. Um astronauta, do qual desprezaremos as dimensões, encontra-se em repouso no ponto **A** da figura **1**, em uma região do espaço livre de ações gravitacionais significativas. 0xyz é um referencial inercial. Por meio de uma mochila espacial, dotada dos jatos (**1**), (**2**) e (**3**), de mesma potência e que expelem combustível queimado nos sentidos indicados na figura **2**, o astronauta consegue mover-se em relação a 0xyz.

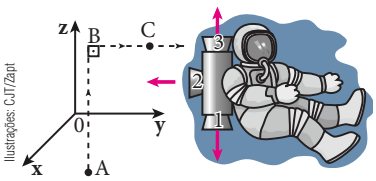
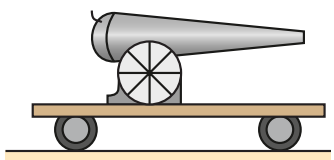


figura 1 figura 2

Para percorrer a trajetória A → B → C →, o astronauta deverá acionar, durante intervalos de tempo iguais, os jatos na seguinte sequência:

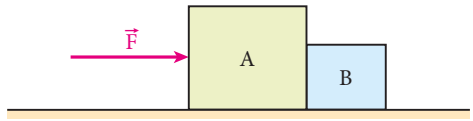
a) (1) e (2)
b) (3) e (2)
c) (3), (1) e (2)
d) (1), (3) e (2)
e) (1), (2) e (3)

30. O esquema a seguir representa um canhão rigidamente ligado a um carrinho, que pode deslizar sem atrito sobre o plano horizontal.



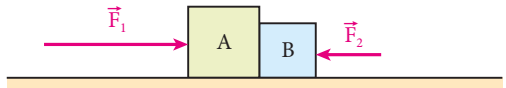
O sistema, inicialmente em repouso, dispara horizontalmente um projétil de 20 kg de massa, que sai com velocidade de $1{,}2 \cdot 10^2$ m/s. Sabendo que a massa do conjunto canhão-carrinho perfaz $2{,}4 \cdot 10^3$ kg e desprezando a resistência do ar, calcule o módulo da velocidade de recuo do conjunto canhão-carrinho após o disparo.

31. Na figura abaixo, os blocos **A** e **B** têm massas $m_A = 6{,}0$ kg e $m_B = 2{,}0$ kg e, estando apenas encostados entre si, repousam sobre um plano horizontal perfeitamente liso.



A partir de um dado instante, exerce-se em **A** uma força horizontal $\vec{F}$, de intensidade igual a 16 N.
Desprezando a influência do ar, calcule:
a) o módulo da aceleração do conjunto;
b) a intensidade das forças que **A** e **B** trocam entre si na região de contato.

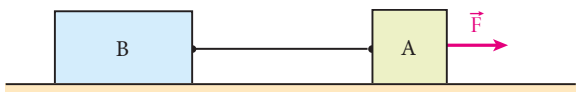
32. Na situação esquematizada na figura, desprezam-se os atritos e a influência do ar. As massas de **A** e **B** valem, respectivamente, 3,0 kg e 2,0 kg.



Sabendo-se que as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são paralelas ao plano horizontal de apoio e que $|\vec{F}_1| = 40$ N e $|\vec{F}_2| = 10$ N, pode-se afirmar que a intensidade da força que **B** aplica em **A** vale:

a) 10 N
b) 12 N
c) 18 N
d) 22 N
e) 26 N

33. Na situação do esquema a seguir, não há atrito entre os blocos e o plano horizontal, a influência do ar é desprezível e as massas de **A** e de **B** valem, respectivamente, 2,0 kg e 8,0 kg.



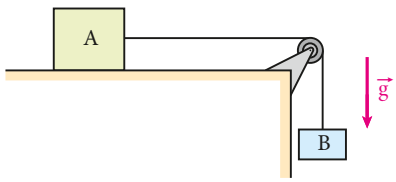
Sabe-se que o fio leve e inextensível que une **A** com **B** suporta, sem romper-se, uma tração máxima de 32 N. Calcule a maior intensidade admissível à força $\vec{F}$, horizontal, para que o fio não se rompa.

34. Um rebocador arrasta dois flutuadores idênticos, de 3,2 t de massa cada um, imprimindo-lhes uma aceleração de módulo 0,10 m/s² ao longo de uma linha reta. A força de tração no cabo que une a embarcação ao primeiro flutuador tem intensidade de 800 N.

A força de resistência, aplicada pela água em cada flutuador, tem intensidade **f**, e a força de tração no cabo que une os dois flutuadores tem intensidade **T**. Indique a opção correta:

a) f = 80 N; T = 400 N.
b) f = 400 N; T = 800 N.
c) f = 320 N; T = 400 N.
d) f = 400 N; T = 400 N.
e) f = 160 N; T = 800 N.

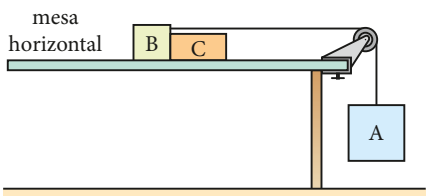
35. No arranjo experimental esquematizado a seguir, os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a 4,0 kg e 1,0 kg (desprezam-se os atritos, a influência do ar e a inércia da polia).



Considerando o fio que interliga os blocos leve e inextensível e adotando nos cálculos $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) o módulo da aceleração dos blocos;
b) a intensidade da força de tração estabelecida no fio.

36. Na figura, os blocos **A**, **B** e **C** têm massas respectivamente iguais a 3M, 2M e **M**; o fio e a polia são ideais. Os atritos são desprezíveis e a aceleração da gravidade tem intensidade **g**.

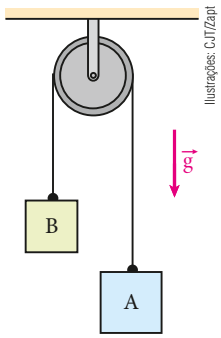


Admitindo os blocos em movimento sob a ação da gravidade, calcule as intensidades da força de tração no fio (**T**) e da força de contato, **F**, trocada por **B** e **C**.

37. O dispositivo esquematizado na figura é uma **máquina de Atwood**. No caso, não há atritos, o fio é inextensível e desprezam-se sua massa e a da polia.

Supondo que os blocos **A** e **B** tenham massas respectivamente iguais a 3,0 kg e 2,0 kg e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

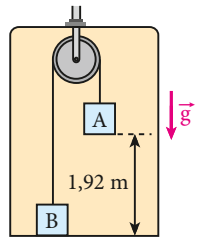
a) o módulo da aceleração dos blocos;
b) a intensidade da força de tração estabelecida no fio;
c) a intensidade da força de tração estabelecida na haste de sustentação da polia.



Ilustrações: CJT/Zapt

38. A figura a seguir representa os blocos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 3,0 kg e 1,0 kg, conectados entre si por um fio leve e inextensível que passa por uma polia ideal, fixa no teto de um elevador. Os blocos estão inicialmente em repouso, em relação ao elevador, nas posições indicadas.

Admitindo que o elevador tenha aceleração de intensidade 2,0 m/s², vertical e dirigida para cima, determine o intervalo de tempo necessário para o bloco **A** atingir o piso do elevador.
Adote nos cálculos
$|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$.



39. Em determinado parque de diversões, o elevador que despenca verticalmente em queda livre é a grande atração. Rafael, um garoto de massa igual a 70 kg, encara o desafio e, sem se intimidar com os comentários de seus colegas, embarca no brinquedo, que começa a subir a partir do repouso. Durante a ascensão vertical do elevador, são verificadas três etapas:

I. movimento uniformemente acelerado com aceleração de módulo 1,0 m/s²;
II. movimento uniforme;
III. movimento uniformemente retardado com aceleração de módulo 1,0 m/s².

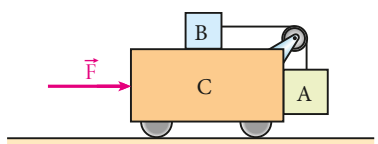
Depois de alguns segundos estacionado no ponto mais alto da torre, de onde Rafael acena triunfante para o grupo de amigos, o elevador é destravado, passando a cair com aceleração praticamente igual à da gravidade (10 m/s²). Pede-se calcular o peso aparente de Rafael:

a) nas etapas **I**, **II** e **III**;
b) durante a queda livre.

40. Em um elevador, há uma balança graduada em newtons. Um homem de 60 kg de massa, em pé sobre a balança, lê 720 N quando o elevador sobe em movimento acelerado e 456 N quando o elevador desce em movimento acelerado, com a mesma aceleração da subida, em módulo. Determine:

a) os módulos da aceleração da gravidade e do elevador;
b) quanto registrará a balança se o elevador subir ou descer com velocidade constante.

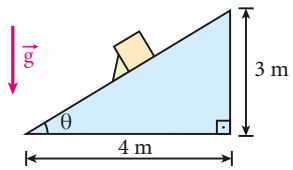
41. Na figura, o sistema está sujeito à ação da resultante externa $\vec{F}$, paralela ao plano horizontal sobre o qual o carrinho está apoiado. Todos os atritos são irrelevantes e a inércia do fio e da polia são desprezíveis.



As massas dos corpos **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, 2,0 kg, 1,0 kg e 5,0 kg e, no local, o módulo da aceleração da gravidade é 10 m/s².

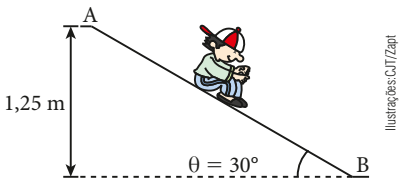
Supondo que **A** esteja apenas encostado em **C**, determine a intensidade de $\vec{F}$ de modo que **A** e **B** não se movimentem em relação ao carrinho **C**.

42. No plano inclinado representado abaixo, o bloco encontra-se impedido de se movimentar em razão do calço no qual está apoiado. Os atritos são desprezíveis, a massa do bloco vale 5,0 kg e $g = 10\ m/s^2$.



a) Faça no seu caderno uma figura do bloco e esquematize as forças que agem nesse corpo.
b) Calcule as intensidades das forças com as quais o bloco comprime o calço e o plano de apoio.

43. Um garoto de massa igual a 40,0 kg parte do repouso do ponto **A** do escorregador esquematizado abaixo e desce sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar.



Ilustrações: CJT/Zapt

Sabendo que no local a aceleração da gravidade tem intensidade $10,0\ m/s^2$, responda:

a) Qual é o módulo da aceleração adquirida pelo garoto? O valor calculado depende de sua massa?
b) Qual é o intervalo de tempo gasto pelo garoto no percurso de **A** até **B**?
c) Com que velocidade ele atinge o ponto **B**?

DESCUBRA **MAIS**

1. Qual é a melhor maneira de deslocar um copo de água completamente cheio sem que nenhuma gota derrame? Fundamente sua resposta em princípios físicos.

2. Suponha que, ao perceber a iminente colisão frontal entre seu barco e uma rocha, um homem desligue imediatamente o motor de popa e puxe vigorosamente uma corda amarrada na proa da embarcação em sentido oposto ao do movimento, que ocorre com alta velocidade. O homem consegue frear o barco dessa maneira? Justifique sua resposta.

3. Você lança uma pedra para cima e ela sobe e desce por um mesmo segmento de reta vertical, retornando, ao final, à sua mão. Levando-se em conta a resistência do ar, que intervalo de tempo é maior: o de subida ou o de descida?

4. Nos porta-aviões, os caças dispõem de cerca de 80,0 m para realizar sua decolagem. É um comprimento muito pequeno que obriga cada aeronave, com massa próxima de 13300 kg, a ser arremessada por um dispositivo denominado catapulta. Esse sistema, constituído de trilhos e cabos de aço, imprime ao avião forças que, adicionadas às de impulsão provocadas pelas turbinas funcionando em alta rotação, produzem o empurrão resultante necessário ao levantamento de voo.

Thinkstock/Getty Images

Avião decolando de uma base naval.

A arrancada do caça na curta pista do porta-aviões é tão violenta que o corpo do piloto sofre uma intensa compressão contra o encosto da poltrona, ficando sua face sensivelmente deformada durante o curto intervalo de tempo da operação. Supondo-se que o avião alce voo com velocidade próxima de 56,0 m/s (aproximadamente 202 km/h), explique por que ocorre essa compressão do corpo do piloto contra o encosto da poltrona, bem como a deformação de sua face. Estime a intensidade média da aceleração da aeronave ao decolar e também a intensidade média da força resultante responsável por essa aceleração.

5. Quando abandonamos uma pequena pedra nas proximidades do solo, ela cai verticalmente com aceleração de intensidade próxima de $10\ m/s^2$. Durante essa queda, a pedra e a Terra atraem-se mutuamente, trocando forças gravitacionais de ação e reação, que têm intensidades iguais. O planeta experimenta alguma aceleração detectável em razão dessa interação? Justifique sua resposta.

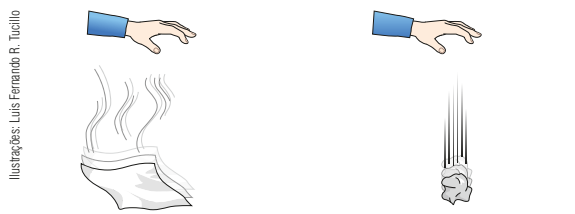
INTERSABERES

A força de resistência do ar e o estudo da queda vertical de um corpo no ar

A força de resistência do ar

Por ser um meio gasoso, o ar permite a penetração de corpos através dele. Esses corpos, porém, colidem com as moléculas do ar durante o movimento, ficando sujeitos a uma força de oposição ao avanço, denominada **força de resistência do ar**. Essa força é tanto mais intensa quanto maior for a área da superfície externa do corpo exposta às colisões com as partículas do ar.

Um experimento simples que comprova esse fato pode ser realizado com uma folha de papel. Deixando-se a folha cair aberta, ela descreverá uma trajetória irregular. Se essa mesma folha cair do mesmo ponto, porém embolada, descreverá uma trajetória praticamente retilínea, gastando até o solo um intervalo de tempo menor que o gasto no caso anterior. Isso mostra que, na folha embolada, a ação do ar é menos expressiva, pois a área que colide com as moléculas torna-se menor.



Ilustrações: Luis Fernando R. Tucillo

Folha aberta: trajetória irregular e maior tempo de queda.

Folha embolada: trajetória praticamente retilínea e menor tempo de queda.

É fácil constatar que a força de resistência do ar é tanto mais intensa quanto maior for a velocidade do corpo em relação ao ar, o que se justifica pela intensificação dos efeitos das colisões das partículas de ar contra o corpo. Verifica-se que, na maioria dos casos, a proporção é aproximadamente quadrática, isto é, do tipo:

$$F_r = k\,v^2$$

em que F_r é a intensidade da força de resistência do ar; **k** é um coeficiente que depende da forma do corpo, da densidade do ar e da maior área de uma seção do corpo perpendicular à direção do movimento; **v** é a intensidade da velocidade.

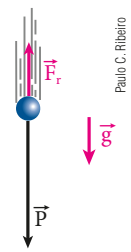
O *design* de um carro define sua forma aerodinâmica, que influi no coeficiente **k**. Modelos que apresentam pequenos valores de **k** percebem menos a força de resistência do ar, que cresce em qualquer caso com a velocidade.

Thinkstock/Getty Images

Em um carro em movimento, atua uma força de resistência exercida pelo ar que depende, entre outros fatores, da forma do veículo (aerodinâmica) e da velocidade.

O estudo da queda vertical, no ar, de um corpo de dimensões relativamente pequenas

Consideremos um corpo esférico abandonado do repouso de uma grande altitude em relação ao solo. Desprezando-se a ação de ventos, durante a queda apenas duas forças agirão sobre ele: o peso ou força da gravidade $(\vec{P})$ e a força de resistência do ar $(\vec{F}_r)$, conforme representa a figura ao lado.



Paulo C. Ribeiro

Supondo desprezíveis as variações do campo gravitacional durante a queda do corpo, seu peso permanecerá constante durante o movimento. Entretanto, o mesmo não ocorrerá com a força de resistência do ar, pois esta terá intensidade crescente à medida que o corpo for ganhando velocidade.

Esta etapa de movimento acelerado terá duração limitada, visto que, atingida certa velocidade, a força de resistência do ar assumirá intensidade igual à da força-peso.

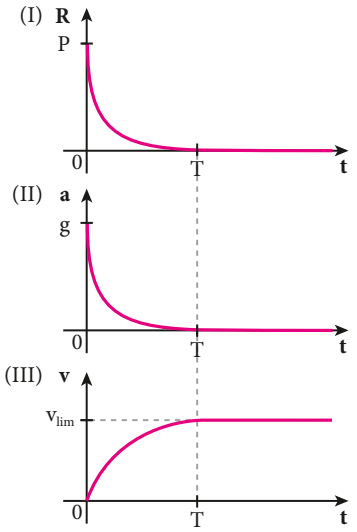
A partir daí, a força resultante será nula, de modo que o corpo prosseguirá sua queda em movimento retilíneo e uniforme, por inércia. A velocidade constante apresentada durante esse movimento inercial denomina-se **velocidade-limite**.

Thinkstock/Getty Images

Um paraquedista descreve, inicialmente, um movimento acelerado na direção vertical, sob a ação da força da gravidade (peso) e da força vertical de resistência do ar. A partir do instante em que a força resistente aplicada pelo ar equilibra o peso, o movimento do esportista torna-se uniforme e a velocidade constante adquirida é a **velocidade-limite**.

Nos gráficos qualitativos (**I**), (**II**) e (**III**) ao lado, representamos as variações com o tempo (**t**) da intensidade da força resultante (**R**) sobre o corpo, da intensidade da aceleração (**a**) e da intensidade da velocidade (**v**). Nesses gráficos, **g** é o módulo da aceleração da gravidade, v_{lim} é o módulo da velocidade-limite atingida pelo corpo e **T** é o instante em que é atingida essa velocidade.

Condição de v_{lim}: $|\vec{F}_r| = |\vec{P}|$



Intensidade da força resultante em função do tempo.

Intensidade da aceleração em função do tempo.

Intensidade da velocidade em função do tempo.

Superaquecimento por fricção com o ar na entrada na atmosfera teria sido a causa da desintegração do ônibus espacial Columbia

NASA

O Columbia sendo lançado ao espaço. Cabo Canaveral, Flórida, Janeiro de 2003.

Nem só de sucessos vive a história das viagens espaciais estadunidenses.

Por duas vezes, ônibus espaciais de missões promovidas pelos Estados Unidos espatifaram-se, ceifando a vida de toda a tripulação. O primeiro foi o Challenger, em 28 de janeiro de 1986, que explodiu 73 s depois do lançamento, matando seus sete astronautas. Um dos foguetes propulsores apresentou defeito, provocando a explosão da espaçonave. Com isso, estabeleceu-se uma pausa de 32 meses nas viagens espaciais organizadas por esse país com ônibus espaciais reutilizáveis.

A segunda tragédia ocorreu em 1º de fevereiro de 2003, com o ônibus espacial Columbia, o segundo veículo reutilizável da série *space shuttles* construída pelos Estados Unidos. Depois de uma missão de 16 dias, em que foram realizados 80 experimentos com sucesso, a nave se desintegrou ao reentrar na atmosfera terrestre, matando seus sete tripulantes.

A provável causa do acidente do Columbia foi o colapso da estrutura externa constituída por um revestimento cerâmico capaz de suportar temperaturas elevadíssimas. Com danos nesse revestimento, regiões próximas à asa direita superaqueceram devido à fricção com o ar na entrada na atmosfera, o que teria provocado a desintegração total do veículo.

O jornal *Folha de S.Paulo* (edição de 1º fev. 2003 *on-line*) assim descreveu o desastre do Columbia:

Ônibus espacial se desintegra sobre EUA; sete astronautas morrem

O ônibus espacial Columbia se desintegrou na manhã de sábado sobre os Estados Unidos enquanto preparava-se para pousar, confirmou a Nasa (agência espacial norte-americana).

A tripulação, formada por seis norte-americanos e um israelense, morreu. A Nasa hasteou a bandeira dos Estados Unidos a meio mastro no Centro Espacial Kennedy, no cabo Canaveral.

O ônibus caiu no Estado do Texas, após a agência perder o contato com os astronautas às 14 h (12 h em Brasília), 16 minutos antes do horário programado para sua aterrissagem no cabo Canaveral, na Flórida. Moradores da cidade de Palestine, no leste do Texas, disseram à rede de televisão CNN que escutaram uma "grande explosão".

O Columbia teria se desintegrado durante a entrada na atmosfera, a 63 quilômetros de altitude. Ele era o mais antigo ônibus espacial americano, lançado pela primeira vez em 12 de abril de 1981.

Durante sua decolagem, em janeiro, uma placa de isolamento térmico se desprendeu da fuselagem. No entanto, a agência afirmou que o incidente não comprometeria a missão.

No ano passado, fissuras encontradas em tubos de combustível fizeram com que ele e os outros três ônibus espaciais da Nasa passassem por uma revisão. Esta era a primeira missão do Columbia desde então.

Sean O'Keefe, administrador da Nasa, afirmou que duas equipes, uma federal e outra independente, investigarão a causa do acidente. Segundo ele, não há indicações de que o acidente tenha sido causado por algo ou alguém em terra.

Missão cumprida

Os sete astronautas participavam de uma missão científica e estavam há 16 dias na órbita terrestre.

A tripulação se dividiu em duas equipes, cada uma trabalhando 12 horas, para dar conta das 80 experiências programadas. A maioria, 59, foi realizada em um módulo laboratorial no porão de carga do ônibus.

A maior parte dos dados foi transmitida à Terra antes do fim da missão, que vinha sendo considerada um sucesso até o acidente.

"A tripulação era totalmente dedicada. Temos de saber o que aconteceu e não deixar que o sacrifício deles seja em vão", disse o administrador associado da Nasa, Bill Readdy.

Disponível em: <www1.folha.uol.com.br/folha/ciencia/ult306u8321.shtml>. Acesso em: 10 dez. 2015.

NASA/Getty Images

Tripulação do Columbia antes do retorno da fatídica missão.

Compreensão, pesquisa e debate

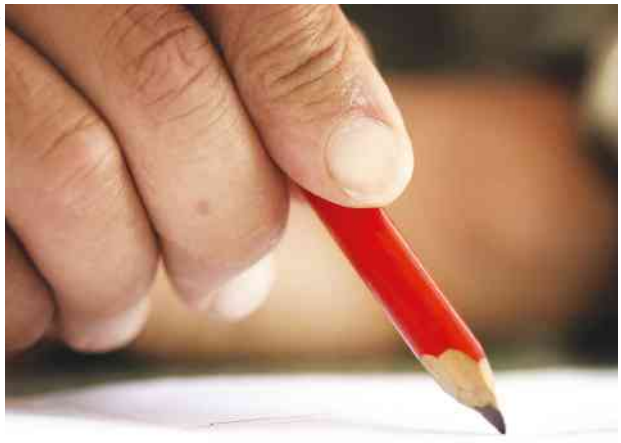
1. Como os pássaros voam?
2. Qual é a finalidade das asas e dos aerofólios existentes nos carros de Fórmula 1?
3. Qual é o valor aproximado da velocidade-limite atingida por um paraquedista em queda vertical no ar com seu paraquedas aberto?
4. Pesquise pelo menos dois outros cientistas ou estudiosos que pereceram em nome da ciência e cite as circunstâncias de suas mortes.
5. A saga dos ônibus espaciais reutilizáveis finalizou-se em 2012 com a última missão do *Atlantis*. No futuro próximo, como será feito o envio de missões tripuladas ao espaço?

CAPÍTULO 6

ATRITO ENTRE SÓLIDOS

1. INTRODUÇÃO

Imagine que você receba a incumbência de escrever com um lápis comum sobre uma lâmina de vidro plana e lisa. Isso seria possível? Certamente não! Devido ao pequeno atrito existente entre o vidro e a grafite, esta não seria desgastada pelo vidro e a escrita não poderia ser notada. Escrever sobre uma superfície qualquer exige a intervenção de forças de atrito. Sem elas, a ponta do lápis, da caneta, ou mesmo a extremidade de um giz, não deixarão seus registros onde se pretende grafar o texto.



Gaetan Allouche/Flickr/Getty Images

A utilização adequada de um lápis requer forças de atrito, tanto para que o objeto seja devidamente empunhado como para a produção da escrita sobre uma folha de papel.

Consideremos dois corpos em contato, comprimindo-se mutuamente. Quando um deles escorrega ou tende a escorregar em relação ao outro, há uma troca de forças, denominadas **forças de atrito**. Essas forças, que sempre surgem no sentido de se opor ao escorregamento ou à tendência de escorregamento, ocorrem devido a interações de origem eletromagnética entre os átomos das regiões de contato efetivo entre as duas superfícies.

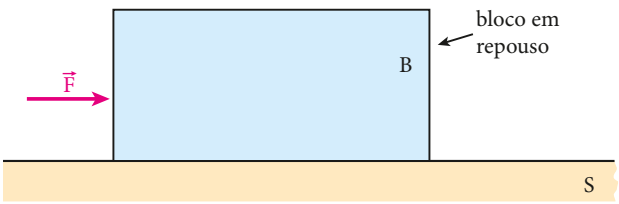
Se não fossem as forças de atrito, seria impossível caminhar em uma rua, bem como não seria viável o movimento de um carro convencional sobre o asfalto. Na ausência de forças de atrito, um colhedor de cocos não conseguiria escalar o caule de um coqueiro para apanhar os frutos, uma lixa não desgastaria um pedaço de madeira e não poderíamos desfrutar do som emitido por um violino, já que esse som é obtido pelo esfregar das fibras ou dos fios do arco sobre as cordas do instrumento.

Embora as forças de atrito sejam decisivas para a ocorrência dos exemplos citados, em muitos casos elas são veículos de dissipação de energia, como energia cinética, que é transformada, em geral, em energia térmica. Se, por exemplo, você lançar sua caneta para que ela deslize sobre o chão da sala de aula, notará que, pela ação das forças de atrito, ela será freada até sua completa imobilização, perdendo dessa forma a energia cinética recebida no ato do lançamento.

Consideremos a situação em que um bloco **B** repousa sobre a superfície **S**, plana e horizontal.

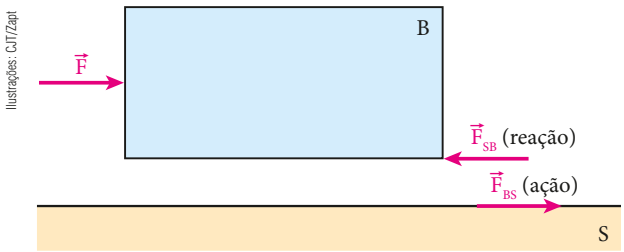
Ilustrações: C.IT/Zapt

Admitamos que **B** seja empurrado horizontalmente para a direita por uma força $\vec{F}$, mas sem sair do lugar.



Ao ser empurrado, **B** aplica em **S** uma força $\vec{F}_{BS}$ horizontal dirigida para a direita.

Como se explica, então, o repouso de **B**? Ocorre que esse bloco recebe de **S**, na região de contato, uma força $\vec{F}_{SB}$ horizontal dirigida para a esquerda, que equilibra a força $\vec{F}$.



$$\vec{F}_{BS} = -\vec{F}_{SB}$$

As forças $\vec{F}_{BS}$ e $\vec{F}_{SB}$ que **B** e **S** trocam na região de contato são forças de atrito e constituem um par **ação-reação** (**3ª Lei de Newton**).

Observemos que $\vec{F}_{BS}$ e $\vec{F}_{SB}$ têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, estando aplicadas em corpos diferentes.

Destaquemos, ainda, que as forças de atrito $\vec{F}_{BS}$ e $\vec{F}_{SB}$ só aparecem se $\vec{F} \neq \vec{0}$. De fato, se não houver solicitação de escorregamento, não haverá troca de forças de atrito entre as superfícies em contato.

Então, para o bloco **B** em repouso sobre a superfície **S**, temos:

$$\text{Se } \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{BS} = \vec{F}_{SB} = \vec{0}$$

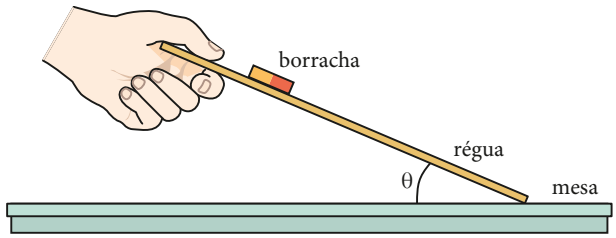
No caso de **B** já estar escorregando sobre a superfície **S**, as forças de atrito também estarão presentes, independentemente de $\vec{F}$ estar atuando ou não.

Estudaremos neste capítulo o atrito de escorregamento entre sólidos, atribuindo-lhe duas denominações: **atrito estático**, enquanto não houver escorregamento entre as superfícies atritantes, e **atrito cinético**, para o caso de o escorregamento já haver se iniciado.

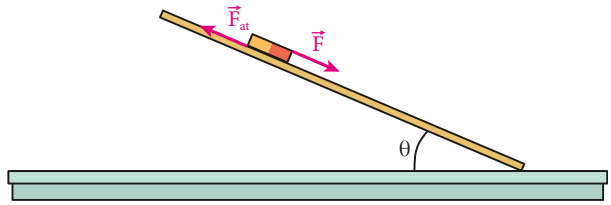
2. ATRITO ESTÁTICO

Considere uma mesa horizontal sobre a qual repousa uma régua de madeira. Imagine uma borracha escolar apoiada sobre a face mais larga da régua. Inicialmente a borracha não recebe forças de atrito, uma vez que não manifesta nenhuma tendência de escorregamento.

Suponha agora que a régua seja inclinada lentamente em relação à superfície da mesa, conforme sugere a figura a seguir.



No início, para pequenos valores do ângulo θ, a borracha permanece parada e a força de atrito que a mantém em equilíbrio é do tipo estático. Tal força tem intensidade crescente a partir de zero, constituindo-se na equilibrante da força que solicita a borracha a descer (componente tangencial do peso da borracha).



Enquanto a borracha está em equilíbrio, $\vec{F}$ e $\vec{F}_{at}$ têm intensidades crescentes com o ângulo **θ**, valendo a relação $\vec{F}_{at} = -\vec{F}$.

Continuando a inclinar a régua de modo que aumente o ângulo θ, chega-se a um ponto em que a borracha se apresenta na iminência de movimento, isto é, está prestes a descer. Nesse caso, a força de atrito estático que ainda mantém a borracha em equilíbrio terá atingido sua máxima intensidade.

Essa máxima força de atrito estático, que se manifesta quando o escorregamento é iminente, é denominada **força de atrito de destaque** $\left(\vec{F}_{at_d}\right)$.

Resumindo, vimos que a força de atrito estático $\left(\vec{F}_{at}\right)$ tem intensidade variável desde zero, quando não há solicitação de escorregamento, até um valor máximo ou de destaque, quando o corpo fica na iminência de escorregar.

Assim, podemos dizer que: $0 \leqslant F_{at} \leqslant F_{at_d}$

A intensidade da força de atrito estático depende da intensidade da força que visa provocar o escorregamento, sendo sempre igual à desta última.

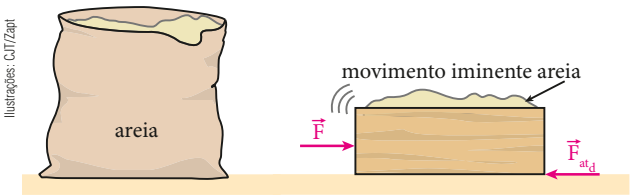
Cálculo da intensidade da força de atrito de destaque (F_{at_d})

Vamos considerar agora uma caixa de papelão, como uma caixa de sapatos, destampada e apoiada sobre a superfície plana e horizontal de um piso de concreto.

Empurrando-se a caixa inicialmente vazia com uma força horizontal, ela será posta "facilmente" em movimento. Se colocarmos, porém, certa quantidade de areia dentro dela, a força horizontal necessária para iniciar o movimento será, certamente, mais intensa que aquela aplicada no caso anterior.

Se aumentarmos gradativamente a quantidade de areia na caixa, notaremos que, quanto mais areia introduzirmos, maior será a intensidade da força horizontal a ser aplicada para que o movimento seja iniciado.

Isso mostra que, à medida que se preenche a caixa com areia, maior se torna a força de atrito de destaque entre ela e o plano de apoio.

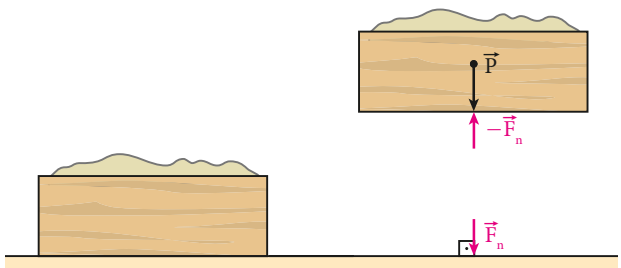


Ilustrações: CJT/Zapt

Aumentando-se a quantidade de areia na caixa, aumenta-se a intensidade da força de atrito de destaque e, consequentemente, mais intensa deve ser a força exercida pelo operador para iniciar o movimento.

Você seria capaz de responder qual é a relação entre a quantidade de areia na caixa e o atrito de destaque?

Ocorre que a introdução de areia contribui para o aumento do peso do sistema e, por isso, este exerce sobre o plano de apoio uma força normal de compressão cada vez mais intensa.



Quanto mais areia é depositada na caixa, maior é o peso do sistema e mais intensa é a força normal de compressão $(\vec{F}_n)$ exercida sobre o piso.

Verifica-se que a intensidade da força de atrito de destaque (F_{at_d}) é diretamente proporcional à intensidade da força normal (F_n) trocada pelas superfícies atritantes na região de contato.

Matematicamente temos o seguinte:

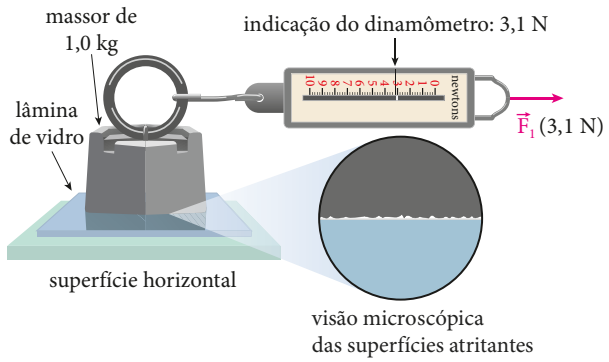
$$F_{at_d} = \mu_e F_n$$

A constante de proporcionalidade μ_e é denominada **coeficiente de atrito estático**, e seu valor depende dos materiais atritantes e do grau de polimento deles.

Observe a seguir a representação de um experimento em que, nas duas situações, o escorregamento do massor de 1,0 kg é iminente.

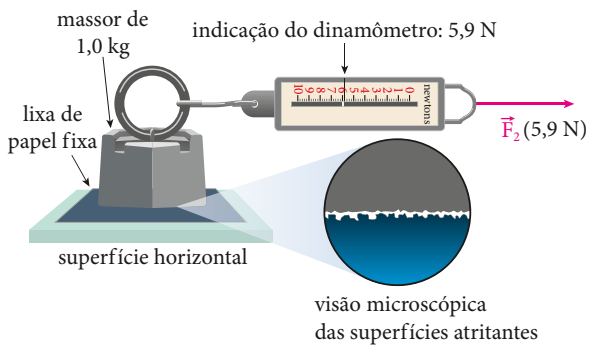
Situação 1

O bloco é colocado sobre uma lâmina de vidro (superfície bastante lisa), e o dinamômetro indica na situação de movimento iminente uma força de 3,1 N.



Situação 2

O bloco é colocado sobre uma lixa de papel (superfície bastante áspera), e o dinamômetro indica na situação de movimento iminente 5,9 N.



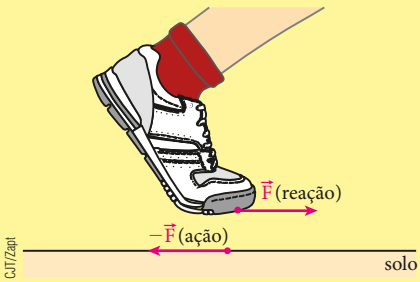
O experimento proposto tem a finalidade de determinar o coeficiente de atrito estático entre um bloco de ferro de massa-padrão 1,0 kg e superfícies horizontais de apoio de materiais diferentes.

Supondo $g = 10\ m/s^2$, pode-se determinar para o primeiro caso $\mu_{e_1} = 0{,}31$, e para o segundo, $\mu_{e_2} = 0{,}59$. Faça esses cálculos.

JÁ PENSOU NISTO?

Sem atrito, seria possível caminhar?

No caminhar, o pé de uma pessoa empurra o chão para trás e este reage no pé da pessoa, empurrando-o para a frente. Pé e solo trocam entre si forças de atrito do tipo **ação** e **reação** (mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos). Observe no esquema a seguir que uma força está aplicada no chão e a outra, no pé da pessoa.



C.J.T./Zapt

Thinkstock/Getty Images

Mulher caminhando.

FAÇA VOCÊ MESMO — Determinando experimentalmente o coeficiente de atrito estático

Experimento 1

Vamos descrever agora um experimento muito simples, com o objetivo de determinar o coeficiente de atrito estático entre duas superfícies.

Material necessário

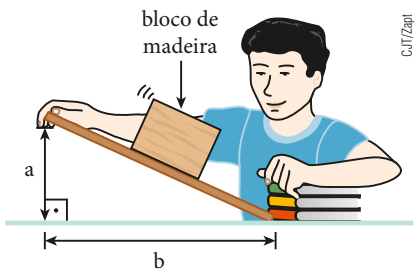
- Uma tábua plana de madeira sem irregularidades (ondulações, rachaduras etc.);
- Um bloco de madeira ou de outro material, sem irregularidades;
- Régua ou trena.

Procedimento

I. Apoie o bloco sobre a tábua de madeira e incline lentamente a tábua em relação à horizontal, conforme indicado na figura ao lado. Perceba que será estabelecida uma situação em que o bloco se apresentará na iminência de deslizar. Nesta situação, fixe a tábua.

II. Com a tábua fixada, meça com uma régua ou trena os comprimentos **a** e **b** indicados na figura. O coeficiente de atrito estático μ_e entre o bloco e a superfície de apoio será determinado por:

$$\mu_e = \frac{a}{b}$$



C.J.T./Zapt

Analisando o experimento

1. Junto com um colega, faça a demonstração matemática da expressão apresentada no procedimento **II**.
2. Use os valores que você obteve e determine o coeficiente de atrito estático μ_e entre o bloco e a tábua.
3. Se você lixasse as superfícies atritantes do bloco e da tábua e repetisse o experimento, o que aconteceria com os valores de **a** e **b**?

Experimento 2

O objetivo deste experimento é determinar o coeficiente de atrito estático (μ_e) entre a sola de um calçado e um determinado piso.

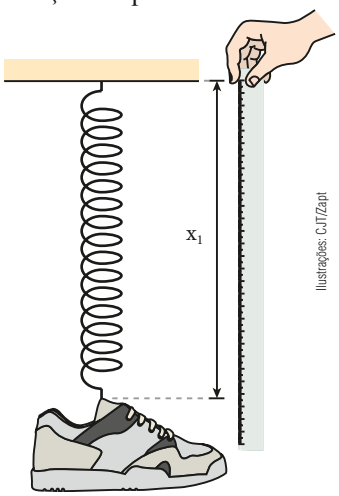
Material necessário

- Uma mola qualquer que opere em regime elástico durante os procedimentos relacionados a seguir;
- Uma régua escolar ou trena;
- Um calçado.

Procedimento

I. Meça o comprimento natural da mola, isto é, seu comprimento sem deformação. Representemos esse comprimento por $\mathbf{x_0}$.

II. Fixe uma das extremidades da mola de modo que ela disponha seu eixo na vertical. Pendure um pé de calçado na extremidade livre da mola, conforme indica a figura ao lado, aguarde o equilíbrio e meça o comprimento $\mathbf{x_1}$ adquirido pela mola nessa situação.



Ilustrações: CJT/Zapt

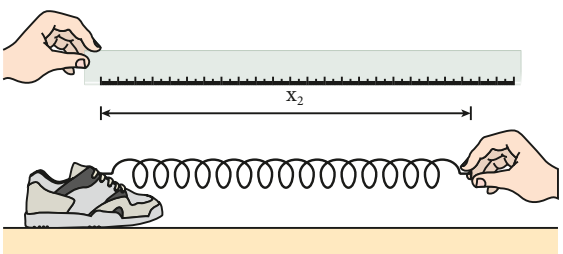
Sendo **P** a intensidade do peso do pé de calçado e $\mathbf{F_1}$ a intensidade da força elástica exercida pela mola sobre ele, podemos escrever na situação de equilíbrio que: $P = F_1$

Aplicando a **Lei de Hooke**, temos:

$$P = K\,\Delta x_1 \Rightarrow P = K\,(x_1 - x_0) \quad \text{(I)}$$

em que **K** é a constante elástica da mola.

III. Em seguida, apoie o pé de calçado sobre o piso, admitido horizontal, conectando a ele uma das extremidades da mola. Puxando a mola horizontalmente, conforme ilustra o esquema a seguir, meça o comprimento $\mathbf{x_2}$ adquirido por ela quando o pé de calçado estiver na iminência de escorregar.



Sendo $\mathbf{F_{at}}$ a intensidade da força de atrito exercida pela superfície de apoio sobre o pé de calçado e $\mathbf{F_2}$ a intensidade da força elástica aplicada pela mola sobre ele, temos na situação de equilíbrio: $F_{at} = F_2$

Aplicando novamente a **Lei de Hooke**, temos: $F_{at} = K\,\Delta x_2 \Rightarrow F_{at} = K\,(x_2 - x_0)$

No caso de escorregamento iminente, porém, a força de atrito estático adquire intensidade máxima (atrito de destaque), dada por $F_{at_d} = \mu_e\,F_n$.

Como a superfície de apoio é horizontal, tem-se ainda que: $F_{at} = \mu_e\,P \Rightarrow \mu_e P = K\,(x_2 - x_0)$ (II)

Dividindo (**II**) por (**I**), segue que: $\dfrac{\mu_e\,P}{P} = \dfrac{K\,(x_2 - x_0)}{K\,(x_1 - x_0)} \Rightarrow \mu_e = \dfrac{x_2 - x_0}{x_1 - x_0}$

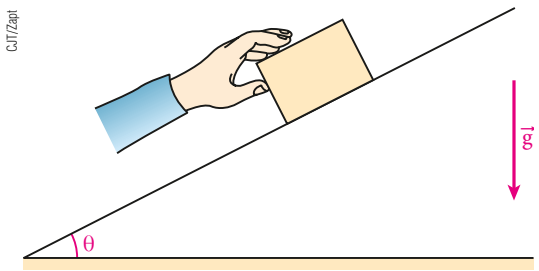
Analisando o experimento

1. Observe que o valor de μ_e independe do peso do pé de calçado e da constante elástica da mola. Depende apenas das distensões apresentadas pela mola no primeiro e no segundo procedimento. Use os valores que você obteve para determinar o coeficiente de atrito estático entre a sola do calçado e a superfície onde o experimento foi realizado.
2. Quanto mais próximo de zero for o valor de μ_e, mais escorregadio será o calçado quando utilizado no piso estudado. Imagine que você repetisse este experimento com o mesmo calçado em uma superfície diferente e obtivesse no procedimento **III** um comprimento $\mathbf{x_2'}$ de modo que $x_2' < x_2$. Em qual das situações o calçado é mais escorregadio?

... e a força de atrito inverte seu sentido

Vamos estudar a seguir uma situação teórica em que um pequeno bloco de massa **m**, apoiado sobre o plano inclinado de um ângulo θ em relação à horizontal, vai ser empurrado paralelamente ao plano sem, no entanto, se deslocar. O coeficiente de atrito estático entre as superfícies atritantes será admitido igual a μ_e, e para a intensidade da aceleração da gravidade adotaremos o valor **g**.

O esquema abaixo ilustra a situação proposta.



As componentes do peso do bloco nas direções tangencial e normal ao plano inclinado têm intensidades respectivamente iguais a $\mathbf{P}_t$ e $\mathbf{P}_n$, dadas por:

$$P_t = m\,g\,\text{sen}\,\theta \qquad \text{e} \qquad P_n = m\,g\,\cos\theta$$

A força de atrito estático recebida pelo bloco em situações de escorregamento iminente (força de atrito de destaque), por sua vez, tem intensidade $\mathbf{F}_{at_d}$, calculada por:

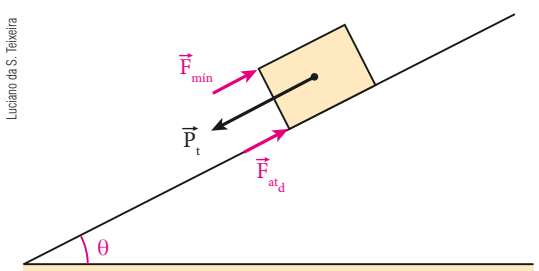
$$F_{at_d} = \mu_e F_n \Rightarrow F_{at_d} = \mu_e P_n$$

Da qual: $F_{at_d} = \mu_e m\,g\cos\theta$

Agora, vamos determinar as intensidades $\mathbf{F}_{mín}$ e $\mathbf{F}_{máx}$ da força $\vec{F}$ aplicada pelo agente externo para deixar o bloco na iminência de escorregar, respectivamente, para baixo e para cima.

(I) A intensidade de $\vec{F}$ é mínima

Nesse caso, o bloco fica na iminência de escorregar para baixo e a força de atrito estático (de destaque) atuante sobre ele é dirigida para cima, no sentido de impedir sua descida.



Condição de equilíbrio:

$$F_{mín} + F_{at_d} = P_t$$

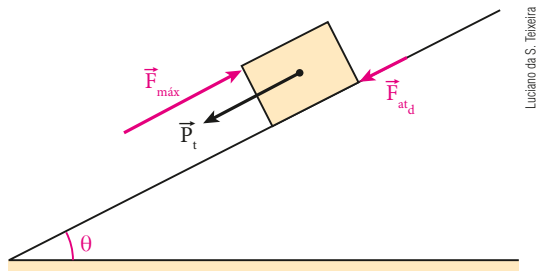
$$F_{mín} + \mu_e m\,g\cos\theta = m\,g\,\text{sen}\,\theta$$

Portanto: $F_{mín} = m\,g\,(\text{sen}\,\theta - \mu_e \cos\theta)$

(II) A intensidade de $\vec{F}$ é máxima

Nesse caso, o bloco fica na iminência de escorregar para cima, e a força de atrito estático (de destaque) atuante sobre ele é dirigida para baixo, no sentido de impedir sua subida.

Observe que **a força de atrito inverte seu sentido** em relação à situação anterior.



Condição de equilíbrio:

$$F_{máx} = P_t + F_{at_d}$$

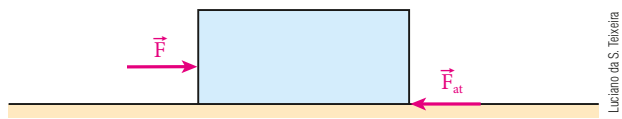
$$F_{máx} = m\,g\,\text{sen}\,\theta + \mu_e m\,g\cos\theta$$

Portanto: $F_{máx} = m\,g\,(\text{sen}\,\theta + \mu_e \cos\theta)$

É importante ressaltar que valores de $\vec{F}$ compreendidos entre $\mathbf{F}_{mín}$ e $\mathbf{F}_{máx}$, incluídos estes dois valores extremos, fazem o bloco permanecer em repouso, sem descer ou subir o plano inclinado.

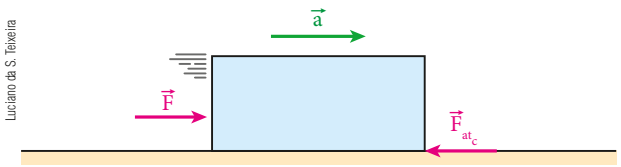
3. ATRITO CINÉTICO

Admita que o bloco da figura abaixo esteja em repouso sobre um plano horizontal real. Suponha que sobre ele seja aplicada uma força $\vec{F}$, paralela ao plano de apoio. Com a atuação de $\vec{F}$, o bloco recebe do plano a força de atrito $\vec{F}_{at}$.



Qual é a condição a ser satisfeita para que o bloco seja colocado em movimento? A resposta é simples: o movimento será iniciado se a intensidade de $\vec{F}$ superar a intensidade da força de atrito de destaque.

Supondo que essa condição tenha sido cumprida, observaremos uma situação dinâmica, com o bloco em movimento. Enquanto o bloco estava em repouso, o atrito era chamado de estático. Agora, porém, receberá a denominação de **atrito cinético** (ou **dinâmico**).



Sendo $F > F_{at_d}$, o bloco entra em movimento e, nessa situação, o atrito recebido do plano de apoio é cinético.

O cofre da figura, inicialmente em repouso, entrará em movimento se a força aplicada pela pessoa vencer a força de atrito de destaque.

Cálculo da intensidade da força de atrito cinético (F_{at_c})

Verifica-se que a intensidade da força de atrito cinético (F_{at_c}) é diretamente proporcional à intensidade da força normal trocada pelas superfícies atritantes.

Matematicamente, temos o seguinte:

$$F_{at_c} = \mu_c F_n$$

A constante de proporcionalidade μ_c é denominada **coeficiente de atrito cinético** (ou **dinâmico**), e seu valor também depende dos materiais atritantes e do grau de polimento deles.

Surge, então, outra pergunta: a força de atrito cinético tem a mesma intensidade que a força de atrito de destaque? A resposta é: essas forças **não** possuem a mesma intensidade, pois $\mu_c \neq \mu_e$. É de observação experimental que $\mu_c < \mu_e$, o que implica $F_{at_c} < F_{at_d}$.

De fato, podemos constatar que é mais fácil manter um armário escorregando sobre o chão do que iniciar seu movimento a partir do repouso.

Em muitos casos, porém, para simplificar os cálculos, a diferença entre μ_c e μ_e é ignorada, possibilitando-nos escrever que $F_{at_c} = F_{at_d} = \mu F_n$, em que μ é chamado apenas de coeficiente de atrito.

Veja, no quadro a seguir, os valores de coeficientes de atrito entre alguns materiais.

Materiais atritantes	μ_e	μ_c
Vidro com vidro	0,94	0,35
Borracha com asfalto seco	1,20	0,85
Borracha com asfalto molhado	0,80	0,60
Aço com alumínio	0,61	0,47
Madeira com madeira	0,58	0,40
Madeira encerada com neve	0,05	0,04
Teflon com aço	0,04	0,04

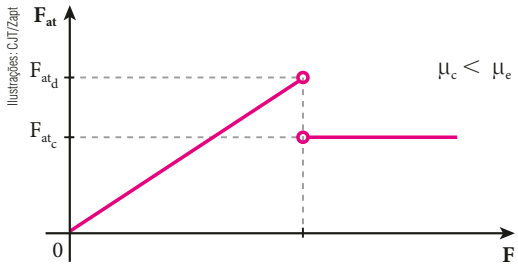
Os sulcos dos pneus dos carros têm por finalidade favorecer o escoamento da água que se interpõe entre a borracha e o asfalto. Isso evita as reduções bruscas do coeficiente de atrito que geralmente provocam o fenômeno da aquaplanagem, causador de derrapagens do veículo. Pneus "carecas", com sulcos pouco profundos, são responsáveis por muitos acidentes de trânsito, pois favorecem a aquaplanagem.

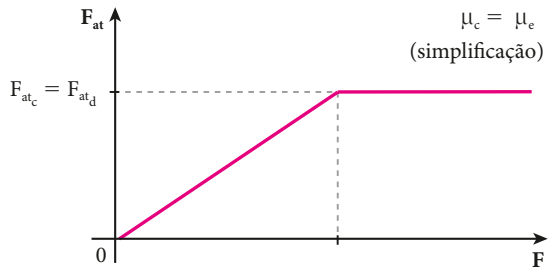
Parte da superfície de um pneu onde podem ser observados os sulcos.

Para a locomoção sobre barro ou neve, pode-se revestir os pneus com correntes. Dessa forma, é compensada a insuficiência de atrito.

Graficamente, a intensidade da força de atrito recebida por um corpo em função da intensidade da força que o solicita ao escorregamento, desde o repouso até escorregar, é dada conforme as seguintes representações:

Ilustrações: CJT/Zapt





Note, de acordo com os gráficos apresentados, que a força de atrito cinético permanece constante, pelo menos dentro de certos limites de velocidade.

JÁ PENSOU NISTO?

Como obter maior eficiência nas arrancadas e freadas?

Em muitas competições de automobilismo, o piloto arranca fazendo as rodas de tração derraparem ou, como se diz na linguagem coloquial, "cantar os pneus". Será que é assim que se obtém a máxima intensidade na aceleração de largada? Certamente que não! A aceleração máxima é obtida quando as rodas de tração ficam prestes a deslizar. É nessa situação que a principal força que impulsiona o carro tem intensidade máxima, já que se trata da força de atrito de destaque.

Serhiy Divin/Thinkstock/Getty Images

Largada com o veículo "cantando os pneus": desperdício de potência e aceleração com intensidade menor que a máxima possível. Campeonato de tração da Ucrânia. Julho de 2015.

Em uma arrancada em que o piloto deixa as rodas derraparem, em razão de haver escorregamento entre os pneus e a pista, o atrito é do tipo dinâmico e este é em geral menor que o atrito de destaque. Dessa forma, fica diminuída a força propulsora sobre o veículo, o que determina menor aceleração.

Também nas freadas não se deve deixar as rodas travarem, pois, na situação de um carro deslizando com os pneus bloqueados, a força de atrito responsável pela frenagem – atrito dinâmico – tem intensidade menor que a da força de atrito de destaque, o que obriga o veículo a percorrer uma distância maior até sua imobilização. O processo de frenagem ocorre com eficiência maior quando se mantêm as rodas na iminência de travar, já que, nesse caso, o veículo fica sujeito à força máxima de retardamento: a força de atrito de destaque.

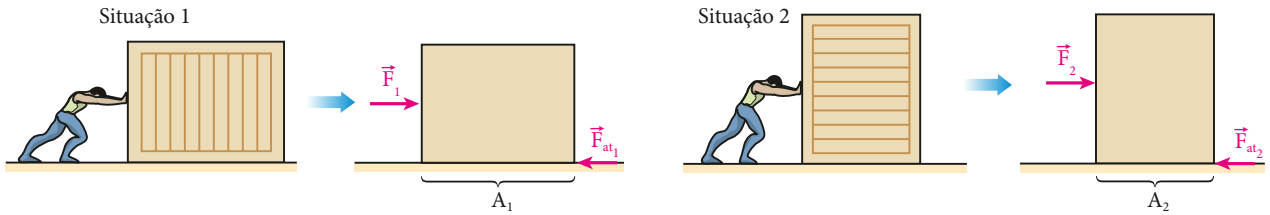
Isso explica a enorme aceitação pelo mercado consumidor do sistema de freios ABS – *Antiblock Braking System* –, pois ele impede o travamento das rodas do veículo durante as freadas. Em geral, diante de perigo iminente, motoristas tendem a pressionar o pedal do freio com muita força, o que quase sempre provoca o bloqueio das rodas. Com freios ABS, essa possibilidade fica praticamente eliminada, o que garante frenagens mais eficazes e seguras.

4. LEI DO ATRITO

Os experimentos revelam que: As forças de atrito de destaque e cinético são praticamente independentes da área de contato entre as superfícies atritantes.

Disso decorre, por exemplo, que uma mesma caixa de madeira empurrada sobre uma mesma superfície horizontal de concreto recebe, para uma mesma solicitação, forças de atrito de intensidades iguais, independentemente de ela estar apoiada conforme a situação **1** ou a situação **2**, ilustradas a seguir.

Ilustrações: CJT/Zapt



No caso da situação **1**, a área de contato da caixa com o plano de apoio é A_1; no caso da situação **2**, é A_2, de modo que $A_1 > A_2$. Se $F_1 = F_2$, então, $F_{at_1} = F_{at_2}$, independentemente de $A_1 > A_2$.

Foi o artista e inventor italiano Leonardo da Vinci (1452-1519) quem primeiro apresentou a formulação das leis do atrito. Quase dois séculos antes de Isaac Newton propor formalmente o conceito de força, ele já dizia: "O atrito exige o dobro do esforço se o peso for dobrado". E também: "O atrito provocado pelo mesmo peso determinará a mesma resistência no início do movimento, embora áreas ou comprimentos de contato sejam diferentes". Alguns séculos depois, o cientista francês Charles Augustin Coulomb (1736-1806) realizou muitos experimentos sobre atrito e estabeleceu a diferença entre atrito estático e atrito cinético.

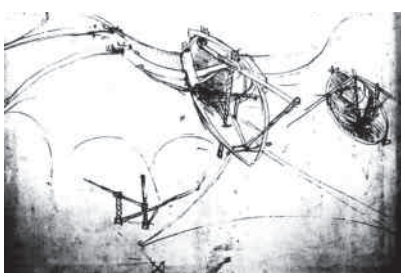
AMPLIANDO O **OLHAR**

Leonardo da Vinci

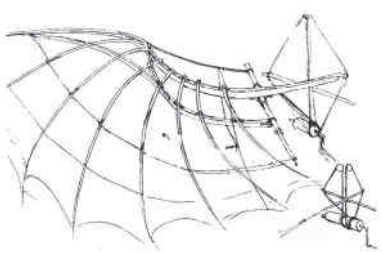
Italiano de Anchiano, Leonardo da Vinci (1452-1519), além de ter sido um dos maiores mestres da arte renascentista, notabilizando-se por obras como a *Mona Lisa* (Museu do Louvre – Paris), foi arquiteto, engenheiro militar e um visionário da ciência. Já nos séculos XV e XVI, ainda distante de formulações matemáticas que se sucederiam no campo da Física, ele projetava máquinas de guerra, objetos voadores, paraquedas e mecanismos para trocar cenários de teatros (altamente sofisticados até para os dias de hoje). No campo da Biologia, estudou anatomia humana, registrando suas descobertas em desenhos que servem de referência para a Medicina ainda nos tempos atuais. Foi um verdadeiro gênio, como poucos que a humanidade conheceu.

Thinkstock/Getty Images

Retrato de Leonardo **da Vinci**. Autor desconhecido, século XIX. Coleção particular.



Bettmann/CORBIS/Fotoarena



The Bridgeman Art Library/Grupo Keystone

Reprodução dos desenhos originais do livro de notas de da Vinci: estudos para uma máquina voadora. À esquerda: desenho da asa mecânica movida a mão; Veneranda Biblioteca Ambrosiana, Milão. À direita: diagrama de uma asa mecânica (manuscrito B); Biblioteca do Instituto da França, Paris.

QUESTÕES COMENTADAS

1 Na figura abaixo, um homem está empurrando um fogão de massa 40 kg, aplicando sobre ele uma força $\vec{F}$, paralela ao solo plano e horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o fogão e o solo é igual a 0,75 e, no local, adota-se $g = 10\ m/s^2$. Supondo que o fogão está na iminência de escorregar, calcule:

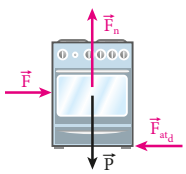
Ilustrações: CJT/Zapt

a) a intensidade de $\vec{F}$;

b) a intensidade da força $\vec{C}$ de contato que o fogão recebe do solo.

RESOLUÇÃO

No esquema a seguir, representamos as forças que agem no fogão:



$\vec{F}$: força aplicada pelo homem;
$\vec{F}_n$: força normal;
$\vec{P}$: força da gravidade (peso);
$\vec{F}_{at_d}$: força de atrito de destaque (movimento iminente).

a) **Equilíbrio na vertical:** $F_n = P$

$F_n = m\,g \Rightarrow F_n = 40 \cdot 10\ (N) \Rightarrow F_n = 400\ N$

Equilíbrio na horizontal: $F = F_{at_d}$

$F = \mu_e\,F_n \Rightarrow F = 0{,}75 \cdot 400\ (N) \Rightarrow F = 300\ N$

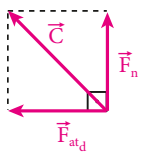
b) A força $\vec{C}$ é a resultante da soma vetorial de $\vec{F}_{at_d}$ com $\vec{F}_n$.

Aplicando o **Teorema de Pitágoras**, temos:

$C^2 = (F_n)^2 + (F_{at_d})^2$

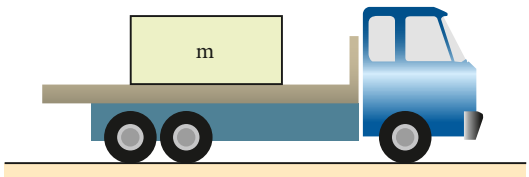
$C^2 = (400)^2 + (300)^2$

$C = 500\ N$



Respostas: a) 300 N; b) 500 N

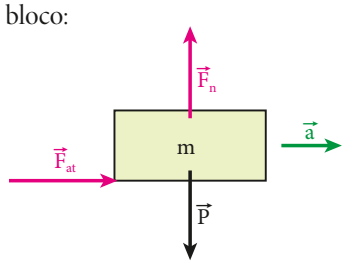
2 Na figura, representa-se um caminhão inicialmente em repouso sobre uma pista plana e horizontal. Na sua carroceria, apoia-se um bloco de massa **m**.



Sendo μ o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a carroceria e **g** o valor da aceleração da gravidade local, determine a máxima intensidade da aceleração que o caminhão pode adquirir sem que o bloco escorregue.

RESOLUÇÃO

Na figura abaixo, estão representadas as forças que agem no bloco:



$\vec{P}$: força da gravidade (peso);
$\vec{F}_n$: força de reação normal;
$\vec{F}_{at}$: força de atrito.

É importante notar que a força de atrito tem sentido oposto ao da tendência de escorregamento do bloco, porém o mesmo sentido do movimento do caminhão.

A força que acelera o bloco em relação à pista é $\vec{F}_{at}$. Logo, aplicando a **2ª Lei de Newton**: $F_{at} = m\,a$ (I)

O bloco está em equilíbrio na vertical.

Logo: $F_n = P \Rightarrow F_n = m\,g$ (II)

Como o bloco **não** deve escorregar, o atrito entre ele e a carroceria é **estático**. Assim: $F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu\,F_n$ (III)

Substituindo (**I**) e (**II**) em (**III**), segue que:

$m\,a \leqslant \mu\,m\,g \Rightarrow a \leqslant \mu\,g \Rightarrow a_{máx} = \mu\,g$

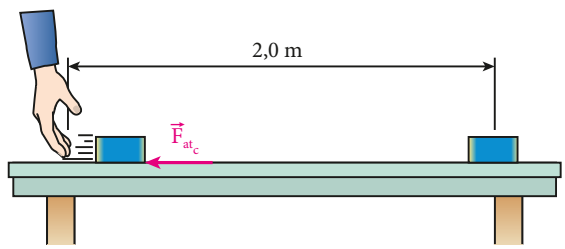
Observe que a aceleração calculada independe da massa do bloco.

Resposta: $\mu\,g$

3 Uma caixa de fósforos é lançada sobre uma mesa horizontal com velocidade de 2,0 m/s, parando depois de percorrer 2,0 m. No local do experimento, a influência do ar é desprezível. Adotando para o campo gravitacional módulo igual a $10\ m/s^2$, determine o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a mesa.

RESOLUÇÃO

A figura seguinte ilustra o evento descrito no enunciado:



Inicialmente, devemos calcular o módulo da aceleração de retardamento da caixa de fósforos. Para isso, aplicamos a **Equação de Torricelli**: $v^2 = v_0^2 + 2\alpha\,d$

Como $v = 0$, $v_0 = 2{,}0$ m/s e $d = 2{,}0$ m, temos:

$0 = (2{,}0)^2 + 2\,\alpha\,2{,}0 \Rightarrow \alpha = -1{,}0\ m/s^2$

$a = |\alpha| = 1{,}0\ m/s^2$

A força resultante responsável pela freada da caixa é a força de atrito cinético.

Pela **2ª Lei de Newton**, podemos escrever:

$F_{at_c} = m\,a$ (I)

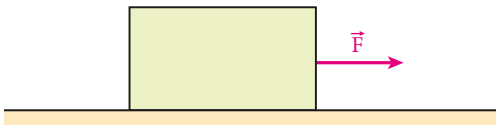
Entretanto: $F_{at_c} = \mu_c F_n = \mu_c\, m\, g$ (II)

Comparando (**I**) e (**II**), calculamos, finalmente, o coeficiente de atrito cinético $\boldsymbol{\mu_c}$:

$\mu_c\, m\, g = m\,a \Rightarrow \mu_c = \dfrac{a}{g} = \dfrac{1{,}0\ m/s^2}{10\ m/s^2} \Rightarrow \mu_c = 0{,}10$

Resposta: 0,10

4 Um bloco de 2,0 kg de massa repousa sobre um plano horizontal quando lhe é aplicada uma força $\vec{F}$, paralela ao plano, conforme representa a figura abaixo:



Ilustrações: CJ17/Zapt

Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco e o plano de apoio valem, respectivamente, 0,50 e 0,40 e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s². Calcule:

a) a intensidade da força de atrito recebida pelo bloco quando $|\vec{F}| = 9{,}0$ N.

b) o módulo da aceleração do bloco quando $|\vec{F}| = 16$ N. Despreze o efeito do ar.

RESOLUÇÃO

Devemos, inicialmente, calcular a intensidade da força de atrito de destaque entre o bloco e o plano de apoio:

$F_{at_d} = \mu_e F_n \Rightarrow F_{at_d} = \mu_e P = \mu_e\, m\, g$

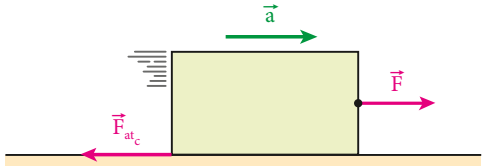
Sendo $\mu_e = 0{,}50$; $m = 2{,}0$ kg e $g = 10$ m/s², temos:

$F_{at_d} = 0{,}50 \cdot 2{,}0 \cdot 10\ (N) \Rightarrow F_{at_d} = 10\ N$

a) A força $\vec{F}$, apresentando intensidade 9,0 N, é insuficiente para vencer a força de atrito de destaque (10 N). Por isso, o bloco permanece em repouso e, nesse caso, a força de atrito que ele recebe equilibra a força $\vec{F}$, tendo intensidade 9,0 N.

b) Com $|\vec{F}| = 16$ N, o bloco adquire movimento, sendo acelerado para a direita. Nesse caso, o atrito é cinético e sua intensidade é dada por: $F_{at_c} = \mu_c F_n = \mu_c\, m\, g$

$F_{at_c} = 0{,}40 \cdot 2{,}0 \cdot 10\ (N) \Rightarrow F_{at_c} = 8{,}0\ N$

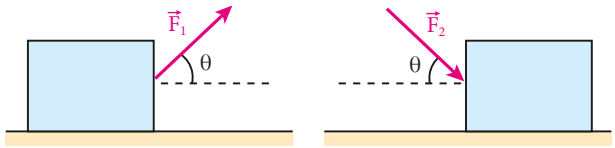


A **2ª Lei de Newton**, aplicada ao bloco, permite escrever que:

$F - F_{at_c} = m\,a \Rightarrow 16 - 8{,}0 = 2{,}0 \cdot a \Rightarrow a = 4{,}0\ m/s^2$

Respostas: a) 9,0 N; b) 4,0 m/s²

5 Nas duas situações esquematizadas abaixo, uma mesma caixa de peso 20 N deverá ser arrastada sobre o solo plano e horizontal em movimento retilíneo e uniforme. O coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície de apoio vale 0,50.



Desprezando a influência do ar, calcule as intensidades das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ que satisfazem à condição citada.

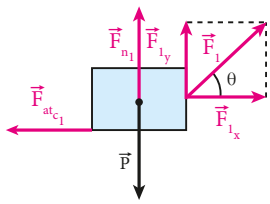
Dados: sen θ = 0,80 e cos θ = 0,60.

RESOLUÇÃO

Decompondo $\vec{F}_1$ nas direções horizontal e vertical, obtemos, respectivamente, as componentes $\vec{F}_{1_x}$ e $\vec{F}_{1_y}$, de intensidades dadas por:

$F_{1_x} = F_1 \cos\theta$

$F_{1_y} = F_1 \operatorname{sen}\theta$



Equilíbrio na vertical:

$F_{n_1} + F_1 \operatorname{sen}\theta = P$

$F_{n_1} + 0{,}80\,F_1 = 20$

$F_{n_1} = 20 - 0{,}80\,F_1$

Equilíbrio na horizontal:

$F_1 \cos\theta = \mu_c F_{n_1}$

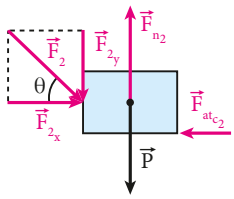
$0{,}60\,F_1 = 0{,}50\,(20 - 0{,}80\,F_1)$

$F_1 = 10\ N$

Decompondo, agora, $\vec{F}_2$ nas direções horizontal e vertical, obtemos, respectivamente, as componentes $\vec{F}_{2_x}$ e $\vec{F}_{2_y}$, de intensidades dadas por:

$F_{2_x} = F_2 \cos\theta$

$F_{2_y} = F_2 \operatorname{sen}\theta$



Equilíbrio na vertical:

$F_{n_2} = P + F_2 \operatorname{sen}\theta$

$F_{n_2} = 20 + 0{,}80\,F_2$

Equilíbrio na horizontal:

$F_2 \cos\theta = \mu_c F_{n_2}$

$0{,}60\,F_2 = 0{,}50\,(20 + 0{,}80\,F_2)$

$F_2 = 50\ N$

Resposta: $|\vec{F}_1| = 10$ N e $|\vec{F}_2| = 50$ N

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

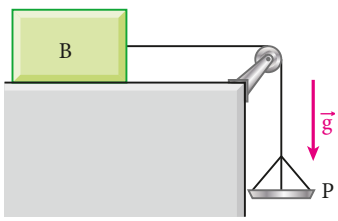
6. Sobre um piso horizontal, repousa uma caixa de massa $2{,}0 \cdot 10^2$ kg. Um homem a empurra, aplicando-lhe uma força paralela ao piso, conforme indica o esquema abaixo:

O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso é 0,10 e, no local, $g = 10\ m/s^2$. Determine:

a) a intensidade da força com que o homem deve empurrar a caixa para colocá-la na iminência de movimento;

b) a intensidade da força de atrito que se exerce sobre a caixa quando o homem a empurra com 50 N.

7. Na situação da figura, o bloco **B** e o prato **P** pesam, respectivamente, 80 N e 1,0 N. O coeficiente de atrito estático entre **B** e o plano horizontal de apoio vale 0,10 e desprezam-se os pesos dos fios e o atrito no eixo da polia.

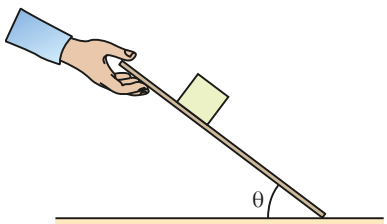


Dispõe-se de 20 blocos iguais, de 100 g de massa cada um, que podem ser colocados sobre o prato **P**. No local, $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.

a) Colocando-se dois blocos sobre **P**, qual é a intensidade da força de atrito exercida em **B**?

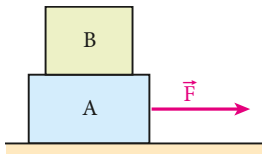
b) Qual é o número de blocos que deve ser colocado sobre **P**, para que **B** fique na iminência de se movimentar?

8. Sobre um plano inclinado, de ângulo θ variável, apoia-se uma caixa de pequenas dimensões, conforme sugere o esquema a seguir.



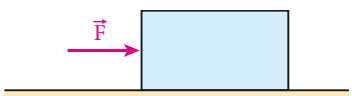
Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre a caixa e o plano de apoio vale 1,0, qual é o máximo valor de θ para que a caixa ainda permaneça em repouso?

9. Na situação da figura, os blocos **A** e **B** têm massas $m_A = 4{,}0$ kg e $m_B = 6{,}0$ kg. A aceleração da gravidade no local tem módulo $10\ m/s^2$, o atrito entre **A** e o plano horizontal de apoio é desprezível e o coeficiente de atrito estático entre **B** e **A** vale $\mu_e = 0{,}50$.



Desprezando-se o efeito do ar, qual é a máxima intensidade da força $\vec{F}$, paralela ao plano, de modo que **B** não se movimente em relação a **A**?

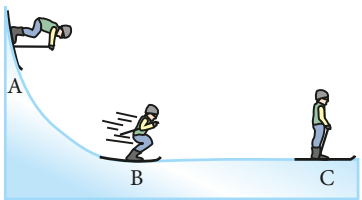
10. Na situação esquematizada abaixo, um bloco de peso igual a 40 N está inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre a base do bloco e a superfície da mesa valem, respectivamente, 0,30 e 0,25. Admita que seja aplicada no bloco uma força horizontal $\vec{F}$.



Adotando $g = 10\ m/s^2$, copie o quadro abaixo em seu caderno e indique os valores das intensidades da força de atrito e da aceleração do bloco correspondentes às magnitudes definidas para a força $\vec{F}$.

F (N)	$\mathbf{F_{at}}$ (N)	**a** (m/s^2)
10		
12		
30		

11. Na figura, o esquiador parte do repouso do ponto **A**, passa por **B** com velocidade de 20 m/s e para no ponto **C**:

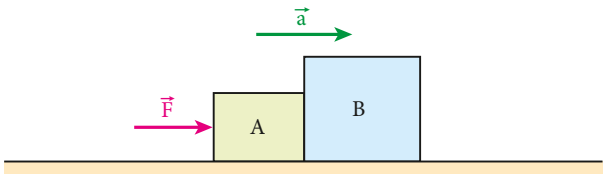


O trecho BC é plano, reto e horizontal e oferece aos esquis um coeficiente de atrito cinético de valor 0,20. Admitindo desprezível a influência do ar e adotando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) a intensidade da aceleração de retardamento do esquiador no trecho BC;

b) a distância percorrida por ele de **B** até **C** e o intervalo de tempo gasto nesse percurso.

12. Os blocos **A** e **B** da figura seguinte têm massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 3,0 kg e estão sendo acelerados horizontalmente sob a ação de uma força $\vec{F}$ de intensidade de 50 N, paralela ao plano do movimento.

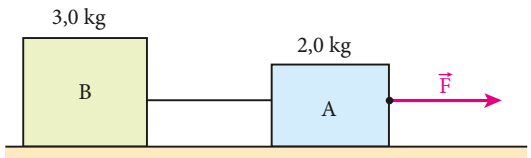


Sabendo que o coeficiente de atrito de escorregamento entre os blocos e o plano de apoio vale 0,60, que $g = 10\ m/s^2$ e que o efeito do ar é desprezível, calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) a intensidade da força de interação trocada entre os blocos na região de contato.

13. Sobre o plano horizontal da figura, apoiam-se os blocos **A** e **B**, interligados por um fio inextensível e de massa desprezível. O coeficiente de atrito estático entre os blocos e o plano vale 0,60 e o cinético, 0,50. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.

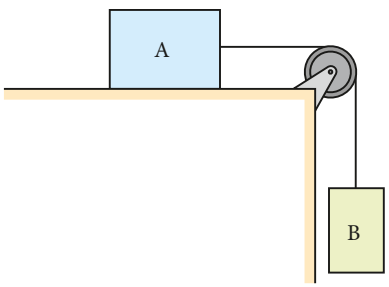


Sabendo que a força $\vec{F}$ é horizontal e que sua intensidade vale 50 N, calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) a intensidade da força de tração no fio.

14. O corpo **A**, de 5,0 kg de massa, está apoiado em um plano horizontal, preso a uma corda que passa por uma roldana de massa e atrito desprezíveis e que sustenta em sua extremidade o corpo **B**, de 3,0 kg de massa. Nessas condições, os corpos **A** e **B** apresentam movimento uniforme.

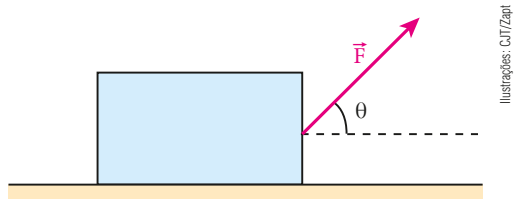


Adotando $g = 10\ m/s^2$ e desprezando a influência do ar, determine:

a) o coeficiente de atrito cinético entre o corpo **A** e o plano de apoio;

b) a intensidade da aceleração do sistema se colocarmos sobre o corpo **B** uma massa de 2,0 kg.

15. Considere o esquema seguinte, em que se representa um bloco de 1,0 kg de massa apoiado sobre um plano horizontal. O coeficiente de atrito de arrastamento entre a base do bloco e a superfície de apoio vale 0,25 e a aceleração da gravidade, no local, tem módulo $10\ m/s^2$.



Ilustrações: CJT/Zapt

A força $\vec{F}$, cuja intensidade é de 10 N, forma com a direção horizontal um ângulo θ constante, tal que $\text{sen}\ \theta = 0{,}60$ e $\cos\theta = 0{,}80$. Desprezando a influência do ar, aponte a alternativa que traz o valor correto da aceleração do bloco:

a) $7{,}0\ m/s^2$

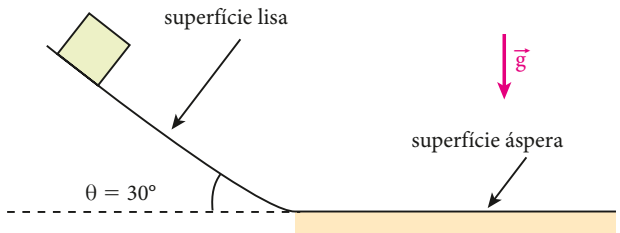
b) $5{,}5\ m/s^2$

c) $4{,}0\ m/s^2$

d) $2{,}5\ m/s^2$

e) $1{,}5\ m/s^2$

16. Um corpo de massa 10 kg parte do repouso do alto de um plano inclinado de um ângulo $\theta = 30°$, conforme representa a figura, escorregando sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar até atingir um plano horizontal áspero, de coeficiente de atrito cinético $\mu_c = 0{,}20$.



Sabendo que o corpo gasta 2,0 s para descer o plano inclinado e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) a duração total do movimento;

b) as distâncias percorridas pelo corpo no plano inclinado e no plano horizontal.

17. Duas alpinistas, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 40 kg e 60 kg, mantêm-se unidas por meio de uma corda esticada enquanto sobem, enfileiradas, por uma encosta coberta de neve, inclinada de 30° em relação à horizontal, rumo ao almejado cume da montanha.

De repente, a alpinista que caminhava atrás (**A**) despenca em uma enorme fenda vertical escondida sob a neve, puxando em sua direção, por meio da corda, a alpinista que caminhava à frente (**B**). Após um breve intervalo de tempo escorregando praticamente sem atrito, **B** cravou uma pequena picareta no piso gelado e, com isso, conseguiu frear a ela e sua parceira até o repouso, depois de deslizar sob a ação da salvadora força resistente ao longo de um percurso retilíneo de 2,0 m.

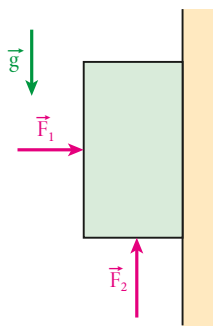
No instante em que a picareta foi introduzida na neve, a intensidade da velocidade do conjunto era de 2,0 m/s.
Desprezando-se a massa da corda, admitida flexível e inextensível, e considerando-se como dados $g = 10\ m/s^2$, $\text{sen}\ 30° = \frac{1}{2}$ e $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, determine:

a) a intensidade da força de tração na corda durante o breve intervalo de tempo decorrido entre a queda de **A** e a introdução da picareta de **B** no solo nevado;
b) a intensidade da força de atrito que a picareta de **B** recebe da neve, admitida constante, durante o providencial movimento retardado das duas alpinistas.

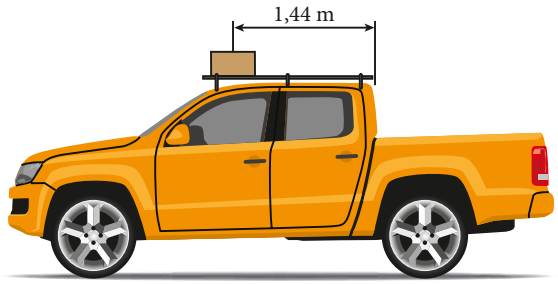
18. Na situação esquematizada a seguir, uma caixa de massa $m = 2{,}0$ kg em forma de paralelepípedo está em repouso com uma de suas faces em contato com uma parede vertical sob a ação de duas forças $\vec{F}_1$ (horizontal) e $\vec{F}_2$ (vertical).
As intensidades dessas forças, em newtons, são variáveis com o tempo, expresso em segundos, conforme as expressões:

$$F_1 = F_0 + 2{,}0\,t \text{ e } F_2 = F_0 + 3{,}0\,t$$

Sabe-se que no instante $t_0 = 0$ s, a caixa está na iminência de escorregar para baixo. Se o coeficiente de atrito estático entre as superfícies em contato, da caixa e da parede, é igual a 0,60 e $g = 10{,}0\ m/s^2$, qual é o sentido e a intensidade da força de atrito que a parede exerce na caixa em $t_1 = 3{,}0$ s?

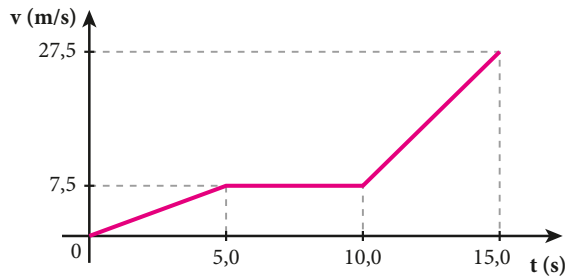


19. "Fato que não é tão raro é o de um motorista desatento que esquece um pequeno objeto no teto do carro e arranca com o veículo..."
Pois bem, suponha que isso tenha acontecido!
Um homem deixou uma pequena caixa simplesmente apoiada no teto horizontal de sua camionete, conforme indica a figura, entrou no veículo e acelerou a partir do repouso, no instante $t_0 = 0$ s, em uma pista reta, plana e horizontal.



Ilustrações: C.JT/Zapt

A velocidade escalar da camionete em função do tempo obedeceu ao gráfico abaixo.



Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre a caixa e o teto do veículo valem, respectivamente, 0,30 e 0,20. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10\ m/s^2$.
A partir dos dados apresentados, determine:

a) a intensidade da máxima aceleração da camionete de modo que a caixa não deslize em relação ao teto do veículo;
b) o instante **t** em que a caixa cai do teto da camionete.

DESCUBRA **MAIS**

1. Considere a situação ideal de um plano inclinado perfeitamente liso instalado em um ambiente sem ar. Se uma esfera homogênea for abandonada do alto desse plano inclinado, sem velocidade inicial, ela descerá rolando ou deslizando sem rolar? A aceleração do centro da esfera teria intensidade diferente se houvesse atrito entre ela e o plano inclinado?
2. Por que a presença de lubrificantes geralmente atenua a intensidade das forças de atrito trocadas entre duas superfícies sólidas?
3. Por que as lagartixas podem subir paredes, deslocando-se na vertical, sem cair?

CAPÍTULO 7

RESULTANTES TANGENCIAL E CENTRÍPETA

1. COMPONENTES DA FORÇA RESULTANTE

Vida de piloto de Fórmula 1 não é nada fácil! Afinal, ao longo de uma corrida são inúmeros os solavancos ou chacoalhadas que submetem o intrépido competidor a condições extremas, que exigem muito preparo físico.

Nas arrancadas, o corpo do piloto tende a ficar em repouso, por inércia, e para que seja acelerado juntamente com o carro deve receber do encosto do banco, predominantemente, uma força no mesmo sentido do movimento. Já nas freadas, seu corpo tende a manter a velocidade anterior a este ato, também por inércia, e para que ocorra a frenagem adequada os cintos de segurança devem entrar em ação, aplicando as forças necessárias ao movimento retardado, em sentido oposto ao da velocidade. Em uma curva para a direita, o corpo do piloto tende a seguir em frente, por inércia, e, para que ele acompanhe a trajetória do carro, os cintos de segurança e a parte lateral esquerda do *cockpit* (termo em inglês para a cabine, o espaço do veículo onde fica o piloto) devem exercer uma força total dirigida para o centro da curva, sem a qual o piloto "sairia pela tangente". Finalmente, em uma curva para a esquerda, o corpo do piloto também tende a seguir em frente, por inércia, e, para que ele acompanhe a trajetória do carro, os cintos de segurança e a parte lateral direita do *cockpit* devem exercer uma força total dirigida para o centro da curva, sem a qual, mais uma vez, o piloto "sairia pela tangente".

A Lei da Inércia é mesmo implacável!

Em resumo, em relação a um observador em repouso no solo que está assistindo a uma corrida de Fórmula 1, a força resultante no corpo de um piloto deve admitir nas arrancadas uma componente no sentido do movimento, nas freadas uma componente em sentido oposto ao do movimento e nos trechos curvos do circuito uma componente dirigida para o centro de curvatura da trajetória.

Speedpix/Alamy/Fotoarena

Observe nesta fotografia que o *cockpit* de um carro de Fórmula 1 é bastante apertado, oferecendo apenas o espaço necessário para alojar o corpo do piloto.

Neste capítulo, faremos uma análise mais conceitual da influência da força resultante sobre uma partícula. Buscaremos explicar como essa força afeta a velocidade vetorial em casos de arrancadas, freadas e trajetórias curvas.

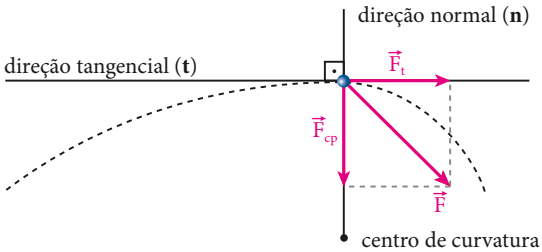
Para tanto, devemos recordar que a força resultante é o resultado de uma adição vetorial, ou seja, é a soma vetorial de todas as forças que atuam na partícula.

Consideremos a figura a seguir, na qual está representada uma partícula em dado instante de seu movimento curvilíneo e variado. Nesse instante, $\vec{F}$ é a resultante de todas as forças que atuam na partícula.

CJT/Zapt

A resultante $\vec{F}$ pode ser decomposta em duas direções perpendiculares entre si: uma tangencial, representada por $\vec{F}_t$, e outra normal à trajetória, indicada por $\vec{F}_{cp}$. Essa decomposição é usualmente feita quando conveniente.

Decompondo $\vec{F}$, obtemos a configuração a seguir:



Para $\vec{F}_t$ e $\vec{F}_{cp}$ atribuímos as denominações **componente tangencial** e **componente centrípeta,** respectivamente. O termo "centrípeta" advém do fato de a componente $\vec{F}_{cp}$ estar, a cada instante, dirigida para o centro de curvatura da trajetória.

Como as componentes $\vec{F}_t$ e $\vec{F}_{cp}$ são perpendiculares entre si, podemos relacionar suas intensidades com a intensidade de $\vec{F}$, aplicando o **Teorema de Pitágoras**:

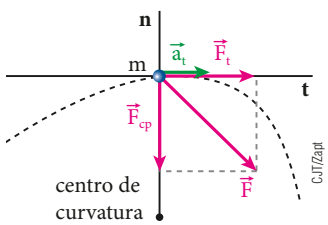
$$|\vec{F}|^2 = |\vec{F}_t|^2 + |\vec{F}_{cp}|^2$$

A componente centrípeta da força resultante, por ter a direção do raio de curvatura da trajetória em cada ponto, é também denominada **radial** ou **normal**.

2. A COMPONENTE TANGENCIAL ($\vec{F}_t$)

Intensidade

Na figura ao lado, seja **m** a massa da partícula e $\vec{a}_t$ a aceleração produzida por $\vec{F}_t$:



Aplicando a **2ª Lei de Newton**, podemos escrever a igualdade: $\vec{F}_t = m\,\vec{a}_t$

Conforme sabemos, o módulo de $\vec{a}_t$ é igual ao módulo da aceleração escalar α: $|\vec{a}_t| = |\alpha|$

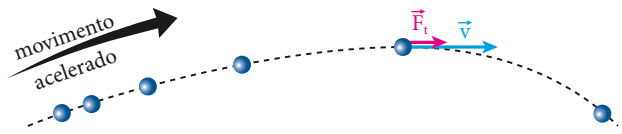
Assim, a intensidade da componente tangencial da força resultante pode ser expressa por:

$$|\vec{F}_t| = m\,|\alpha|$$

Orientação

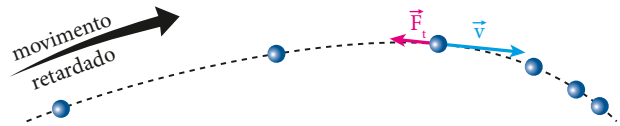
A direção de $\vec{F}_t$ é sempre a da reta **tangente** à trajetória em cada instante. Por isso, é a mesma da velocidade vetorial, que também é tangente à trajetória em cada instante.

O sentido de $\vec{F}_t$, por sua vez, depende do fato de o movimento ser acelerado ou retardado. No caso de **movimento acelerado**, $\vec{F}_t$ tem o **mesmo sentido** da velocidade vetorial $\vec{v}$.

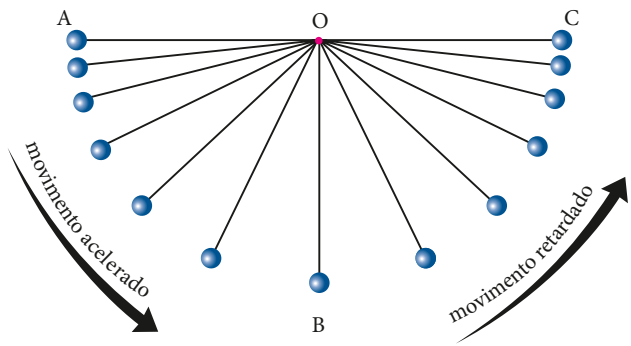


Ilustrações: Paulo C. Ribeiro

No caso de **movimento retardado**, $\vec{F}_t$ tem **sentido contrário** ao da velocidade vetorial $\vec{v}$.



Admitamos, por exemplo, o pêndulo da figura seguinte, cujo fio é fixo no ponto **O**. Supondo desprezível a influência do ar, a esfera pendular, abandonada no ponto **A**, entra em movimento, passa pelo ponto **B**, no qual sua velocidade tem intensidade máxima, e vai parar no ponto **C**.



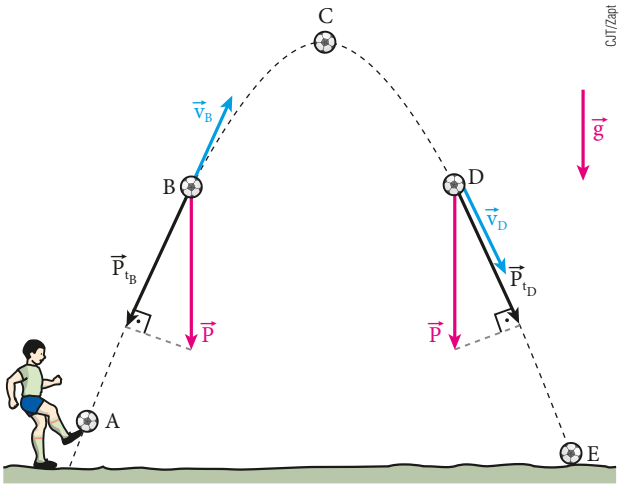
Entre os pontos **A** e **B**, o movimento é acelerado (a componente tangencial da força resultante tem a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade vetorial). Já entre os pontos **B** e **C**, o movimento é retardado (a componente tangencial da força resultante tem mesma direção, porém sentido oposto ao da velocidade vetorial).

Função

A componente tangencial da força resultante $(\vec{F}_t)$ tem por função **variar a intensidade da velocidade vetorial** $(\vec{v})$ da partícula móvel. Isso se explica pelo fato de $\vec{F}_t$ e $\vec{v}$ terem mesma direção.

Nos movimentos variados (acelerados ou retardados), $\vec{v}$ varia em intensidade e o que provoca essa variação é a componente $\vec{F}_t$, que, nesses casos, é não nula. Já nos movimentos uniformes, $\vec{v}$ não varia em intensidade, isto é, o módulo de $\vec{v}$ é constante, o que implica, em tais situações, que a componente $\vec{F}_t$ é nula.

Consideremos a figura ao lado, em que aparece um jogador de futebol chutando uma bola, à qual ele imprime uma velocidade inicial oblíqua em relação ao gramado. Desprezando os efeitos do ar, a bola fica sob a ação exclusiva do campo gravitacional, e, por isso, a força resultante que sobre ela atua ao longo de toda a trajetória parabólica é seu peso $\vec{P}$.



CJT/Zapt

Entre **A** e **C** (ponto mais alto), o movimento é retardado: a intensidade da velocidade vetorial da bola decresce. A causa disso é a componente tangencial de $\vec{P}$, que, na subida da bola, tem sentido oposto ao de $\vec{v}$. Entre **C** e **E**, o movimento é acelerado: a intensidade da velocidade vetorial da bola cresce. A causa disso é também a componente tangencial de $\vec{P}$, que, na descida da bola, tem o mesmo sentido de $\vec{v}$.

Trem-bala: mais veloz que um carro de Fórmula 1?

Os trens-bala utilizados na Europa e no Japão trafegam ao longo das ferrovias com velocidades de até 500 km/h. Na fase de arrancada, que sucede à partida de uma estação, a força resultante sobre eles deve admitir uma componente tangencial no sentido do movimento, o que provoca o aumento da velocidade vetorial.

Enzoj/iz Thinkstock/Getty Images

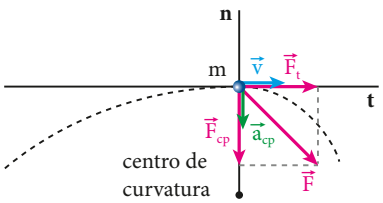
Trem de alta velocidade. Anthéor, França. Setembro de 2014.

O Brasil, por sua vez, propõe para um futuro próximo um sistema de trens-bala ligando os centros mais populosos do país, São Paulo e Rio de Janeiro, com conexões nos dois maiores aeroportos brasileiros, Cumbica e Galeão. O projeto, em desenvolvimento, almeja que a viagem entre São Paulo e Rio, de aproximadamente 518 km, seja feita em menos de duas horas, a uma velocidade escalar média superior a 250 km/h. O nascedouro dessa linha será construído na região de Campinas (SP). É importante observar que os trens-bala são propulsionados por energia elétrica e que os fatores que contribuem de forma importante para torná-los tão velozes são o traçado das trajetórias – bastante retilíneas, por utilizarem túneis, pontes e viadutos – e seu formato aerodinâmico, capaz de "cortar" o ar com facilidade.

3. A COMPONENTE CENTRÍPETA ($\vec{F}_{cp}$)

Intensidade

Na figura seguinte, representamos uma partícula de massa **m**, considerada em um instante em que sua velocidade vetorial é $\vec{v}$.



Ilustrações: CJT/Zapt

A trajetória descrita por essa partícula é uma curva que, para a posição destacada no esquema, tem raio de curvatura **R**. Seja, ainda, $\vec{a}_{cp}$ a aceleração centrípeta comunicada por $\vec{F}_{cp}$.

Aplicando a **2ª Lei de Newton**, podemos escrever:

$$\vec{F}_{cp} = m\,\vec{a}_{cp}$$

Como vimos no Capítulo **4**, o módulo de $\vec{a}_{cp}$ é dado pelo quociente do quadrado do módulo de $\vec{v}$ por **R**, isto é: $a_{cp} = \frac{v^2}{R}$.

Assim, a intensidade da componente centrípeta da força resultante fica determinada por: $|\vec{F}_{cp}| = \frac{mv^2}{R}$

Para **m** e **v** constantes, $|\vec{F}_{cp}|$ é inversamente proporcional a **R**. Isso significa que, quanto mais "fechada" for a curva (menor raio de curvatura), maior será a intensidade da força centrípeta requerida pelo móvel.

Para **m** e **R** constantes, $|\vec{F}_{cp}|$ é diretamente proporcional ao quadrado de **v**. Assim, para uma mesma curva (raio constante), quanto maior for a velocidade **v**, maior será a intensidade da força centrípeta requerida pelo móvel.

Sendo ω a velocidade angular, e lembrando que $v = \omega R$, expressemos $|\vec{F}_{cp}|$ em função de **m**, ω e **R**:

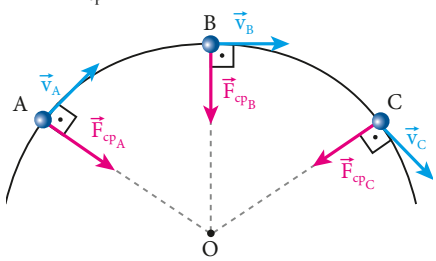
$$|\vec{F}_{cp}| = \frac{m\,v^2}{R} = \frac{m\,(\omega R)^2}{R} = \frac{m\,\omega^2\,R^2}{R}$$

Portanto: $|\vec{F}_{cp}| = m\,\omega^2\,R$

Orientação

Conforme definimos, a componente centrípeta $\vec{F}_{cp}$ tem, a cada instante, direção normal à trajetória e sentido para o centro de curvatura.

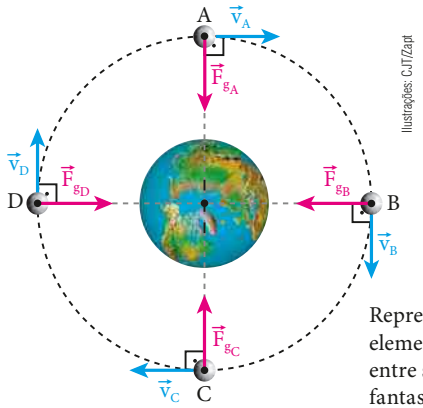
Note que $\vec{F}_{cp}$ é perpendicular à velocidade vetorial em cada ponto da trajetória. A figura abaixo ilustra a orientação de $\vec{F}_{cp}$.



Função

A componente centrípeta $(\vec{F}_{cp})$ da força resultante tem por função **variar a direção da velocidade vetorial** $(\vec{v})$ da partícula móvel. Isso se explica pelo fato de $\vec{F}_{cp}$ e $\vec{v}$ serem perpendiculares entre si. Nos movimentos curvilíneos, $\vec{v}$ varia quanto à direção ao longo da trajetória, e o que provoca essa variação é a componente $\vec{F}_{cp}$, que, nesses casos, é não nula. Já nos movimentos retilíneos, $\vec{v}$ não varia quanto à direção: nessas situações, a componente $\vec{F}_{cp}$ é nula.

Consideremos, por exemplo, a Lua em seu movimento orbital ao redor da Terra.



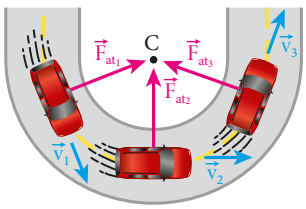
Ilustrações: CJT/Zapt

Representação com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Para um referencial ligado ao centro da Terra, a Lua descreve um movimento praticamente circular, em que sua velocidade vetorial varia quanto à direção ao longo da trajetória. O que provoca essa variação na direção da velocidade vetorial da Lua, mantendo-a em sua órbita? É a força de atração gravitacional $(\vec{F}_g)$ exercida pela Terra, que, estando sempre dirigida para o centro da trajetória, desempenha a função de resultante centrípeta no movimento circular.

$$\vec{F}_g = \vec{F}_{cp}$$

Observe outro exemplo: a figura ao lado representa a vista aérea de uma pista plana e horizontal, em que existe uma curva circular.



Um carro, ao percorrer o trecho curvo em movimento uniforme, tem sua velocidade vetorial variando quanto à direção de ponto para ponto. Desprezando a influência do ar, tem-se que a força responsável por esse fato é a força de atrito, que o carro recebe do asfalto por intermédio de seus pneus. A força de atrito $(\vec{F}_{at})$, estando dirigida em cada instante para o centro da trajetória, é a resultante centrípeta que mantém o carro em movimento circular e uniforme.

$$\vec{F}_{at} = \vec{F}_{cp}$$

O que ocorreria se, a partir de certo ponto da curva, a pista deixasse de oferecer atrito? Sem a força de atrito (resultante centrípeta), o carro "escaparia pela tangente" à trajetória, já que um corpo, por si só, é incapaz de variar sua velocidade vetorial (**Princípio da Inércia**).

Queremos, com isso, enfatizar que, **sem força centrípeta, corpo nenhum pode manter-se em trajetória curvilínea**.

Velocidade e estabilidade no automobilismo

No automobilismo, sobretudo na Fórmula 1, os décimos, os centésimos e até os milésimos de segundo são decisivos.

Uma ótima máquina e muita sorte são aspectos que não podem ser dissociados de um campeão, mas apenas isso não basta! É preciso também muito arrojo e técnica ao dirigir. Utilizar um autódromo e usufruir de um carro extraindo de ambos toda a sua potencialidade é privilégio de poucos.

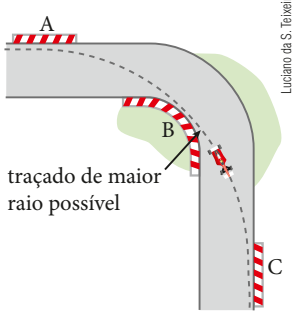
Um dos pontos fundamentais para a boa dirigibilidade é o **traçado de curva**, que consiste em fazer uma curva buscando uma trajetória que harmonize velocidade e estabilidade.

Marcos Hirakawa/Grupo Keystone

A imagem deixa claro o procedimento dos pilotos ao fazer a curva: eles buscam a trajetória de raio máximo, o que possibilita mais estabilidade e maior velocidade.

Suponhamos que um piloto deva fazer uma curva circular contida em um plano horizontal como a que esquematizamos na figura ao lado. Admitamos que o movimento seja uniforme. Recomenda-se, então, o traçado em que o carro tangencie as zebras **A**, **B** e **C**, isto é, aquele que tem o **maior raio possível**.

Luciano da S. Teixeira



O motivo dessa recomendação é fundamentado no fato de que, para uma mesma massa (**m**) e uma mesma velocidade escalar (**v**), a intensidade da resultante centrípeta $(\vec{F}_{cp})$ é inversamente proporcional ao raio (**R**):

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{R}$$

Quanto maior for o raio da trajetória, menor será a intensidade da resultante centrípeta exigida pelo carro e, consequentemente, menor será a solicitação dos pneus e da estrutura do veículo. Dessa forma, o piloto poderá percorrer a curva em maior velocidade e com maior estabilidade.

Curva circular em pista sobrelevada sem atrito

Algumas modalidades de corrida são realizadas em pistas circulares ou ovais dotadas de **sobrelevação** (inclinação do piso em relação ao plano horizontal), que contribui para reduzir a necessidade de atrito entre os pneus do veículo e o solo.

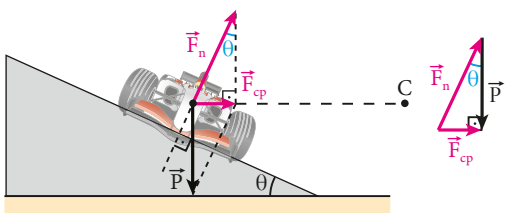
HodagMedia/Thinkstock/Getty Images

Pilotos de Fórmula Indy em curva com sobrelevação. Iowa, EUA. Julho de 2015.

Consideremos um carro de massa **m** percorrendo uma curva circular de raio **R**, sobrelevada de um ângulo **θ** em relação ao plano horizontal. Suponhamos que a aceleração da gravidade tenha módulo **g** e que o movimento seja uniforme, com velocidade de intensidade **v**.

Admitindo que o atrito não seja solicitado lateralmente, apenas duas forças, no plano da figura a seguir, agirão no carro: a força da gravidade (peso) $\vec{P}$ e a reação normal da pista $\vec{F}_n$.

CJT/Zapt



Nesse caso, para que o veículo se mantenha em trajetória circular, a resultante entre $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$ deverá ser centrípeta, e a intensidade da velocidade **v** em função de **g**, **R** e **θ** ficará determinada por:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{mv^2}{Rmg}$$

Portanto: $v = \sqrt{g\,R\,\operatorname{tg}\theta}$

Destacamos ainda que, para **g** e **R** constantes, quanto maior for **θ**, maiores serão $\operatorname{tg}\theta$ e **v**.

FAÇA VOCÊ MESMO

Looping com lata cheia de água

É possível fazer uma pequena lata de água presa a um barbante resistente girar em um plano vertical, em trajetória circular, sem que a água despenque do recipiente? Observe que o trecho provável do transbordamento é a parte superior da circunferência descrita pelo conjunto, por onde a lata passa de boca para baixo. Vamos experimentar?

Material necessário

- 1 lata de conservas, como essas de ervilhas, milho ou doces em compota;
- 1 barbante de aproximadamente 2 m de comprimento, bem grosso, de modo a suportar os *loopings* da lata;
- um dispositivo para furar a lata. Pode ser prego grosso, por exemplo, que exigirá também um martelo.

ATENÇÃO!

Cuidado ao manusear o prego e o martelo.

Procedimento

I. Tomando muito cuidado para não se machucar, faça dois furos nas proximidades da borda da lata em posições diametralmente opostas. Passe o barbante por esses furos e estabeleça uma amarração bem forte, de modo que o barbante sirva como uma alça resistente, capaz de manter o recipiente em movimento sem possibilidade de escape.

Ilustrações: João Anselmo

II. Em um ambiente onde não haja risco de machucar pessoas ou danificar objetos, preencha o recipiente com água e balance-o por meio do barbante em um plano vertical como se o conjunto constituísse um pêndulo.

Se você for aumentando gradativamente a amplitude das oscilações, chegará a uma situação em que será possível fazer o conjunto girar no plano vertical sem que a água caia do recipiente, mesmo com ele passando pelos pontos mais altos da trajetória de boca para baixo.

Perceba que, quanto maior for a velocidade imprimida ao dispositivo, mais tracionado se apresentará o barbante e mais intensas ficarão as forças de contato trocadas entre a água e as paredes do recipiente. Por outro lado, tome cuidado para não se molhar, já que, no caso em que for reduzida gradativamente a velocidade, se chegará a uma situação em que a lata e a água sairão da trajetória circular, podendo ficar fora de controle.

Analisando o experimento

1. Pode-se calcular a intensidade da velocidade mínima do recipiente no ponto mais alto da trajetória circular, sem que a água saia da lata. Para isso, basta que sejam conhecidos a intensidade da aceleração da gravidade (**g**) e o raio dos *loopings* (**R**). Faça esse cálculo. Observe que nessa situação a força de contato vertical entre a água e a lata é nula.
2. Se você realizar o experimento com um barbante mais longo, que possibilite giros verticais com raio maior, a velocidade mínima do recipiente no ponto de altura máxima terá intensidade maior, igual ou menor que no caso anterior? Tire a conclusão experimentalmente.

EM BUSCA DE **EXPLICAÇÕES**

Avião em curva circular contida em plano horizontal

Sabemos que aviões não utilizam rodas em voo. Esse fato motiva a seguinte pergunta: Sem interação direta com o solo, como as aeronaves realizam curvas, alterando a direção de sua velocidade vetorial e, consequentemente, sua trajetória?

Isso ocorre por meio da deflexão de *flaps*, o que provoca inclinação das asas, como representa a imagem ao lado.

Dessa forma, o avião fica sujeito a uma componente da força resultante que desempenha a função de força centrípeta, o que viabiliza a realização da curva.

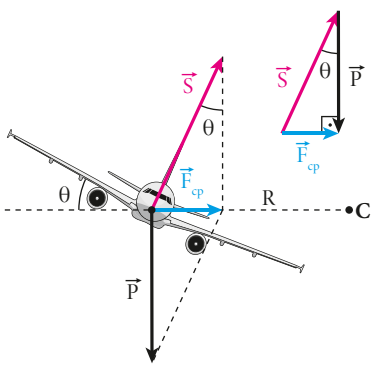
É importante ter sempre em mente o **Princípio da Inércia** (**1ª Lei de Newton**): para que seja alterada a direção da velocidade vetorial, faz-se necessária uma força externa, perpendicular à trajetória em cada instante: a força centrípeta.

Dirk Enters/imageBROKER/Easypix

Airbus A380 em voo, inclinado em relação à horizontal.

No esquema a seguir, está representado um avião, visto de frente, realizando uma curva circular de raio **R** contida em um plano horizontal. Estão indicadas duas forças atuantes na aeronave, fundamentais nessa análise: a força da gravidade (peso) $\vec{P}$, vertical e dirigida para baixo, e a força de sustentação aerodinâmica exercida pelo ar $\vec{S}$, perpendicular ao eixo das asas do avião.

Setup



Admitindo-se que o movimento seja uniforme com velocidade de intensidade **v**, pode-se inferir que a força resultante de $\vec{P}$ e $\vec{S}$ é centrípeta. Assim, a soma vetorial $\vec{P} + \vec{S} = \vec{F}_{cp}$ está dirigida para o centro **C** da trajetória.

Sendo θ o ângulo formado entre o eixo das asas da aeronave e a direção horizontal, **g** o módulo da aceleração da gravidade e **m** a massa, é possível determinar uma expressão correspondente à intensidade da velocidade do avião:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{mv^2}{Rmg}$$

Portanto: $v = \sqrt{g\,R\,\operatorname{tg}\theta}$

É importante notar que a expressão obtida para o cálculo de **v** não depende da massa **m** do avião.

Imagine que uma aeronave tenha percorrido uma curva com velocidade $\vec{v}_1$. O que deveria ocorrer para que a mesma trajetória fosse percorrida com velocidade $\vec{v}_2$, de intensidade maior do que $\vec{v}_1$?

Observe que como não se pode variar **g** nem **R**, o aumento de **v** está relacionado ao aumento de tg θ, o que implicaria o avião percorrer a curva com as asas mais inclinadas, ou seja, formando com a horizontal um ângulo θ maior que no caso anterior.

Nesse caso, maiores velocidades demandam maiores ângulos de inclinação das asas em relação à direção horizontal. Converse com os colegas e o professor sobre a conclusão apresentada acima.

4. AS COMPONENTES TANGENCIAL E CENTRÍPETA NOS PRINCIPAIS MOVIMENTOS

Comentaremos a seguir a presença ou não das componentes tangencial e centrípeta da força resultante em diferentes tipos de movimento.

Movimento retilíneo e uniforme

Considere um avião voando em linha reta com velocidade escalar constante em relação ao solo.

Pelo fato de o movimento ser uniforme, temos:

$$|\vec{v}| = \text{constante} \neq 0 \Rightarrow \vec{F}_t = \vec{0}$$

Pelo fato de o movimento ser retilíneo, temos:

$$\vec{v} \text{ tem direção constante} \Rightarrow \vec{F}_{cp} = \vec{0}$$

A resultante total é nula.

Movimento retilíneo e variado

Considere um pequeno pedaço de giz em queda livre até o solo.

Pelo fato de o movimento ser variado, temos:

$$|\vec{v}| \text{ é variável} \Rightarrow \vec{F}_t \neq \vec{0}$$

Pelo fato de o movimento ser retilíneo, temos:

$$\vec{v} \text{ tem direção constante} \Rightarrow \vec{F}_{cp} = \vec{0}$$

A resultante total é tangencial.

Movimento circular e uniforme

Considere uma bicicleta percorrendo uma pista circular com velocidade escalar constante.

Pelo fato de o movimento ser uniforme, temos:

$$|\vec{v}| = \text{constante} \neq 0 \Rightarrow \vec{F}_t = \vec{0}$$

Pelo fato de o movimento ser circular, temos:

$$\vec{v} \text{ tem direção variável} \Rightarrow \vec{F}_{cp} \neq \vec{0}$$

A resultante total é centrípeta.

Movimento curvilíneo e variado

Considere uma bola de basquete depois de ser arremessada à cesta.

Pelo fato de o movimento ser variado, temos:

$$|\vec{v}| \text{ é variável} \Rightarrow \vec{F}_t \neq \vec{0}$$

Pelo fato de o movimento ser curvilíneo, temos:

$$\vec{v} \text{ tem direção variável} \Rightarrow \vec{F}_{cp} \neq \vec{0}$$

A resultante total admite duas componentes: a tangencial e a centrípeta.

JÁ PENSOU NISTO?

Como descrever as componentes da força resultante no movimento de um esquiador na neve?

Os dois esquiadores que aparecem na fotografia ao lado descrevem trajetórias sinuosas ao percorrerem a encosta não muito íngreme de uma montanha. Eles realizam movimentos ora acelerados, ora retardados. Nos trechos de movimento curvilíneo e acelerado, a força resultante admite uma componente centrípeta e uma componente tangencial de sentido igual ao da velocidade, enquanto nos trechos de movimento curvilíneo e retardado a força resultante admite uma componente centrípeta e uma componente tangencial de sentido oposto ao da velocidade.

Randy Lincks/AGE FOTOSTOCK/Grupo Keystone

Pessoas esquiando na neve.

FAÇA VOCÊ MESMO — Gira-gira

Apresentamos nesta seção dois experimentos bastante simples, que podem ser realizados com materiais acessíveis, com o fim de avaliarmos algumas características da componente centrípeta da força resultante.

Material necessário

- 1 pedaço de barbante resistente ou fio de náilon (linha de pescar) com aproximadamente 2 m de comprimento;
- 1 borracha escolar, relativamente grande;
- 1 lata de refrigerante vazia, como as de 350 mL;
- 1 pequena sacola de plástico resistente;
- algumas bolinhas de gude ou outros objetos equivalentes para a finalidade do experimento (porcas de parafusos, por exemplo);
- 1 prego relativamente grosso;
- 1 martelo.

ATENÇÃO!

Cuidado ao manusear o prego e o martelo.

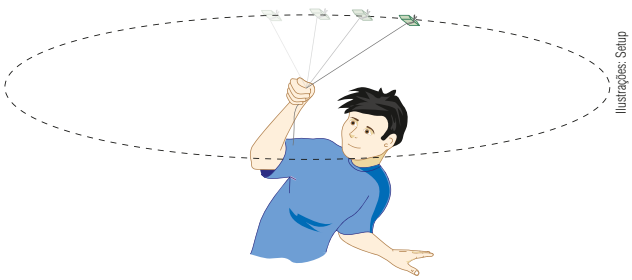
Experimento 1

Procedimento

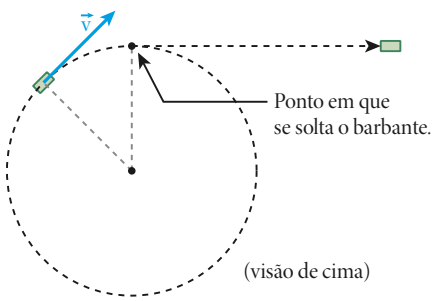
I. Atravesse o centro da borracha com o prego, tomando cuidado para não se machucar. Passe o barbante pelo orifício da borracha e dê alguns nós em sua extremidade de modo que a borracha fique fortemente fixada ao barbante.

II. Em um ambiente onde não haja risco de machucar pessoas ou danificar objetos, segurando firmemente a extremidade livre do barbante, faça a borracha realizar um movimento circular em um plano horizontal acima da sua cabeça, como mostra a figura ao lado. Procure produzir um movimento uniforme, em que a borracha tenha velocidade com intensidade praticamente constante.

III. Em um determinado momento, com a borracha passando em frente ao seu rosto, largue o barbante e observe a trajetória descrita pelo objeto imediatamente após esse ato. Você deverá notar que a borracha escapará pela tangente à circunferência que ela descrevia antes da soltura do barbante, como ilustra o esquema ao lado.



Ilustrações: Setup



Analisando o experimento

1. Quais são as forças que agem na borracha durante seu movimento circular e uniforme no plano horizontal?
2. Que força desempenha o papel de resultante centrípeta nesse movimento?
3. Por que a borracha escapou pela tangente à circunferência imediatamente após a soltura do barbante?
4. Ignorando-se os efeitos do ar, que força (ou forças) atua (atuam) na borracha em seu deslocamento até o chão?
5. Em relação a você, qual é a forma da trajetória descrita pela borracha logo após a soltura do barbante?

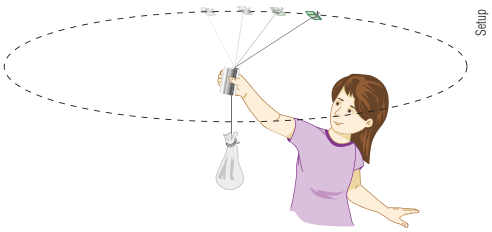
Experimento 2

Procedimento

I. Utilizando o prego e o martelo e tomando o devido cuidado para não se ferir, faça um furo circular relativamente grande no fundo da lata de refrigerante de modo que esse furo fique alinhado com o bocal da lata. Esse alinhamento deverá ocorrer segundo uma reta paralela às paredes laterais da lata. Cuide para não deixar rebarbas no furo feito no fundo da lata, já que isso poderá cortar o barbante durante o experimento.

II. Passe o barbante pelo furo e pelo bocal da lata. Em uma extremidade desse fio deverá estar fixada a borracha e, na outra, você irá amarrar fortemente a sacola plástica contendo certo número de bolinhas de gude.

III. Faça a borracha girar em um plano horizontal um pouco acima da sua cabeça de modo que ela realize um movimento circular e uniforme. Estabeleça para a borracha uma velocidade de intensidade adequada tal que a sacola com o seu conteúdo permaneça em equilíbrio presa no segmento vertical do barbante. Observe a figura ao lado.


Setup

Analisando o experimento

1. Desconsiderando os atritos certamente existentes entre o barbante e a lata, bem como a influência do ar, estabeleça uma comparação entre a intensidade do peso da sacola plástica com seu conteúdo e a intensidade da força centrípeta que mantém a borracha em movimento circular e uniforme no plano horizontal. Admita, para simplificar a resposta, que o segmento de barbante que prende a borracha se mantenha na horizontal.
2. Supondo que a sacola esteja em equilíbrio suspensa pelo segmento vertical do barbante, o que ocorre se você aumentar a intensidade da velocidade da borracha? E se você diminuir a intensidade dessa velocidade?
3. Seja **v** a intensidade da velocidade da borracha na situação em que a sacola plástica com o seu conteúdo permanece em equilíbrio presa ao segmento vertical do fio. Se você adicionar mais algumas bolinhas de gude na sacola, o equilíbrio do sistema será restabelecido operando-se a borracha com velocidade de intensidade maior ou menor que **v**? Verifique experimentalmente.

5. FORÇA CENTRÍFUGA

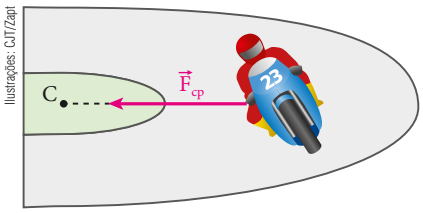
Uma atração muito concorrida nos parques de diversões é o chapéu mexicano, como o que aparece na fotografia.

Thinkstock/Getty Images

Pessoas se divertindo em um parque de diversões, no brinquedo conhecido como chapéu mexicano.

A rotação do dispositivo faz com que as pessoas descrevam trajetórias circulares de raios tanto maiores quanto maior for a velocidade angular do sistema. Para um referencial solidário ao banco ocupado por uma pessoa, esta se encontra em equilíbrio, o que torna nula a resultante das forças em seu corpo. Isso requer uma força de inércia, denominada **força centrífuga**, definida apenas em relação ao referencial acelerado do banco. Do ponto de vista da pessoa, é a força centrífuga que puxa seu corpo para fora da trajetória, fazendo-o distanciar-se do eixo de rotação do brinquedo. A força centrífuga somada vetorialmente com as demais forças (peso, força de tração aplicada pelo cabo de sustentação do banco, resistência do ar etc.) torna nula a força resultante no corpo da pessoa, o que justifica seu equilíbrio no referencial do banco. É importante salientar, porém, que a força centrífuga não é definida em relação ao solo (referencial inercial); só é "sentida" no referencial acelerado associado ao banco.

Consideremos um conjunto moto-piloto descrevendo uma curva circular em movimento uniforme. Nesse caso, em relação a um referencial ligado ao solo (referencial inercial), a resultante das forças no corpo do piloto é radial e dirigida para o centro da curva, sendo denominada **centrípeta** $\left(\vec{F}_{cp}\right)$.



Em relação a um referencial no solo, a resultante das forças no corpo do piloto é **centrípeta**.

Considerando **m** a massa do piloto, **v** a intensidade da velocidade e **R** o raio de curvatura da trajetória, temos:

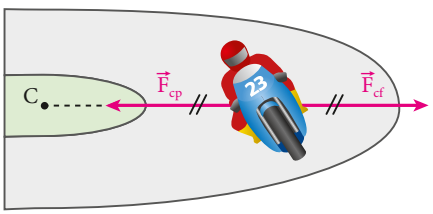
$$|\vec{F}_{cp}| = \frac{m\,v^2}{R}$$

Em relação a um referencial ligado à moto (referencial acelerado), entretanto, o piloto está em repouso e, por isso, a resultante das forças que agem em seu corpo deve ser nula. Isso significa que, em relação a esse referencial, deve ser considerada uma força que equilibra a resultante centrípeta. A equilibrante da força centrípeta é, portanto, uma força também radial, porém dirigida para fora da trajetória, sendo denominada **centrífuga** $(\vec{F}_{cf})$.

Destaquemos que a intensidade da força centrífuga é igual à da força centrípeta:

$$|\vec{F}_{cf}| = |\vec{F}_{cp}| \Rightarrow |\vec{F}_{cf}| = \frac{m\,v^2}{R}$$

A força centrífuga é uma **força de inércia** que é introduzida para justificar o equilíbrio de um corpo em relação a um referencial acelerado quando esse corpo descreve trajetórias curvilíneas em relação a um referencial inercial. Trata-se de uma força fictícia, já que não é consequência de nenhuma interação: é um artifício criado para que as duas primeiras leis de Newton possam ser usadas em referenciais em que elas não valem.

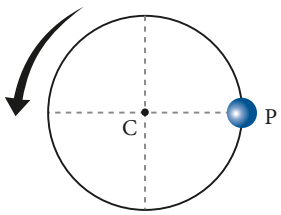


Em relação a um referencial na moto, a resultante das forças no corpo do piloto é nula; a força centrífuga equilibra a força centrípeta.

QUESTÕES COMENTADAS

1 A figura a seguir representa uma partícula em movimento circular no instante em que ela passa por um ponto **P** de sua trajetória. Sabendo que o movimento acontece no sentido anti-horário, reproduza a figura, desenhando o vetor que representa a força resultante sobre a partícula nos seguintes casos:

a) quando o movimento é acelerado;
b) quando o movimento é retardado.

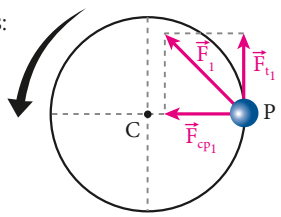


RESOLUÇÃO

a) No caso de o movimento ser acelerado, a força resultante deve admitir uma componente tangencial $(\vec{F}_{t_1})$ de mesmo sentido que o movimento.
Pelo fato de o movimento ser circular, a força resultante deve admitir uma componente centrípeta $(\vec{F}_{cp_1})$.
A resultante total, nesse caso, é $\vec{F}_1$, dada por:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{t_1} + \vec{F}_{cp_1}$$

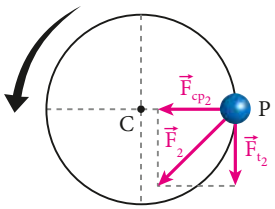
Graficamente, temos:



b) No caso de o movimento ser retardado, a força resultante deve admitir uma componente tangencial $(\vec{F}_{t_2})$ de sentido contrário ao do movimento.
Pelo fato de o movimento ser circular, a força resultante deve admitir uma componente centrípeta $(\vec{F}_{cp_2})$.
A resultante total, nesse caso, é $\vec{F}_2$, dada por:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{t_2} + \vec{F}_{cp_2}$$

Graficamente, temos:



Respostas: Ver resolução.

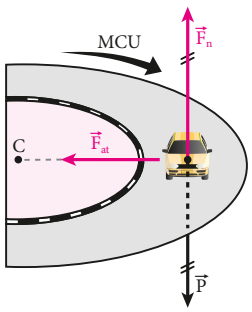
2 Um carro percorre uma pista circular de raio **R**, contida em um plano horizontal. O coeficiente de atrito estático entre seus pneus e o asfalto vale **μ** e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo **g**. Despreze a influência do ar.

a) Determine a expressão da velocidade linear máxima com a qual o carro deve deslocar-se ao longo da pista, com a condição de não derrapar.

b) A velocidade obtida no item anterior depende da massa do carro?

RESOLUÇÃO

a) Na figura a seguir, estão representadas as forças que agem no carro.



A reação normal da pista $(\vec{F}_n)$ equilibra o peso do carro $(\vec{P})$:

$F_n = P \Rightarrow F_n = m\,g \qquad (I)$

Já a força de atrito $(\vec{F}_{at})$ é a resultante centrípeta que mantém o carro em movimento circular e uniforme (MCU):

$F_{at} = F_{cp} \Rightarrow F_{at} = \dfrac{m\,v^2}{R} \qquad (II)$

Como não há derrapagem, o atrito entre os pneus do carro e o solo é do tipo estático. Assim:

$$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu\,F_n \qquad (III)$$

Substituindo (**I**) e (**II**) em (**III**), obtemos:

$$\frac{m\,v^2}{R} \leqslant \mu\,m\,g \Rightarrow v \leqslant \sqrt{\mu\,g\,R}$$

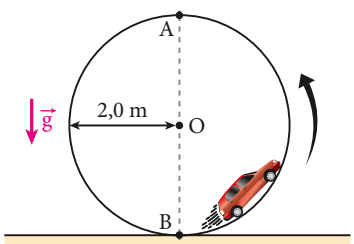
Logo: $v_{máx} = \sqrt{\mu\,g\,R}$

Observe que, se o coeficiente de atrito estático entre os pneus do carro e o asfalto for reduzido, também ficará reduzido o valor de $\mathbf{v}_{máx}$. O resultado obtido mostra ainda que, quanto menor for o valor de **R**, menor será o valor de $\mathbf{v}_{máx}$. Reduzindo-se **R** à quarta parte, por exemplo, o valor de $\mathbf{v}_{máx}$ será reduzido à metade.

b) A velocidade calculada **independe** da massa do carro.

Respostas: a) $\sqrt{\mu\,g\,R}$; b) Não.

3 Na figura a seguir, um carrinho de massa 1,0 kg descreve movimento circular e uniforme ao longo de um trilho envergado em forma de circunferência de 2,0 m de raio.



A velocidade escalar do carrinho vale 8,0 m/s, sua trajetória pertence a um plano vertical e adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Supondo que os pontos **A** e **B** sejam, respectivamente, o mais alto e o mais baixo do trilho, determine a intensidade da força que o trilho exerce no carrinho:

a) no ponto **A**; b) no ponto **B**.

RESOLUÇÃO

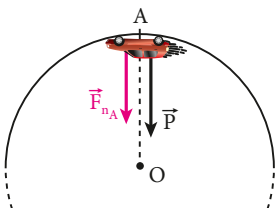
Como o carrinho executa movimento circular e uniforme, em cada ponto da trajetória a resultante das forças que nele agem deve ser centrípeta. Calculemos a intensidade constante dessa resultante:

$$F_{cp} = \frac{m\,v^2}{R} \Rightarrow F_{cp} = \frac{1{,}0(8{,}0)^2}{2{,}0}\ (N) \Rightarrow F_{cp} = 32\ N$$

O peso do carrinho é calculado a seguir.

$P = m\,g = 1{,}0 \cdot 10\ (N) \Rightarrow P = 10\ N$

a) No ponto **A**, o esquema das forças que agem no carrinho é dado a seguir.



$\vec{F}_{n_A}$ é a força que o trilho exerce no carrinho em **A.**

A resultante de $\vec{F}_{n_A}$ e $\vec{P}$ deve ser centrípeta, isto é:

$$\vec{F}_{cp_A} = \vec{F}_{n_A} + \vec{P}$$

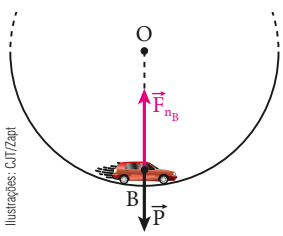
Em módulo, temos: $F_{cp_A} = F_{n_A} + P$

Calculemos $\mathbf{F}_{n_A}$:

$F_{n_A} = F_{cp_A} - P \Rightarrow F_{n_A} = 32\ N - 10\ N$

Logo: $F_{n_A} = 22\ N$

b) No ponto **B**, o esquema das forças que agem no carrinho é dado a seguir.



Ilustrações: CJT/Zapt

$\vec{F}_{n_B}$ é a força que o trilho exerce no carrinho em **B**.

A resultante de $\vec{F}_{n_B}$ e $\vec{P}$ deve ser centrípeta, isto é:

$$\vec{F}_{cp_B} = \vec{F}_{n_B} + \vec{P}$$

Em módulo, temos: $F_{cp_B} = F_{n_B} - P$

Calculemos $\mathbf{F}_{n_B}$:

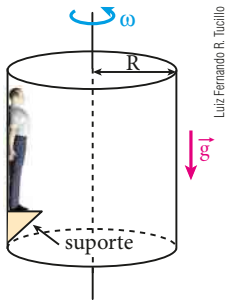
$F_{n_B} = F_{cp_B} + P \Rightarrow F_{n_B} = 32\ N + 10\ N$

Logo: $F_{n_B} = 42\ N$

Respostas: a) 22 N; b) 42 N

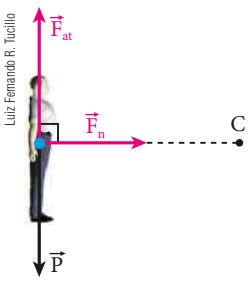
4 Em alguns parques de diversões, há um brinquedo chamado rotor, que consiste em uma câmara em forma de cilindro circular, de eixo vertical, dentro da qual é introduzida uma pessoa. De início, a pessoa apoia-se sobre um suporte, que é retirado automaticamente quando o rotor gira com uma velocidade adequada.

Admita que o coeficiente de atrito estático entre o corpo da pessoa e a parede interna do rotor valha μ. Suponha que o módulo da aceleração da gravidade seja **g** e que o rotor tenha raio **R**. Determine a expressão correspondente à mínima velocidade angular do rotor, de modo que, com o suporte retirado, a pessoa não escorregue em relação à parede.



RESOLUÇÃO

No esquema a seguir, representamos as forças que agem no corpo da pessoa.



$\vec{P}$ é o peso
$\vec{F}_{at}$ é a força de atrito
$\vec{F}_n$ é a força normal

Como a pessoa deve permanecer em equilíbrio na vertical, a força de atrito tem intensidade igual à de seu peso.

$$F_{at} = P \Rightarrow F_{at} = m\,g \qquad (I)$$

A força normal exercida pela parede do rotor no corpo da pessoa é a resultante centrípeta do seu movimento circular e uniforme.

$$F_n = F_{cp} \Rightarrow F_n = m\,\omega^2\,R \qquad (II)$$

Para que não haja escorregamento da pessoa em relação à parede do rotor, a força de atrito atuante sobre ela deve ser do tipo estático, logo:

$$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu F_n \qquad (III)$$

Substituindo (**I**) e (**II**) em (**III**), temos: $m\,g \leqslant \mu\ m\ \omega^2\ R$

Portanto, $\omega \geqslant \sqrt{\dfrac{g}{\mu R}}$

A mínima velocidade angular de rotação do rotor que ainda permite à pessoa não escorregar fica dada por:

$$\omega_{mín} = \sqrt{\frac{g}{\mu R}}$$

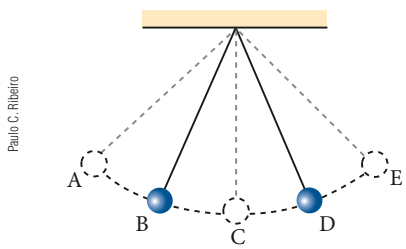
É importante observar que $\omega_{mín}$ independe da massa **m** da pessoa. A redução eventual do coeficiente de atrito μ implicará um aumento de $\omega_{mín}$.
Admitindo-se **g** e μ constantes, rotores com raios maiores que **R** permitirão operações com $\omega_{mín}$ menores.

Resposta: $\sqrt{\dfrac{g}{\mu R}}$

QUESTÕES PROPOSTAS

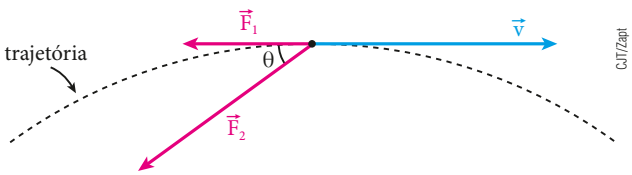
FAÇA NO CADERNO.

5. Na figura abaixo está representado um pêndulo em oscilação em um plano vertical. O fio é inextensível e de massa desprezível e o ar não influencia significativamente o movimento do sistema. Na posição **C**, o fio apresenta-se na vertical. Nas posições **A** e **E**, ocorre inversão no sentido do movimento.



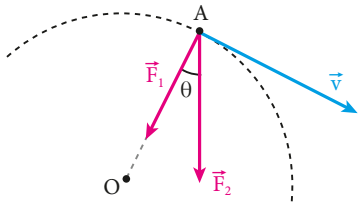
Reproduza em seu caderno o esquema do pêndulo desenhando nas posições **A**, **B**, **C**, **D** e **E** as setas representativas das forças resultantes $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$, $\vec{F}_D$ e $\vec{F}_E$ na esfera pendular.

6. Na figura a seguir está representada uma partícula de massa **m** em determinado instante de seu movimento curvilíneo. Nesse instante, a velocidade vetorial é $\vec{v}$, a aceleração escalar tem módulo α e apenas duas forças agem na partícula: $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.



No instante citado, é correto afirmar que:
a) o movimento é acelerado e $F_1 = m\,\alpha$.
b) o movimento é retardado e $F_1 = m\,\alpha$.
c) o movimento é acelerado e $F_1 + F_2 \cos\theta = m\,\alpha$.
d) o movimento é retardado e $F_1 + F_2 \cos\theta = m\,\alpha$.
e) o movimento é retardado e $F_1 + F_2 \operatorname{sen}\theta = m\,\alpha$.

7. A partícula indicada na figura descreve uma trajetória circular de raio **R** e centro **O**. Ao passar pelo ponto **A**, verifica-se que sobre ela agem apenas duas forças: $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.
Sendo **m** a massa da partícula e $\vec{v}$ a sua velocidade vetorial em **A**, é correto afirmar que:



a) $F_1 = \frac{m\,v^2}{R}$.

b) $F_2 = \frac{m\,v^2}{R}$.

c) $F_1 + F_2 = \frac{m\,v^2}{R}$.

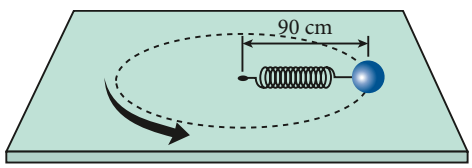
d) $F_1 + F_2 \cos\theta = \frac{m\,v^2}{R}$.

e) $F_1 + F_2 \cos\theta + F' = \frac{m\,v^2}{R}$, em que $\vec{F}'$ é a força centrífuga.

8. Um avião de massa 4,0 toneladas descreve uma curva circular de raio R = 200 m com velocidade escalar constante igual a 216 km/h. Qual é a intensidade da resultante das forças que agem na aeronave?

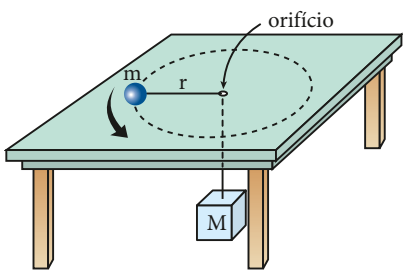
9. Considere um carro de massa $1{,}0 \cdot 10^3$ kg percorrendo, com velocidade escalar constante, uma curva circular de 125 m de raio, contida em um plano horizontal. Sabendo que a força de atrito responsável pela manutenção do carro na curva tem intensidade 5,0 kN, determine o valor da velocidade do carro. Responda em km/h.

10. Na situação esquematizada na figura a seguir, a mesa é plana, horizontal e perfeitamente polida. A mola tem massa desprezível, constante elástica igual a $2{,}0 \cdot 10^2$ N/m e comprimento natural (sem deformação) de 80 cm.



Se a esfera (massa de 2,0 kg) descreve movimento circular e uniforme, qual é o módulo de sua velocidade tangencial?

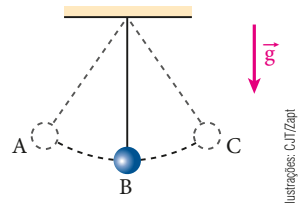
11. Na figura abaixo, uma esfera de massa m = 2,0 kg descreve sobre a mesa plana, lisa e horizontal um movimento circular. A esfera está ligada por um fio ideal a um bloco de massa M = 10 kg, que permanece em repouso quando a velocidade da esfera tem intensidade v = 10 m/s.



Sendo g = 10 m/s², calcule o raio da trajetória da esfera, observando a condição de o bloco permanecer em repouso.

12. Uma partícula de massa 3,0 kg parte do repouso no instante $t_0 = 0$ s, adquirindo movimento circular uniformemente acelerado. Sua aceleração escalar é de 4,0 m/s² e o raio da circunferência suporte do movimento vale 3,0 m. Para o instante $t_1 = 1{,}0$ s, calcule a intensidade da força resultante sobre a partícula.

13. O pêndulo da figura oscila em condições ideais, invertendo sucessivamente o sentido de seu movimento nos pontos **A** e **C**.



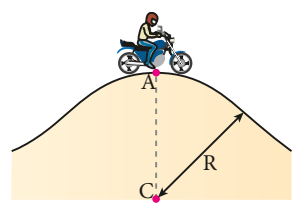
A esfera tem massa 1,0 kg e o comprimento do fio, leve e inextensível, mede 2,0 m. Sabendo que no ponto **B** (mais baixo da trajetória) a esfera tem velocidade de módulo 2,0 m/s e que o módulo de $\vec{g}$ é 10 m/s², determine:

a) a intensidade da força resultante sobre a esfera quando ela passa pelo ponto **B**;

b) a intensidade da força que traciona o fio quando a esfera passa pelo ponto **B**.

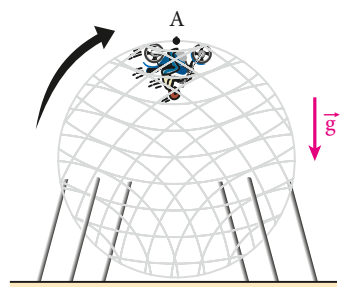
14. Uma moto percorre um morro, conforme ilustra a figura abaixo. Visto em corte, esse morro pode ser comparado a um arco de circunferência de raio **R**, contido em um plano vertical.

Ao passar no ponto **A**, o mais alto do morro, a moto recebe da pista uma força de reação normal 25% menor que aquela que receberia se estivesse em repouso nesse ponto. Se no local a aceleração da gravidade vale **g**, qual será o módulo da velocidade da moto no ponto **A**?



15. A ilustração abaixo representa um globo da morte, dentro do qual um motociclista realiza evoluções circulares contidas em um plano vertical. O raio da circunferência descrita pelo conjunto moto-piloto é praticamente igual ao do globo e vale **R**.

O ponto **A** é o mais alto da trajetória e por lá o conjunto moto-piloto, que tem massa **M**, passa com a mínima velocidade admissível para não perder o contato com a superfície esférica.



Supondo que a aceleração da gravidade tenha módulo **g**, analise as proposições a seguir:

(01) No ponto **A**, a força vertical trocada pelo conjunto moto-piloto e o globo é nula.

(02) No ponto **A**, a força resultante no conjunto moto-piloto tem intensidade M g.

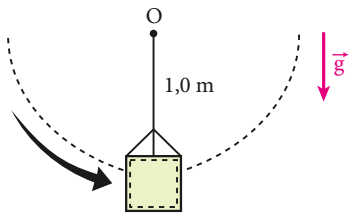
(04) No ponto **A**, o peso do conjunto moto-piloto desempenha a função de resultante centrípeta.

(08) No ponto **A**, a velocidade do conjunto moto-piloto tem módulo $\sqrt{g\,R}$.

(16) Se a massa do conjunto moto-piloto fosse 2 M, sua velocidade no ponto **A** teria módulo $\sqrt{2\,g\,R}$.

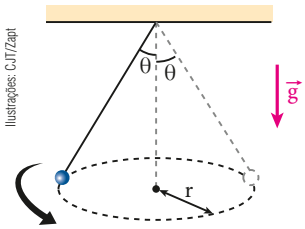
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

16. A figura ao lado representa uma lata de paredes internas lisas, dentro da qual se encaixa perfeitamente um bloco de concreto, cuja massa vale 2,0 kg.



A lata está presa a um fio ideal, fixo em **O** e de 1,0 m de comprimento. O conjunto realiza *loopings* circulares em um plano vertical. Em cada *looping*, a lata passa pelo ponto mais alto com velocidade de 5,0 m/s e adota-se, no local, $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Desprezando as dimensões da lata e do bloco, determine a intensidade da força vertical que o bloco troca com o fundo da lata no ponto mais alto dos *loopings*.

17. No esquema a seguir, representa-se um pêndulo cônico operando em condições ideais. A esfera pendular descreve movimento circular e uniforme, em um plano horizontal, de modo que o afastamento angular do fio em relação à vertical é **θ**. Sendo **g** o módulo do campo gravitacional do local e **r** o raio da circunferência descrita pela esfera pendular:



Ilustrações: CJT/Zapt

a) calcule o período de revolução do pêndulo;

b) discuta, justificando, se o período calculado no item anterior seria modificado se o pêndulo fosse levado para um outro local, de aceleração da gravidade igual a $\frac{g}{4}$.

DESCUBRA **MAIS**

1. As plantas "percebem" a gravidade da Terra. O crescimento de suas raízes e de seus caules é significativamente influenciado pelo campo gravitacional do planeta, o que caracteriza um tipo de **geotropismo**. Um pé de milho, por exemplo, plantado no solo, desenvolve-se de modo que seu caule se mantenha praticamente vertical durante todo o processo, na direção do vetor $\vec{g}$ do local. Suponha que um pé de milho seja plantado em um vaso fixo à borda de um carrossel que gira, o qual tem eixo vertical. Admita que esse carrossel tenha funcionamento ininterrupto por tempo indeterminado. Considerando-se apenas os efeitos ligados ao geotropismo, em que direção crescerá o caule dessa planta? Pesquise.

2. No dia 30 de março de 2006, o primeiro astronauta brasileiro, Marcos César Pontes, foi lançado ao espaço a bordo da nave russa Soyuz TMA-8. Sua missão foi permanecer cerca de oito dias na Estação Espacial Internacional (EEI) e realizar alguns experimentos científicos. Durante sua estada na EEI, Pontes observou a germinação de grãos de feijão em ambiente de microgravidade. Houve alguma direção preferencial em que essas sementes lançaram suas raízes?

3. A Terra fotografada do espaço assemelha-se a uma esfera perfeita. No entanto, estudos elaborados pelo matemático e astrônomo alemão Carl Friedrich **Gauss** (1777-1855), aliados a avaliações mais recentes, dão conta de que a Terra tem forma de **geoide**, que corresponde aproximadamente à de um elipsoide de revolução. De maneira mais simples, costuma-se dizer que a Terra é ligeiramente "achatada nos polos e dilatada na faixa equatorial".

   A que se deve essa forma geodésica do planeta? Pesquise.

INTERSABERES

Como é viver em ambientes de microgravidade?

Que o digam os astronautas que continuamente ocupam a Estação Espacial Internacional (EEI ou ISS, sigla em inglês)! Seus corpos ficam em constante queda livre ao redor da Terra, o que dá a sensação de gravidade zero ou algo muito próximo disso. É a microgravidade.

Embora nos pontos da órbita a ação gravitacional terrestre seja expressiva e responsável por qualquer movimento orbital, dentro da nave em movimento praticamente circular e uniforme em torno do planeta, corpos e objetos em geral apresentam-se imponderáveis, ou seja, aparentam ter peso nulo.

À primeira vista, pode parecer divertido movimentar-se dentro do veículo espacial aproveitando-se dos efeitos da levitação, com confortáveis deslocamentos inerciais sequentes a pequenos empurrões. Ferramentas, porções líquidas, objetos de higiene e até comida, tudo flutua, revelando um ambiente bem diferente do qual encontramos aqui em solo, onde tudo é inexoravelmente puxado para baixo pela força da gravidade.

Education Images/Getty Images

O astronauta japonês Koichi Wakata se diverte, na Estação Espacial Internacional, com os efeitos da microgravidade. Junho de 2009.

A longo prazo, porém, a microgravidade pode trazer sérios problemas ao organismo, como atrofia muscular, descalcificação dos ossos, problemas circulatórios e digestivos, edemas, dentre outros, todos eles, hoje, objeto de estudos e pesquisas no campo da chamada medicina espacial. (Afinal, um dia os humanos deverão deixar a Terra em busca de outros *habitats*, como retrata o ambicioso filme de ficção *Interestelar*, lançado em 2014 e dirigido por Christopher Nolan.)

Com isso, tripulantes dessas espaçonaves, ao permanecerem cerca de seis meses (ou mais) no espaço, são obrigados a se exercitar horas a fio em academias existentes a bordo para minimizar tantos efeitos danosos ao corpo.

Jerry Wright/NASA

Astronauta fazendo atividade física na Estação Espacial Internacional. Novembro de 2013.

Leia a seguir um texto do professor Caleb Scharf, da Universidade de Columbia, publicado pela revista *Scientific American Brasil*.

Registros do primeiro experimento de gravidade artificial

[...] O corpo humano evoluiu em uma região curvada do espaço-tempo onde objetos experimentam uma aceleração quase uniforme de 9,81 m/s². O sangue e fluidos ficam pressurizados de acordo com essa aceleração, e as veias e artérias são pressionadas por músculos, de modo a não ficarem inconvenientemente acumuladas em nossos pés. Globos oculares são tensionados para manter uma forma oticamente adequada. E nosso microbioma é adaptado a um ambiente com movimentos definidos de subir e descer – especialmente quando o assunto é digestão.

Se um de nós for colocado em gravidade zero ou em microgravidade, as coisas ficam difíceis. Nosso sistema cardiovascular fica rapidamente confuso, e assim os fluidos se acumulam em locais onde normalmente não se acumulariam – daí a aparência de rostos inchados que viajantes espaciais podem desenvolver. [...]

Então não é surpreendente que estejamos há tanto tempo tentando mitigar esses efeitos. Uma maneira de fazer isso é tentar criar gravidade artificial sempre que estivermos longe de um belo planeta massivo.

Um exemplo bem antigo dessas ideias data de 1896, quando o extraordinário cientista russo, Konstantin Tsiolkovsky, descreveu o uso de estruturas em rotação no espaço para explorar 'forças' centrífugas para simular a aceleração gravitacional. [...]

O icônico filme **2001: Uma Odisseia no Espaço**, lançado em 1968, apresentou uma das melhores visualizações de como um *habitat* espacial rotatório poderia funcionar de fato [...].

O primeiro experimento real com gravidade artificial foi realizado em setembro de 1966, quando a missão Gemini 11, da Nasa, tripulada por Pete Conrad e Richard Gordon, se encontrou na baixa órbita terrestre com o Agena Target Vehicle (um estágio de foguete pesando 3 175 kg).

Uma de suas atividades era a fixação de um cabo de náilon com 30 metros de comprimento entre a cápsula Gemini e o Agena. A ideia era que, primeiro, ao estacionar a Gemini 'acima' do Agena, o cabo permanecesse esticado pela diferença do arrasto gravitacional nessa distância (isso não funcionou muito bem); segundo, que as duas naves pudessem se movimentar como um par de boleadeiras, uma ao redor da outra – seguradas pelo cabo e gerando gravidade artificial na direção do 'chão' da cápsula Gemini. [...]. Apesar das oscilações no cabo e de outros problemas com os veículos, tudo ficou temporariamente calmo depois de aproximadamente 20 minutos e, durante alguns momentos, uma diminuta gravidade artificial foi observada na cápsula Gemini. Quanta gravidade? Cerca de 0,0005 G com 0,15 revoluções por minuto. Algum tempo depois, o cabo foi liberado. [...] A aceleração produzida em um *habitat* giratório também apresenta outros desafios, porque seus ocupantes não permanecem estacionários.

NASA

Astronauta Richard Gordon realizando operação em voo espacial. Setembro de 1956.

Quando você está de pé sobre o 'piso' de um ambiente giratório, sua cabeça está sempre mais perto do eixo de giro, o que significa que seu crânio se move mais lentamente que seus pés. O que acontece quando você se abaixa para pegar algo, ou para amarrar seus sapatos? [...] o que acontece quando você tenta caminhar? Nesses momentos, seu corpo tem que superar esse diferencial de velocidade e seu ouvido interno – com seus pequenos detectores de movimento cheios de fluidos – sente coisas muito estranhas acontecendo. [...]

A conclusão é que precisamos manter o ambiente giratório grande em relação ao tamanho de um corpo humano (100 metros de raio seria bom), para minimizar as diferenças absolutas de velocidade entre cabeça e pés, e para manter o número de revoluções por minuto relativamente baixo (provavelmente menor que 3 ou 4). [...]

Assim como os astronautas da Gemini 11 descobriram na prática, produzir um sistema de gravidade artificial não é apenas um desafio de engenharia, mas também um desafio para refinar as coisas de modo a acomodar adequadamente o que humanos (ou qualquer outro organismo) conseguem suportar. [...]

SCHARF, Caleb A. *Scientific American Brasil*. 6 abr. 2015.
Disponível em: <www2.uol.com.br/sciam/noticias/primeiro_experimento_de_gravidade_artificial.html>. Acesso em: 1 out. 2015.

Compreensão, pesquisa e debate

1. Nos antigos filmes de ficção científica, tripulantes de espaçonaves caminhavam confortavelmente sobre o piso do veículo, como se estivessem sobre solo terrestre onde a aceleração da gravidade é cerca de 9,8 m/s^2. Isso significa que os efeitos da microgravidade, ou mesmo de ausência de gravidade, eram ignorados pelos cineastas, talvez em prol do enredo, por falta de tecnologia ou mesmo pela inexistência de uma abordagem consistente a respeito. Que maneiras você poderia sugerir para dotar o interior de uma espaçonave de uma gravidade artificial parecida com a das vizinhanças da Terra? Discuta o assunto com seus colegas e professores.
2. Os astrônomos preveem que daqui a cinco bilhões de anos o Sol terá esgotado seu combustível nuclear – o hidrogênio –, responsável pelo contínuo processo de fusão nuclear. Até lá, porém, a estrela deverá passar por um processo de agonia, transformando-se primeiramente em uma gigante vermelha, quando "engolirá" os planetas ao seu redor, inclusive a Terra, e por último em um cadáver estelar denominado anã branca. Isso significa que os humanos deverão buscar uma nova alternativa para abrigar a vida: um novo *habitat*. O que você sabe a esse respeito? Que características principais deveria ter um possível novo planeta para viabilizar as formas de vida conhecidas? Discuta o assunto com seus colegas e professores.
3. Fala-se de futuras viagens ao planeta Marte com a possibilidade de instalação de bases para a migração de seres humanos. A chegada do homem a Marte estaria prevista para 2031. Que dificuldades você vê em relação à adaptação de seres humanos em Marte? Discuta o assunto com seus colegas e professores.

CAPÍTULO 8

GRAVITAÇÃO

1. INTRODUÇÃO

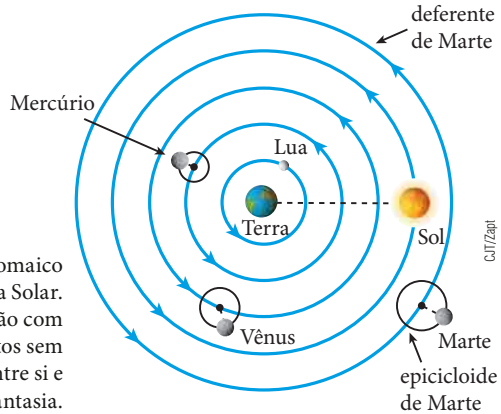
Você sabe o que é Gravitação? Leia a informação destacada a seguir.

Gravitação é o estudo das forças de atração entre massas (forças de campo gravitacional) e dos movimentos de corpos submetidos a essas forças.

Muitas teorias se sucederam até que chegássemos à concepção atual do Sistema Solar. De início, o misticismo e a religião dissociavam do caráter científico as ideias sobre o Universo.

Foram os antigos gregos os fundadores da ciência modernamente conhecida por Astronomia. No século II d.C., Cláudio Ptolomeu, matemático, geógrafo e astrônomo, propôs um modelo planetário em que a Terra era o centro do Sistema Solar, de modo que todos os astros conhecidos, até mesmo o Sol e a Lua, deveriam gravitar ao seu redor. Esse modelo – **geocêntrico**, pois tinha a Terra como centro – foi aceito por mais de quinze séculos, sobretudo por ser coerente com a filosofia e os valores correntes.

No modelo ptolomaico do Sistema Solar, cada planeta realizava dois movimentos circulares concomitantemente. Marte, por exemplo, descrevia um epiciclo, cujo centro realizava uma deferente ao redor da Terra. Isso, porém, não acontecia com a Lua e com o Sol, que descreviam apenas a deferente.



CJT/Zapt

Modelo ptolomaico do Sistema Solar. Representação com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

No século XVI, o monge polonês **Nicolau Copérnico** (1473-1543), estudioso de Medicina, Matemática e Astronomia, apresentou uma concepção revolucionária para o Sistema Solar. Segundo ele, o Sol, e não a Terra, seria o centro em torno do qual deveriam gravitar em órbitas circulares a Terra e todos os planetas conhecidos. Embora mais simples que o de Ptolomeu, o modelo de Copérnico – **heliocêntrico**, pois admitia o Sol como centro do sistema – encontrou grandes obstáculos para sua aceitação, já que se contrapunha aos preceitos da Igreja.

Nimatallah/AKG Images/Latinstock

Retrato de Nicolau **Copérnico**
Pintor desconhecido, Universidade de Cracóvia.

A obra mais importante de Nicolau Copérnico, *Das revoluções dos mundos celestes*, foi escrita originalmente em latim (*De revolutionibus orbium coelestium*), conforme a tradição da época, e constitui um dos mais importantes marcos da evolução dos conceitos referentes à situação da Terra diante do panorama universal. Copérnico recebeu o primeiro exemplar de seu livro no dia de sua morte (25 de maio de 1543), em Frauenburg, na Polônia. Nessa obra, ele propunha a **Teoria Heliocêntrica**, além de explicar os fundamentos do movimento de rotação da Terra, responsável pela sucessão dos dias e das noites. Por contestar o dogma de que o ser humano, obra-prima da criação divina, deveria ocupar, juntamente com a Terra, o centro do Universo, esse livro foi imediatamente incluído no *Index librorum prohibitorum* ("Índice dos livros proibidos" ou "Lista dos livros proibidos"), relação – criada na época da Inquisição – das leituras proibidas pela Igreja.

Um importante adepto do pensamento copernicano foi o físico e astrônomo italiano Galileu Galilei. Devido às necessidades de suas observações astronômicas, Galileu construiu diversas lunetas. Com elas, ele descobriu os satélites de Júpiter, os anéis de Saturno, as manchas solares e detalhes da Lua. Além disso, elaborou mapas celestes de rara precisão para a época.

Photo Researchers/Diomedia

Modelo de luneta utilizada por Galileu. Museu de História da Ciência. Florença, Itália.

A crescente controvérsia entre as proposições de Ptolomeu e Copérnico levou os astrônomos a estudos mais profundos. Foi o astrônomo alemão **Johannes Kepler** (1571-1630) quem conseguiu descrever de modo preciso os movimentos planetários. Atualmente, o modelo aceito para o Sistema Solar é basicamente o de Copérnico, feitas as correções sugeridas por Kepler e por cientistas que o sucederam.

Johannes Kepler foi autor de uma obra extensa que inclui vários opúsculos e livros, como *Epitome astronomiae copernicanae* e *Harmonice mundi*, em que ratifica e amplia as teorias de Copérnico, descrevendo de maneira precisa os movimentos dos planetas em torno do Sol. Para elaborar seus trabalhos, Kepler fundamentou-se em suas observações do planeta Marte, em correspondências com Galileu Galilei e, sobretudo, em medidas e dados astronômicos obtidos por seu mestre dinamarquês, Tycho Brahe (1546-1601), com quem trabalhou durante algum tempo.

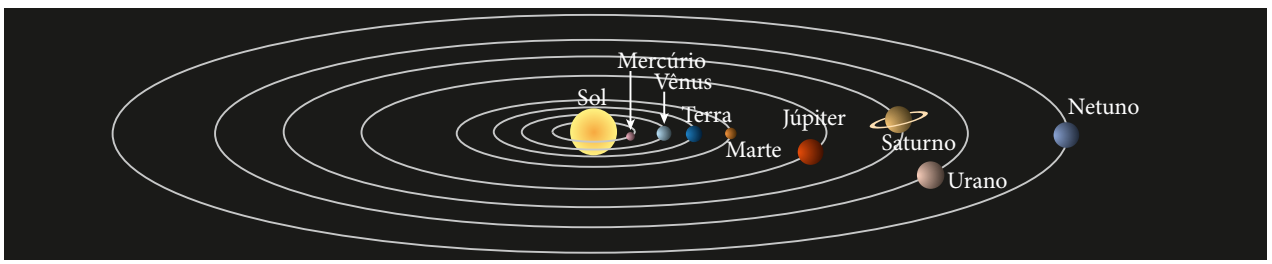
Sabe-se que oito planetas gravitam em torno do Sol, descrevendo órbitas elípticas. Na ordem crescente de distância ao Sol, são eles: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno.

Johannes Kepler, Artista Desconhecido, 1610

Retrato de Johannes **Kepler** pintado por um artista desconhecido, por volta de 1620. Catedral de Estrasburgo.

NOTA

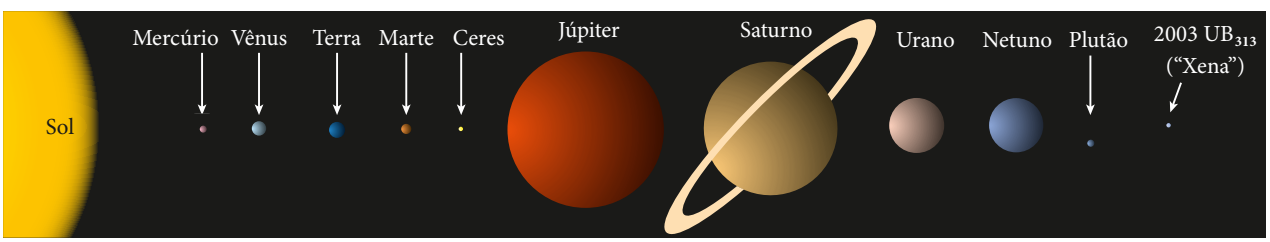
Na época de Kepler (por volta de 1600), eram conhecidos apenas seis planetas: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno, todos observáveis a olho nu. A presença de Urano, Netuno e Plutão (planeta anão) só foi constatada com a evolução de equipamentos de observação, como lunetas e telescópios.



Luciano da S. Teixeira

Representação das órbitas dos planetas em torno do Sol (elementos sem proporção entre si e em cores fantasia). Observe que as trajetórias descritas pelos planetas estão contidas praticamente em um mesmo plano. A órbita de Mercúrio é a mais elíptica, sendo as demais praticamente circulares.

Depois das deliberações da União Astronômica Internacional (UAI), em 2006, esta é a situação atual do Sistema Solar:

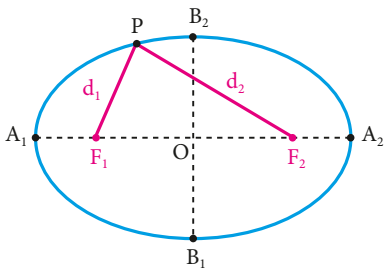


Luciano da S. Teixeira

Representação da atual situação do Sistema Solar (elementos sem proporção entre si e em cores fantasia). Nesta configuração, Ceres passou a ser considerado um planeta anão, em vez de asteroide; Plutão passou a ser considerado planeta anão e Caronte continua sendo sua lua; "Xena" subiu de asteroide para planeta anão.

Antes de seguirmos nosso estudo, é importante que você saiba o que é uma elipse.

Observe a figura a seguir:



Elipse é o conjunto de pontos de um plano para os quais a soma das distâncias $\mathbf{d_1}$ e $\mathbf{d_2}$, respectivamente, a dois pontos fixos, denominados focos, $\mathbf{F_1}$ e $\mathbf{F_2}$, também pertencentes a esse plano, permanece constante.

Qualquer que seja o ponto **P** considerado na elipse, tem-se a soma $d_1 + d_2$ constante.

Na figura representada ao lado, temos:

- $\mathbf{F_1}$ e $\mathbf{F_2}$ são os focos da elipse;
- $\overline{OA_1}$ e $\overline{OA_2}$ são os semieixos maiores; ($\overline{OA_1}$ e $\overline{OA_2}$ têm o mesmo comprimento);
- $\overline{OB_1}$ e $\overline{OB_2}$ são os semieixos menores; ($\overline{OB_1}$ e $\overline{OB_2}$ têm o mesmo comprimento).

Façamos $OA_1 + OA_2 = E$ (medida de comprimento do eixo maior da elipse) e $OF_1 + OF_2 = f$ (distância entre os focos da elipse). Chama-se **excentricidade da elipse** a grandeza adimensional **e** dada por:

$$e = \frac{f}{E} \qquad (0 \leqslant e < 1)$$

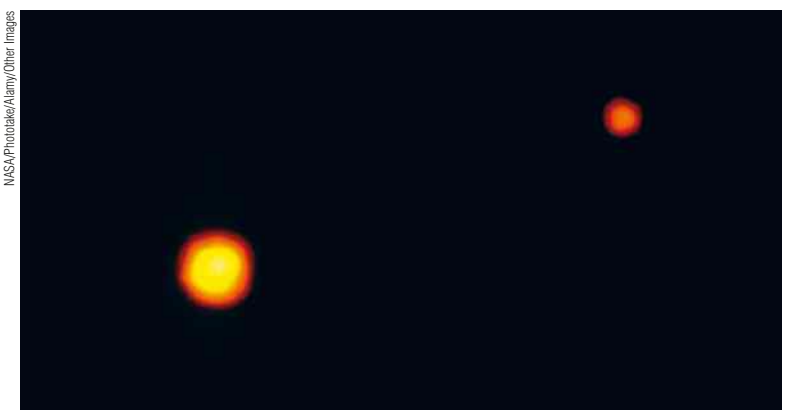
Se $f = 0$, $\mathbf{F_1}$ e $\mathbf{F_2}$ serão coincidentes e a elipse assumirá a forma particular de uma circunferência com o centro localizado em $F_1 \equiv F_2$.

Se **f** tender a **E**, porém, a excentricidade **e** se aproximará de 1 e a elipse ficará parecida com um segmento de reta.

AMPLIANDO O **OLHAR**

Plutão-Caronte

Descoberto em 1930, Plutão foi considerado até 2006 o nono planeta do Sistema Solar. Sua distância média ao Sol é de 39,6 UA (uma unidade astronômica – UA – é a distância média entre a Terra e o Sol e equivale aproximadamente a 149 milhões de quilômetros) e seu período de revolução equivale a 248 anos terrestres. A órbita de Plutão é uma elipse de grande excentricidade, inclinada cerca de 17° em relação ao plano das demais órbitas planetárias. Em 2006, porém, a União Astronômica Internacional (UAI), depois de estabelecer novos parâmetros para a definição do que deve ser chamado de planeta, deliberou por rebaixar Plutão à condição de planeta anão, já que muitas de suas características não correspondem às atuais exigências. Plutão na verdade compõe com Caronte – outro corpo celeste, descoberto em 1978, praticamente do mesmo tamanho de Plutão – um sistema duplo em que os dois astros gravitam com períodos iguais ao redor de um centro imaginário que gira em torno do Sol. Caronte, no entanto, é considerado uma lua de Plutão.



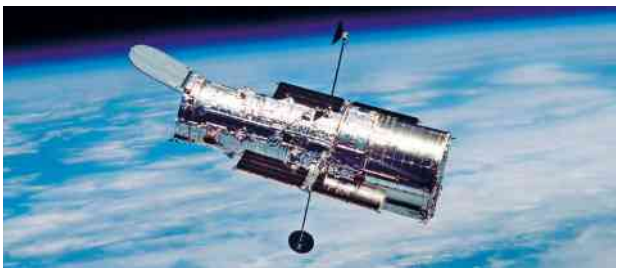
NASA/Photolake/Alamy/Other Images

Imagem do sistema Plutão-Caronte obtida em 1994 pelo telescópio Hubble.

2. AS LEIS DE KEPLER

Foi por intermédio de Kepler que a Astronomia se desvencilhou da Teologia para se ligar definitivamente à Física. Dono de uma personalidade indagadora e obstinada, esse professor de Matemática e Astronomia, conhecedor das teorias de Copérnico, herdou um grande acervo de informações e medidas. Esses ingredientes ajudaram-no a verificar que existem notórias regularidades nos movimentos planetários, e assim ele pôde formular, mesmo sem demonstrar matematicamente, três generalizações, conhecidas como **Leis de Kepler**.

Thinkstock/Getty Images



Ainda hoje, mesmo dispondo do supertelescópio Hubble, visto aqui em representação artística (com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia), e de outros artefatos de exploração espacial, não temos teorias definitivas sobre o Universo.

1ª Lei de Kepler: Lei das órbitas

Em relação a um referencial no Sol, os planetas movimentam-se descrevendo **órbitas elípticas**, ocupando o Sol um dos focos da elipse.

Observe a figura a seguir.

Luciano da S. Teixeira

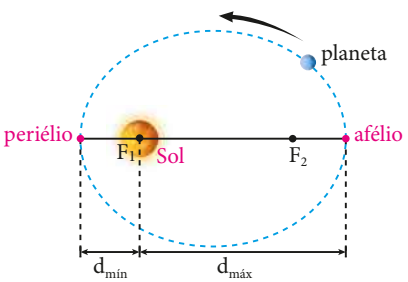


Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

O ponto da órbita mais próximo do Sol é denominado **periélio**; o mais afastado, **afélio**. Considerando $\mathbf{d}_{mín}$ e $\mathbf{d}_{máx}$ as distâncias do periélio e do afélio ao centro do Sol, respectivamente, definimos **raio médio da órbita** (**R**) do planeta como a média aritmética entre $\mathbf{d}_{mín}$ e $\mathbf{d}_{máx}$.

$$R = \frac{d_{mín} + d_{máx}}{2}$$

Entre os planetas do Sistema Solar, Mercúrio é o que descreve órbita de maior excentricidade. Os demais planetas, incluindo a Terra, realizam órbitas praticamente circulares, como pode ser observado a seguir, em que apresentamos a excentricidade da órbita de cada planeta.

Excentricidade da órbita dos planetas do Sistema Solar

Planeta	Excentricidade (e)
Mercúrio	0,2060
Vênus	0,0068
Terra	0,0167
Marte	0,0934
Júpiter	0,0485
Saturno	0,0556
Urano	0,0472
Netuno	0,0086

Fonte: HALLIDAY, David, et al. *Fundamentos de Física*: gravitação, ondas e termodinâmica. Vol. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2015.

O fato de existirem órbitas praticamente circulares não invalida, contudo, a **1ª Lei de Kepler**, já que a circunferência é um caso particular de elipse que tem os focos coincidentes.

Uma evidência de que a órbita da Terra é praticamente circular é que, quando observamos o Sol, ele nos aparenta ter o mesmo "tamanho" em qualquer época do ano. Se a órbita terrestre fosse uma elipse de grande excentricidade, visualizaríamos o Sol muito grande quando o planeta percorresse a região do periélio e muito pequeno quando o planeta percorresse a região do afélio. Além disso, na passagem da Terra pela região do periélio, sentiríamos um calor insuportável e a Terra ficaria sujeita a marés devastadoras. Na passagem de nosso planeta pela região do afélio, porém, seríamos submetidos a fenômenos opostos: sentiríamos um frio glacial e as marés seriam amenas, provocadas quase exclusivamente pela influência da Lua.

2ª Lei de Kepler: Lei das áreas

As áreas varridas pelo vetor-posição de um planeta em relação ao centro do Sol são **diretamente proporcionais** aos respectivos intervalos de tempo gastos.

Sendo **A** a área e **Δt** o correspondente intervalo de tempo, podemos escrever que: $A = v_a \Delta t$.

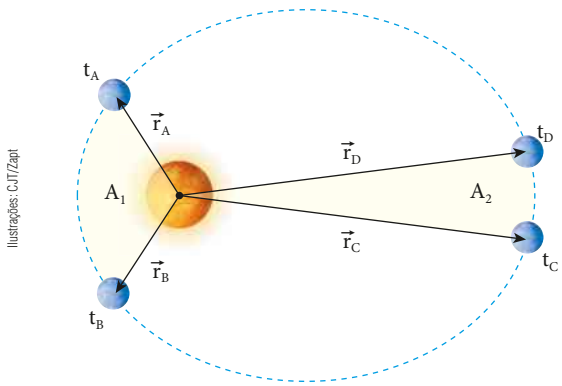
A constante de proporcionalidade v_a denomina-se **velocidade areolar** e caracteriza a rapidez com que o vetor-posição do planeta, que tem origem no centro do Sol e extremidade no centro do planeta, varre as respectivas áreas.

Também podemos enunciar a **Lei das áreas** da seguinte maneira:

> O vetor-posição de um planeta em relação ao centro do Sol varre **áreas iguais em intervalos de tempo iguais**.

Considere a figura a seguir, que ilustra um planeta em quatro instantes consecutivos de seu movimento orbital em torno do Sol. Nela, estão representados os vetores-posição $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$, $\vec{r}_C$ e $\vec{r}_D$ associados aos instantes t_A, t_B, t_C e t_D, respectivamente.

Representamos por A_1 e A_2 as áreas varridas pelo vetor-posição do planeta nos intervalos $\Delta t_1 = t_B - t_A$ e $\Delta t_2 = t_D - t_C$.



Ilustrações: CJT/Zapt

Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Conforme propõe a **2ª Lei de Kepler**, temos:

$$\text{Se } \Delta t_1 = \Delta t_2, \text{ então } A_1 = A_2$$

É importante reforçar que a velocidade areolar para um dado planeta do Sistema Solar é **constante**. Isso não significa, porém, que o movimento do planeta ao longo de sua órbita seja uniforme.

Admitamos que, na figura a seguir, as áreas A_1 e A_2 sejam varridas em intervalos de tempo iguais. Com base na **Lei das áreas**, concluímos que $A_1 = A_2$ e que, em razão da excentricidade da órbita, o espaço percorrido pelo planeta na região do periélio (deslocamento escalar) é maior que o espaço percorrido pelo planeta na região do afélio $(\Delta s_1 > \Delta s_2)$.

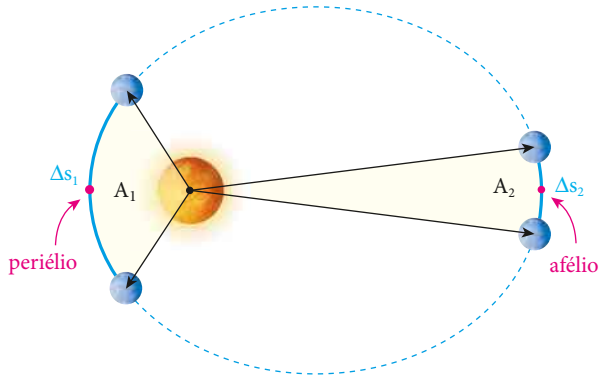


Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

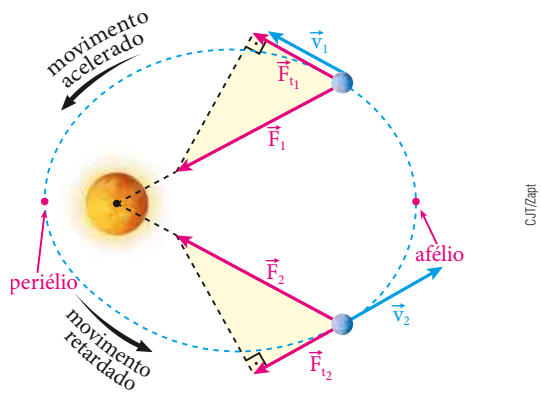
$$\text{Se } A_1 = A_2, \text{ então } \Delta s_1 > \Delta s_2$$

Ora, se na região do periélio, num intervalo de tempo de mesma duração, o planeta percorre um espaço maior que o percorrido na região do afélio, podemos dizer que sua velocidade escalar média de translação é maior na região do periélio que na do afélio.

No periélio, o planeta tem velocidade de translação com intensidade **máxima**, enquanto no afélio ele tem velocidade de translação com intensidade **mínima**. Isso nos mostra que o movimento de um planeta que descreve órbita elíptica em torno do Sol **não é uniforme**. Do afélio para o periélio o movimento é **acelerado**, e do periélio para o afélio o movimento é **retardado**.

A explicação para esse mecanismo está na **força de atração gravitacional** que o Sol exerce no planeta.

Observe na figura a seguir que, do afélio para o periélio, a força gravitacional admite uma componente tangencial no sentido da velocidade, ocorrendo o contrário do periélio para o afélio.



CJT/Zapt

Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

O movimento será **uniforme** no caso particular de planetas descrevendo órbitas circulares.

3ª Lei de Kepler: Lei dos períodos

Para qualquer planeta do Sistema Solar, é **constante** o quociente do cubo do raio médio da órbita, R^3, pelo quadrado do período de revolução (ou translação), T^2, em torno do Sol.

$$\frac{R^3}{T^2} = K_p$$

A constante K_p denomina-se **constante de Kepler** e seu valor depende apenas da massa do Sol e das unidades de medida.

Na tabela abaixo, estão relacionados os oito planetas do Sistema Solar com seus respectivos raios médios de órbita (**R**) e períodos de revolução (**T**), em valores aproximados.

Cálculo de Kp (valor aproximado)

Planeta	Raio médio da órbita (UA)	Período de revolução (dias)	$K_p = \frac{R^3}{T^2}$ ($UA^3/dias^2$)
Mercúrio	0,386	88,02	$7{,}42 \cdot 10^{-6}$
Vênus	0,720	224,63	$7{,}39 \cdot 10^{-6}$
Terra	1,000	365,25	$7{,}49 \cdot 10^{-6}$
Marte	1,520	686,67	$7{,}44 \cdot 10^{-6}$
Júpiter	5,170	4346,47	$7{,}31 \cdot 10^{-6}$
Saturno	9,530	10774,87	$7{,}45 \cdot 10^{-6}$
Urano	19,130	30681,00	$7{,}43 \cdot 10^{-6}$
Netuno	30,000	60226,25	$7{,}43 \cdot 10^{-6}$

Fonte: HALLIDAY, David, et al. *Fundamentos de Física*: gravitação, ondas e termodinâmica. Vol. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

Note que o período de revolução aumenta à medida que aumenta o raio médio da órbita descrita pelo planeta em torno do Sol. Mercúrio é o planeta mais próximo do Sol e, por isso, é o que tem o menor ano (aproximadamente 88 dias terrestres). Netuno é o planeta mais afastado do Sol e, por isso, é o que tem maior ano (aproximadamente 165 anos terrestres).

3. UNIVERSALIDADE DAS LEIS DE KEPLER

As três leis de Kepler apresentadas até aqui são **universais**, isto é, valem para o Sistema Solar a que pertencemos e também para qualquer outro sistema do Universo em que exista uma grande massa central em torno da qual gravitem massas menores. O planeta Júpiter e seus dezesseis satélites, por exemplo, constituem um sistema desse tipo. Isso ocorre também com Marte e seus satélites, Deimos e Fobos.

Em torno da Terra gravitam a Lua e centenas de satélites artificiais, além de muita sucata espacial. Nessa situação, podemos aplicar as três leis de Kepler, com a Terra fazendo o papel de "Sol" e os citados corpos o papel de "planetas".

Photo Researchers/Diomedia

Satélite colocado em órbita da Terra pelo ônibus espacial Atlantis. Dezembro de 2009.

AMPLIANDO O **OLHAR**

Universo particular

Em sua famosa canção *Wave*, dos tempos da bossa nova, Tom Jobim fala de amor "E das estrelas que esquecemos de contar..."

De poetas a astrônomos e astrofísicos, o céu fascina, inspira e desafia. Afinal, quantas estrelas compõem o Universo?

Até os tempos de Galileu – que foi um dos primeiros astrônomos a utilizar uma luneta como instrumento para contemplar o céu –, as observações celestes eram feitas a olho nu, com o auxílio de tirantes, sextantes e esferas armilares. Hoje, cálculos determinam que, em uma região sem poluição e sem concorrência de outras fontes de luz, como cidades, é possível em uma noite de céu limpo visualizar cerca de 6000 estrelas. São também perceptíveis a olho nu

Thinkstock/Getty Images

Estima-se que seja possível visualizar a olho nu quatro galáxias e algo como 6000 estrelas.

quatro galáxias, que são aglomerados de estrelas: a Via Láctea, à qual pertence o Sistema Solar, Andrômeda, nossa vizinha mais próxima, e as Nuvens (Grande e Pequena) de Magalhães.

Com o desenvolvimento dos telescópios, contudo, esse número foi extremamente alargado, supondo-se atualmente que só na Via Láctea, considerada uma galáxia de médio porte, existam entre 200 bilhões e 500 bilhões de estrelas.

Na década de 1990, o telescópio espacial Hubble foi dirigido para os confins do Universo, revelando que nele existem cerca de 1 trilhão de galáxias. Se considerarmos que cada galáxia contém, em média, 100 bilhões de estrelas, multiplicando-se esses números, chegaremos à fantástica estimativa de que há 100 sextilhões de estrelas no Universo. Isso significa grafarmos o algarismo 1 seguido de 23 zeros...

Considerando-se que o corpo humano é formado por algo em torno de 10 trilhões de células e que o número de habitantes da Terra ronda os 7 bilhões, o número total de células da humanidade seria da ordem de grandeza do número de estrelas do Universo. Há, porém, controvérsias quanto a esse número. Em publicação recente, a renomada revista científica *Nature* informou que o número de estrelas do Universo pode ser ainda maior...

Outro dado impactante, também publicado pela revista *Nature*, revela que abrigamos um verdadeiro "universo particular" de microrganismos em nosso corpo. Isso corresponde a cerca de dez vezes a quantidade de células do nosso organismo. É a primeira vez que cientistas conseguem mapear o chamado "microbioma" humano. Somos um verdadeiro "ecossistema"! Portanto, 100 trilhões seriam os micróbios que habitam cada ser humano. O estudo foi assinado por pesquisadores de oitenta instituições.

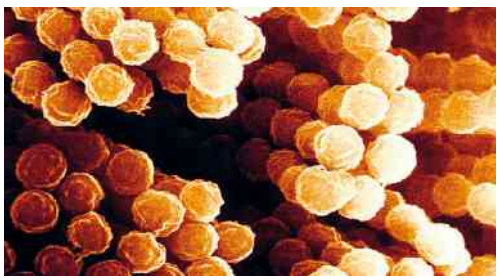
Cerca de 11 000 espécies de microrganismos foram identificadas no estudo. Ele ajudará a explicar, por exemplo, por que alguns indivíduos têm maior propensão a infecções do que outros e também permitirá o desenvolvimento de medicamentos mais eficientes e menos agressivos.

Observe a imagem de alguns microorganismos.

SPL/Diomedia

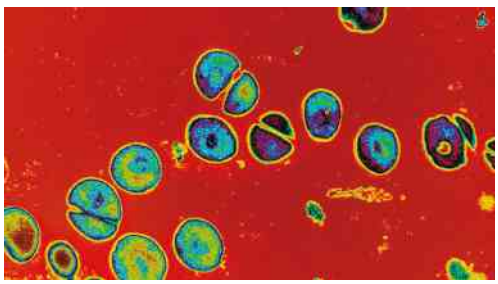
Eletromicrografia (cores artificiais) de um tipo de bactéria formadora da placa dentária, que se não for removida pode causar cárie. Ampliação: cerca de 3 500 vezes.

BSIP/Diomedia



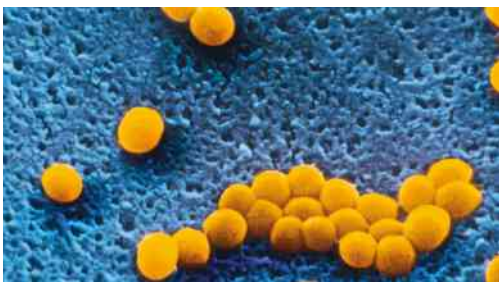
Eletromicrografia (cores artificiais) de *Aspergillus sp*: fungo que pode causar doenças alérgicas, infecções e doenças conhecidas como aspergilose. Ampliação: cerca de 3 400 vezes.

J.L. Carson, Custom Medical Stock Photo/SPL/Latinstock



Eletromicrografia (cores artificiais) de *Staphylococcus sp*: tipo de bactéria que pode causar doenças que vão desde pequenas infecções de pele a doenças como pneumonia. Ampliação: cerca de 22 000 vezes.

BSIP/Diomedia



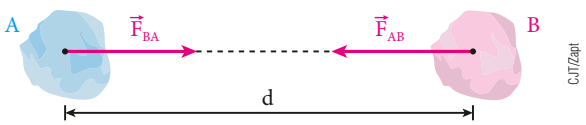
Eletromicrografia (cores artificiais) de *Staphylococcus aurcus*: tipo de bactéria que pode causar lesões na pele, intoxicação alimentar ou infecções viscerais e etc. Ampliação: cerca de 4 600 vezes.

4. LEI DE NEWTON DA ATRAÇÃO DAS MASSAS

No ano de 1665, uma epidemia de peste assolou a Inglaterra. Buscando refugiar-se, Isaac Newton interrompeu suas atividades na Universidade de Cambridge, que foi fechada na ocasião, e retornou a Woolsthorpe, localidade em que seus familiares mantinham uma pequena propriedade rural. Foi nessa ocasião, na tranquilidade do campo, que Newton viveu, aos 23 anos, uma das fases mais fecundas de sua vida como homem de ciência. Apoiado nos trabalhos de seus antecessores (Copérnico, Galileu e Kepler), enunciou uma lei de âmbito universal, que trouxe nova luz ao conhecimento da época. A **Lei de Newton da Atração das Massas** é um dos mais notáveis trabalhos de seu autor, constituindo-se em um dos instrumentos que deu sustentação matemática às teorias da mecânica clássica.

A Lei de Newton da Atração das Massas, ou **Lei da Gravitação**, teve uma repercussão tão grande a partir do século XVIII que levou o poeta inglês Alexander Pope (1688-1744) a grafar na lápide do túmulo de Newton um epitáfio de grande reconhecimento ao trabalho do cientista: "*Nature and nature's laws lay hid in the night; God said 'Let Newton be' and all was light*" (A natureza e as leis da natureza estavam imersas na noite; Deus disse "Que Newton seja" e tudo se iluminou).

Considere a figura seguinte, em que os corpos **A** e **B**, de massas $\mathbf{m}_A$ e $\mathbf{m}_B$, respectivamente, têm seus centros de gravidade separados por uma distância **d**.



Newton verificou que os dois corpos se atraem mutuamente, trocando forças de **ação** e **reação**. O corpo **A** age no corpo **B** com uma força $\vec{F}_{AB}$, enquanto **B** reage em **A** com uma força $\vec{F}_{BA}$, de mesma intensidade que $\vec{F}_{AB}$.

Disso se conclui que:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad \text{(vetorialmente)}$$

$$F_{AB} = F_{BA} \quad \text{(em módulo)}$$

As forças trocadas por **A** e **B** têm a mesma natureza daquela responsável pela manutenção da Lua em sua órbita em torno da Terra e também daquela responsável pela queda de corpos nas vizinhanças de um astro: são forças atrativas de **origem gravitacional**.

As intensidades de $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{BA}$ são diretamente proporcionais ao produto das massas $\mathbf{m}_A$ e $\mathbf{m}_B$, mas inversamente proporcionais ao quadrado da distância **d**.

Representando por **F** a intensidade de $\vec{F}_{AB}$ ou de $\vec{F}_{BA}$, podemos escrever que:

$$F = G\frac{m_A m_B}{d^2}$$

A constante **G** é denominada **Constante da Gravitação** e seu valor numérico, num mesmo sistema de unidades, **independe do meio** em que os corpos se encontram.

Foi o físico e químico inglês Henry Cavendish (1731-1810) quem, em 1798, obteve a primeira medida precisa para a Constante da Gravitação. Utilizando uma balança de torção, ele mediu a intensidade da força atrativa entre dois pares de corpos de massas conhecidas e, com base nos dados obtidos, calculou o valor de **G**.

Atualmente, o valor aceito para **G** é:

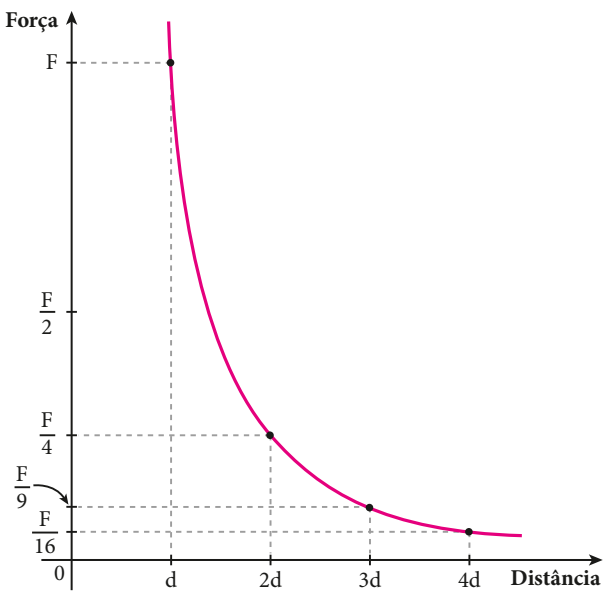
$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2/kg^2$$

Vamos agora estudar como varia a intensidade (**F**) da força de atração gravitacional entre dois corpos de massas **M** e **m** em função da distância **d** entre seus centros de gravidade.

Levando em consideração que **F** é inversamente proporcional ao quadrado de **d**, temos o quadro:

Distância	d	2d	3d	4d
Força	F	$\frac{F}{4}$	$\frac{F}{9}$	$\frac{F}{16}$

A variação de **F** em função de **d** pode ser observada no gráfico a seguir.

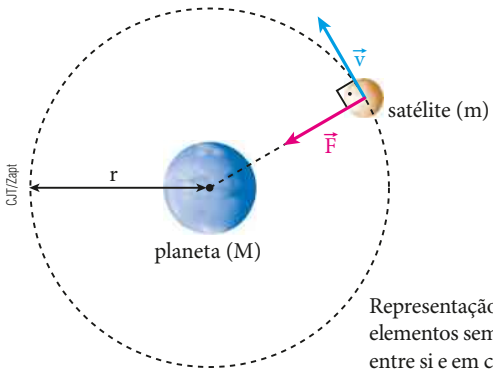


Dois corpos quaisquer sempre interagem gravitacionalmente, atraindo-se. Entretanto, pelo fato de o valor de **G** ser muito pequeno ($6{,}67 \cdot 10^{-11}$ SI), a intensidade da força atrativa só se torna apreciável se pelo menos uma das massas for consideravelmente grande. É por isso que duas pessoas se atraem gravitacionalmente, mas com forças de intensidade tão pequena que seus efeitos passam despercebidos. A força de atração gravitacional adquire intensidade considerável quando um dos corpos é, por exemplo, um planeta e, além disso, a distância envolvida é relativamente pequena.

5. SATÉLITES

Estudo do movimento de um satélite em órbita circular

Considere a figura a seguir, em que um satélite genérico de massa **m** gravita em órbita circular em torno de um planeta de massa **M**. Representemos por **r** o raio da órbita e por **G** a Constante da Gravitação.



Representação com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Como prevê, por exemplo, a **2ª Lei de Kepler**, se a órbita descrita pelo satélite é circular, seu movimento é **uniforme**. Isso também pode ser justificado pelo fato de $\vec{F}$ ser perpendicular a $\vec{v}$.

Determinação da velocidade orbital (v)

A força gravitacional que o satélite recebe do planeta é a **resultante centrípeta** em seu movimento circular e uniforme.

$$F = F_{cp}$$

Sabemos que: $F = G\dfrac{M\,m}{r^2}$ e $F_{cp} = \dfrac{m\,v^2}{r}$

Assim: $G\dfrac{M\,m}{r^2} = \dfrac{m\,v^2}{r}$

Portanto: $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}}$

Observe que **v independe** da **massa** do satélite, sendo inversamente proporcional à raiz quadrada de **r**.

Determinação do período de revolução (T)

Como o satélite realiza movimento circular e uniforme, temos:

$$v = \frac{2\pi\,r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi\,r}{v}$$

Sendo $v = \sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}$, tem-se:

$$T = \frac{2\pi\,r}{\sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^2}{\dfrac{G\,M}{r}}}$$

Logo: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{G\,M}}}$

Note que **T** também independe da massa do satélite, sendo proporcional à raiz quadrada do cubo de **r**. Se outro satélite, com massa diferente do primeiro, descrevesse a mesma órbita, esta seria percorrida com o mesmo período de revolução.

Ao formular a **Lei da Atração das Massas**, Newton pôde demonstrar matematicamente a **3ª Lei de Kepler**. Seguindo um raciocínio semelhante ao que desenvolvemos para obter a equação do período de revolução, ele confirmou que, para qualquer corpo em órbita de uma grande massa central, o quociente $\dfrac{r^3}{T^2}$ é **constante**. A constante, denominada constante de Kepler no caso do Sistema Solar, nada mais é que o quociente $\dfrac{G\,M}{4\pi^2}$ e, de fato, só depende da massa central (**M**).

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G\,M}{4\pi^2} \Rightarrow \frac{r^3}{T^2} \text{ é } \textbf{constante}$$

Isso fica claro no caso de órbitas circulares:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{G\,M}$$

Portanto: $\boxed{\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{G\,M}{4\pi^2}}$

Determinação da velocidade areolar

Quando o satélite realiza uma volta completa em sua órbita, seu vetor-posição em relação ao centro do planeta varre uma área $A = \pi\,r^2$ durante um intervalo de tempo $\Delta t = T$.

Da **2ª Lei de Kepler**, sabemos que:

$$A = v_a \Delta t \Rightarrow v_a = \frac{A}{\Delta t}$$

Sabendo que $A = \pi r^2$ e $\Delta t = T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M}}$, temos:

$$v_a = \frac{A}{\Delta t} \Rightarrow v_a = \frac{\pi\, r^2}{2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M}}}$$

Portanto: $v_a = \frac{1}{2}\sqrt{G\,M\,r}$

Da mesma forma que **v** e **T**, a velocidade areolar $\mathbf{v_a}$ independe da massa do satélite, mas depende do raio da órbita (**r**) e da massa do planeta (**M**) que, no caso, faz o papel de "Sol".

Satélites estacionários

Recebem esse nome pelo fato de se apresentarem "parados" em relação a um referencial vinculado à superfície do planeta, isto é, fixo sobre este.

Os satélites estacionários têm órbitas circulares contidas no plano equatorial. No caso de estarem em órbita em torno da Terra, seu período de revolução é de 24 horas, igual ao período de rotação do planeta, e o raio de sua órbita é de 6,7 raios terrestres, aproximadamente.

A aplicação mais importante para esses satélites está nas telecomunicações. Vivemos hoje a era da comunicação. Esse novo tempo é possibilitado pela tecnologia, que coloca à nossa disposição a telefonia, a televisão e a internet. O tráfego de dados eletrônicos é feito em grande parte "via satélite".

Mike Agliolo/Photo Researchers/Latinstock

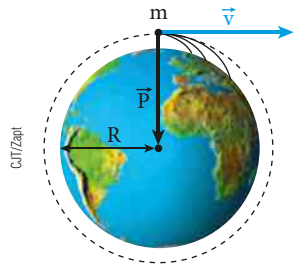
Imagem artística de satélite estacionário (transmissão e recepção de sinais de telecomunicações). Elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Ondas eletromagnéticas contendo informações são transmitidas para satélites estacionários que as devolvem para a Terra, dirigindo-as aos locais de recepção.

Lançamento horizontal com entrada em órbita

Suponha que determinado corpo seja lançado sucessivas vezes, horizontalmente, de um mesmo ponto muito próximo da superfície terrestre, com velocidade de intensidade cada vez maior. Despreze a influência do ar.

Chegará uma situação em que o corpo não mais voltará a estabelecer contato com o solo. Ele **entrará em órbita**, permanecendo indefinidamente "a cair" sob a ação da gravidade.



C.I.T./Zapt

Representação com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Considerando o corpo em órbita rasante (raio de órbita praticamente igual ao raio terrestre), calculemos a intensidade da velocidade de lançamento.

O peso do corpo faz o papel de resultante centrípeta. Temos o seguinte:

$$P = F_{cp} \Rightarrow m\,g = \frac{m\,v^2}{R}$$

Logo: $v = \sqrt{g\,R}$

Sendo $g \cong 10\ m/s^2$ a aceleração da gravidade nas proximidades da Terra e $R \cong 6{,}4 \cdot 10^6$ m o raio do planeta, obtemos o seguinte resultado:

$$v = \sqrt{10 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6}\ (m/s)$$

Portanto, $v = 8{,}0 \cdot 10^3$ m/s ou seja, $v = 8{,}0$ km/s

Em km/h, a velocidade calculada fica expressa por:

$$v = 8{,}0 \cdot 10^3 \cdot 3{,}6\ (km/h) \Rightarrow v = 28\,800\ km/h$$

Observe que essa velocidade independe da massa do corpo.

Esse mesmo raciocínio foi apresentado originalmente por Isaac Newton, que, mesmo diante da precariedade tecnológica da época, já teorizava sobre como colocar um satélite artificial em órbita ao redor da Terra.

AMPLIANDO O **OLHAR**

A Estação Espacial Internacional (EEI)

O fim da Guerra Fria provocou sensíveis distensões nas relações entre Estados Unidos e Rússia, os quais passaram a adotar políticas de cooperação mútua e parcerias tecnológicas. O sonho estadunidense de construir uma base espacial maior e mais moderna que a soviética Mir, colocada em órbita em 1986 e notabilizada por abrigar astronautas por longos períodos de tempo, de um ano ou mais, ganhou contornos concretos, já que o ideal envolveu e agregou também outros povos.

Associaram-se às duas nações outros catorze países – o Canadá, o Japão, o Brasil (único país emergente a integrar o consórcio) e onze países da Europa –, cada qual com direito de utilização proporcional aos investimentos financeiros aplicados e às contribuições tecnológicas propostas. O grupo elaborou, então, um ambicioso projeto, orçado em cerca de 100 bilhões de dólares, prevendo a construção de uma gigantesca base a ser montada em etapas, denominada Estação Espacial Internacional (EEI). Em novembro de 1998 foram lançados os primeiros módulos, iniciando-se assim uma sucessão de acoplagens e conexões em pleno espaço. A conclusão final ocorreu oficialmente em 8 de junho de 2011, com a missão STS-135, mas ainda há detalhes a implementar.

Depois de pronta, a EEI tem 450 toneladas e abrange uma área equivalente a quase dois campos de futebol, com 110 m de comprimento por 80 m de largura. Ela pode ser vista da Terra, até mesmo durante o dia, constituindo-se no corpo mais brilhante no céu depois do Sol e da Lua. Sua órbita, que tem altura média de 407 km em relação à superfície terrestre, é completada a cada 1 h 30 min a uma velocidade próxima de 28 000 km/h, o que possibilita à EEI percorrer a distância entre o Rio de Janeiro e Paris em apenas 20 min.

Em plena operação, a EEI serve de ponto de partida para outras missões de exploração do cosmo. Em razão de sua inclinação de 51,6 graus em relação ao Equador, é um posto privilegiado de observação da Terra, já que praticamente a totalidade do planeta (85% de sua área superficial) pode ser visualizada e monitorada. Fenômenos meteorológicos são mais bem avaliados. Cientistas dos países signatários do ousado empreendimento poderão realizar experimentos em ambiente de microgravidade, verificando o comportamento de substâncias e organismos vivos – até do próprio ser humano – submetidos a essas condições, o que vai permitir o desenvolvimento de novos materiais, procedimentos técnicos, terapias e medicamentos. Além disso, tecnologias mais avançadas para diversas áreas, como robótica, computação e telecomunicações, serão criadas.

Thinkstock/Getty Images

Imagem artística da EEI gerada por computador. A estação é um superlaboratório, que comporta até sete astronautas de cada vez.

QUESTÕES COMENTADAS

1 Considere um planeta hipotético gravitando em órbita circular em torno do Sol. Admita que o raio da órbita desse planeta seja o quádruplo do raio da órbita da Terra. Nessas condições, qual é o período de translação, expresso em anos terrestres, do citado planeta?

RESOLUÇÃO

Sejam: $\mathbf{r}_T$ o raio da órbita da Terra ($r_T = R$); $\mathbf{r}_H$: o raio da órbita do planeta hipotético ($r_H = 4R$); $\mathbf{T}_T$ o período de translação da Terra (ano da Terra); $\mathbf{T}_H$ o período de translação do planeta hipotético (ano do planeta).

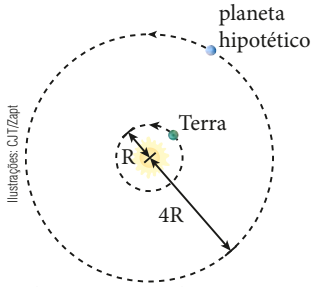


Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

De acordo com a **3ª Lei de Kepler**, temos:

$$\frac{r^3}{T^2} = K_p$$

Aplicando essa lei para os dois planetas:

- Planeta hipotético:

$$\frac{(r_H)^3}{(T_H)^2} = K_p \qquad (I)$$

- Terra: $\dfrac{(r_T)^3}{(T_T)^2} = K_p \qquad (II)$

Comparando as igualdades (**I**) e (**II**), obtemos o seguinte:

$$\frac{(r_H)^3}{(T_H)^2} = \frac{(r_T)^3}{(T_T)^2} \Rightarrow (T_H)^2 = \left(\frac{r_H}{r_T}\right)^3 (T_T)^2$$

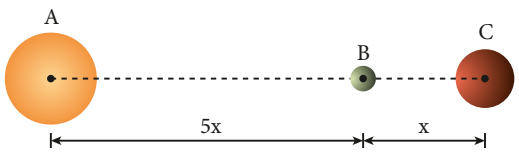
Como estabelecemos que $r_H = 4R$ e $r_T = R$, temos:

$$(T_H)^2 = \left(\frac{4R}{R}\right)^3 (T_T)^2 \Rightarrow (T_H)^2 = 64(T_T)^2$$

Portanto: $T_H = 8T_T$

Resposta: O período do planeta hipotético é oito vezes o ano terrestre.

2 Considere uma estrela **A** e dois planetas **B** e **C** alinhados em determinado instante, conforme indica a figura.

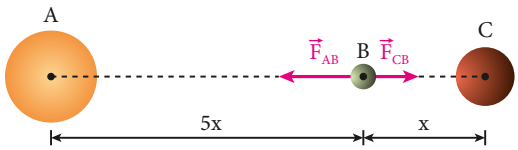


A massa de **A** vale 200M e as massas de **B** e **C**, **M** e 2M, respectivamente.

Sendo dadas a distância **x** e a Constante da Gravitação (**G**), determine, no instante da figura, a expressão que representa a intensidade da força resultante das ações gravitacionais de **A** e **C** sobre **B**.

RESOLUÇÃO

O planeta **B** é atraído gravitacionalmente pela estrela **A** e pelo planeta **C**, recebendo, respectivamente, as forças $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{CB}$, representadas no esquema a seguir.



As intensidades de $\vec{F}_{AB}$ e de $\vec{F}_{CB}$ ficam determinadas pela **Lei de Newton da Atração das Massas**.

$$F_{AB} = G\frac{200M \cdot M}{(5x)^2} \Rightarrow F_{AB} = 8G\frac{M^2}{x^2}$$

$$F_{CB} = G\frac{2M \cdot M}{x^2} \Rightarrow F_{CB} = 2G\frac{M^2}{x^2}$$

A intensidade (**F**) da força resultante das ações gravitacionais de **A** e **C** sobre **B** é calculada por:

$$F = F_{AB} - F_{CB} \Rightarrow F = 8G\frac{M^2}{x^2} - 2G\frac{M^2}{x^2}$$

Portanto: $F = 6G\dfrac{M^2}{x^2}$

A força resultante calculada é dirigida para a estrela **A**.

Resposta: $6G\dfrac{M^2}{x^2}$

3 Um satélite estacionário de massa $m = 3{,}5 \cdot 10^2$ kg está descrevendo uma órbita circular de centro coincidente com o centro da Terra, admitida esférica, com raio $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m. Considerando a massa do planeta ($M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg), a Constante da Gravitação ($G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg²) e $\pi = 3{,}14$, determine:

a) a altura em relação ao solo terrestre, em km, na qual se encontra o satélite;

b) a intensidade de sua velocidade de translação ao longo da órbita, em km/s.

RESOLUÇÃO

a) A força de atração gravitacional exercida pela Terra sobre o satélite desempenha a função de **resultante centrípeta** no movimento circular e uniforme descrito por ele.

$$F = F_{cp} \Rightarrow G\frac{Mm}{d^2} = m\omega^2 d$$

Sendo $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, temos:

$$\frac{GM}{d^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 d \Rightarrow GM = \frac{4\pi^2}{T^2}d^3$$

Logo: $d = \sqrt[3]{\dfrac{GMT^2}{4\pi^2}}$

Sabendo que $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2/kg^2$, $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}\ kg$, $T = 24\ h = 86\,400\ s$ e considerando $\pi = 3{,}14$, calculemos **d**, o raio da órbita do satélite:

$$d = \sqrt[3]{\frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24} \cdot (8{,}64 \cdot 10^4)^2}{4 \cdot (3{,}14)^2}}\ (m)$$

Logo: $d \cong 42{,}3 \cdot 10^6\ m$

A altura **h** do satélite em relação ao solo terrestre fica, então, determinada por:

$h = d - R \Rightarrow h \cong 42{,}3 \cdot 10^6 - 6{,}4 \cdot 10^6$

Portanto: $h \cong 36 \cdot 10^3\ km$

b) Chamando de **v** a intensidade da velocidade de translação do satélite ao longo da órbita, temos:

$$v = \frac{2\pi d}{T}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot 42{,}3 \cdot 10^3}{86\,400}\ (km/s)$$

Logo: $v \cong 3{,}1\ km/s$

Tanto **h** como **v** independem da massa **m** do satélite.

Respostas: a) Aproximadamente $36 \cdot 10^3$ km;
b) Aproximadamente 3,1 km/s.

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

4. Indique a alternativa que completa corretamente a sentença a seguir.

"**A 2ª Lei de Kepler** (Lei das áreas) permite concluir que..."

a) as áreas varridas pelo vetor-posição de um planeta em relação ao centro do Sol são diretamente proporcionais aos quadrados dos respectivos intervalos de tempo gastos;
b) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no periélio;
c) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no afélio;
d) o intervalo de tempo gasto pelo planeta em sua translação do afélio para o periélio é maior que o intervalo de tempo gasto por ele na translação do periélio para o afélio;
e) o movimento de translação de um planeta em torno do Sol é uniforme, já que sua velocidade areolar é constante.

5. Admita que o período de revolução da Lua em torno da Terra seja de 27 dias e que o raio da sua órbita valha 60R, sendo **R** o raio da Terra. Considere um satélite geoestacionário, desses utilizados em telecomunicações. Em relação ao referido satélite, responda:

a) Qual é o período de revolução?
b) Qual é o raio de órbita?

6. Leia o texto e observe a imagem a seguir.

Zero G

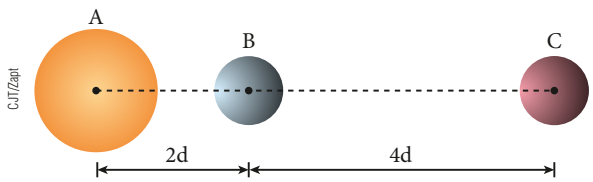
Nos Estados Unidos, é possível simular, dentro de um avião, a sensação de imponderabilidade – ausência aparente de peso – como aquela vivenciada por astronautas da ISS em movimento orbital em torno da Terra. Para isso, foi adaptada uma aeronave que realiza uma subida vertiginosa e, ao atingir determinada altura, é projetada em uma trajetória praticamente parabólica, semelhante à de um pequeno objeto lançado obliquamente sob a ação exclusiva da gravidade. Durante a descida, que dura alguns poucos segundos, privilegiados (ou ousados) passageiros flutuam dentro do avião como se, subitamente, o campo gravitacional tivesse sido "desligado".

Novespace/Air Zero

Pessoas flutando em interior de aeronave.
Experiência de gravidade zero. Março de 2013.

Explique essa "levitação" dos passageiros no interior da aeronave.

7. Em determinado instante, três corpos celestes, **A**, **B** e **C**, têm seus centros de massa alinhados e distanciados, conforme mostra o esquema abaixo:



C.JT/Zapt

Sabendo que as massas de **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, 5M, 2M e **M**, determine a relação entre a intensidade das forças gravitacionais que **B** recebe de **A** e de **C**.

8. Leia o texto a seguir.

"**Nasa quer construir base próxima à Lua**

Embora a construção da ISS (Estação Espacial Internacional) ainda esteja longe de acabar, a Nasa está fazendo de tudo para deixar claro que seu programa tripulado não para por aí. Durante o Congresso Espacial

Mundial, em Houston, EUA, a agência espacial americana apresentou o próximo item em sua lista de prioridades astronáuticas – uma nova base no espaço. [...]
A base, apelidada de L1 *Gateway*, ficaria mais de 800 vezes mais distante da Terra que a ISS. Sua localização seria no primeiro dos cinco pontos de Lagrange do sistema Terra-Lua (daí o 'L1' do nome). O ponto de Lagrange, nesse caso, é um local do espaço em que a gravidade da Terra e da Lua se compensam, fazendo com que um objeto ali localizado fique mais ou menos no mesmo lugar (com relação à Terra e à Lua) o tempo todo. [...]"

NOGUEIRA, Salvador. *Folha de S.Paulo*, 15 out. 2002.

Considere que a massa da Terra seja cerca de 81 vezes a massa da Lua. Sendo **D** a distância entre os centros de massa desses dois corpos celestes, a distância **d** entre o local designado para a base L1 *Gateway* e o centro da Terra deve corresponder a que porcentagem de **D**?

9. Pretende-se colocar um satélite em órbita circular em torno da Terra, a 270 km acima da superfície terrestre. Conhecendo a Constante da Gravitação ($G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2/kg^2$), a massa da Terra ($M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg) e o raio do planeta ($R = 6{,}4 \cdot 10^{6}$ m), determine:

a) a intensidade da velocidade linear do satélite ao longo da órbita;

b) o período de revolução do satélite. (Adote $\pi = 3{,}14$.)

10. Considere o raio médio da órbita de Plutão (planeta anão) cem vezes o raio médio da órbita de Mercúrio e 40 vezes o raio médio da órbita da Terra. Sabendo que a duração aproximada do ano de Mercúrio é de três meses terrestres e que a velocidade orbital da Terra tem intensidade igual a 30 km/s, determine:

a) a duração do ano de Plutão expressa em anos terrestres;

b) a intensidade da velocidade orbital de Plutão.

6. ESTUDO DO CAMPO GRAVITACIONAL DE UM ASTRO

Linhas de força do campo gravitacional

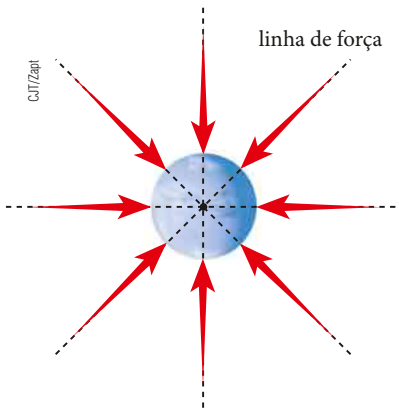
De acordo com os preceitos da Física Clássica, toda massa tem capacidade de criar em torno de si um campo de forças, denominado **campo gravitacional**. Uma estrela, por exemplo, tem ao seu redor um campo gravitacional, o mesmo ocorrendo com um simples asteroide.

A intensidade do campo gravitacional em determinado ponto aumenta com a massa geradora do campo e diminui com a distância até essa massa, como verificaremos adiante em nosso estudo.

O campo gravitacional é **atrativo**, já que partículas submetidas exclusivamente aos seus efeitos são "puxadas" para junto da massa geradora.

Linhas de força de um campo gravitacional são linhas que representam, em cada ponto, a orientação da força que atua em uma partícula (massas de prova) submetida exclusivamente aos efeitos desse campo.

Se o astro considerado for esférico e homogêneo, as linhas de força do seu campo gravitacional terão a direção do raio da esfera em cada ponto (linhas radiais), sendo orientadas para o centro do astro, como representa a figura a seguir.



Nesta ilustração, a redução na espessura das linhas de força representa a diminuição da intensidade do campo gravitacional com o aumento da distância à massa geradora.

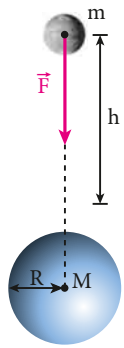
A grandeza física que caracteriza um campo gravitacional é o **vetor campo gravitacional** ou **vetor aceleração da gravidade** ($\vec{g}$), que é a aceleração adquirida por uma partícula deixada exclusivamente aos efeitos do campo.

A aceleração da gravidade tem a mesma direção e o mesmo sentido das linhas de força, isto é, é radial ao astro e dirigida para o seu centro.

Cálculo da intensidade da aceleração da gravidade em um ponto externo ao astro

Vamos admitir um astro esférico e homogêneo de raio **R** e massa **M**. Nesse caso, podemos considerar toda a sua massa concentrada em seu centro geométrico.

Um pequeno corpo de massa **m**, situado a uma altura **h** em relação à sua superfície, receberá uma força de atração gravitacional $\vec{F}$, conforme representa a figura ao lado.



Sendo **G** a Constante da Gravitação, podemos expressar a intensidade de $\vec{F}$ pela **Lei de Newton da Atração das Massas**:

$$F = G\frac{M\,m}{d^2} \Rightarrow F = G\frac{M\,m}{(R+h)^2} \qquad (I)$$

Representando, porém, por **g** a intensidade da aceleração da gravidade no ponto em que o corpo se encontra, também podemos expressar a intensidade de $\vec{F}$ por:

$$F = m\,g \qquad (II)$$

Comparando (**I**) e (**II**), temos:

$$m\,g = G\frac{M\,m}{(R+h)^2} \Rightarrow g = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

Esse resultado evidencia que **g independe da massa de prova** (**m**), dependendo apenas da massa geradora do campo (**M**) e da distância d = R + h.

Como exemplo, observe, no quadro a seguir, a variação da intensidade da aceleração da gravidade na Terra em função da altitude.

Altitude (m)	**g** (m/s²)	**Altitude** (m)	**g** (m/s²)
0	9,806	32 000	9,71
1 000	9,803	100 000	9,60
4 000	9,794	500 000	8,53
8 000	9,782	1 000 000	7,41
16 000	9,757	380 000 000	0,00271

Observe que o valor de **g** a 380 000 000 m de altitude, 0,00271 m/s², corresponde à intensidade do campo gravitacional terrestre nas proximidades da órbita da Lua.

Cálculo da intensidade da aceleração da gravidade na superfície do astro

Considere a expressão:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

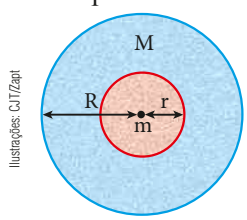
Desprezando os efeitos ligados à rotação e observando que sobre a crosta do astro, h = 0, a intensidade da aceleração da gravidade na superfície (g_0) é dada por:

$$g_0 = G\frac{M}{R^2}$$

Na superfície do Sol, g_0 vale 274,568 m/s², e na superfície da Lua, 1,667 m/s².

Cálculo da intensidade da aceleração da gravidade em um ponto interno ao astro

A intensidade da aceleração da gravidade em um ponto interno ao astro (de raio **R**), distante **r** de seu centro, tal que r < R, é calculada admitindo-se que esse ponto pertença a uma superfície esférica de raio **r**. Essa superfície envolve uma massa **m**, evidentemente, menor que a massa **M** do astro.



Ilustrações: CJT/Zapt

Sobre a superfície de raio **r**, temos:

$$g = G\frac{m}{r^2} \qquad (I)$$

Suponha que o astro tenha massa específica (massa por unidade de volume) uniforme e igual a **μ**. Sendo **V** o volume da esfera de raio **r**, temos: $\mu = \frac{m}{V}$;

em que: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Logo: $\mu = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow m = \frac{4}{3}\pi\mu\,r^3$ (II)

Substituindo (**II**) em (**I**), obtemos:

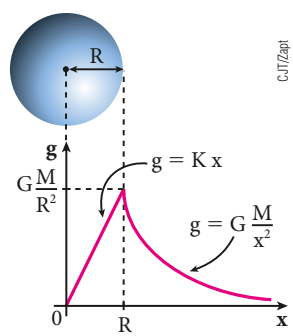
$$g = \frac{G}{r^2}\cdot\frac{4}{3}\pi\mu r^3 \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi\mu\,G\,r$$

Fazendo $\frac{4}{3}\pi\mu\,G = K$, em que **K** é uma constante para o astro em questão, chega-se a: $g = K\,r$

Concluímos então que, para pontos internos ao astro, o valor de **g** é **diretamente proporcional** à distância do ponto considerado ao centro do astro.

Gráfico de g em função de x

A intensidade da aceleração da gravidade varia em função da distância **x** ao centro do astro, conforme mostra o gráfico ao lado.



CJT/Zapt

EM BUSCA DE **EXPLICAÇÕES**

Por que estrelas e planetas são praticamente esféricos?

Imagine uma situação na qual você utilize um pouco de massa de modelar, que geralmente é embalada em forma de bastões cilíndricos, para fazer uma bola maciça. Como você deverá proceder para deixar o aglomerado de massa com formato que pareça o máximo possível com uma esfera?

Certamente, você irá comprimir o material em todas as direções, sempre exercendo esforços radiais no sentido do centro do objeto em forma de esfera que pretende compor. Serão essas forças de pressão que tornarão a pelota "redondinha", com formato razoavelmente esférico.

Com estrelas e planetas, ocorre efeito semelhante. A diferença é que as forças que tornam esses corpos praticamente esféricos têm origem gravitacional. Os astros de grande porte – estrelas, planetas, satélites etc. – são muito massivos e criam ao seu redor campos gravitacionais intensos, capazes de reter qualquer incremento de massa. A massa incorporada é puxada em direção ao centro gravitacional, o que dá a esses astros sua forma esférica peculiar, de menor energia.

CHEN HAIYING/XINHUA/AFP

Eclipse total do Sol. Longyearbyen, Noruega. Março de 2015.

Observe na imagem ao lado um eclipse total ou anular do Sol, situação em que a Lua se coloca entre o Sol e a Terra, obstruindo a visualização plena da estrela. O halo luminoso em torno do círculo negro é a coroa solar que se estende muito além da superfície do Sol. A forma esférica manifestada pela Lua é fruto da ação de forças gravitacionais do próprio astro que atraem toda a sua massa radialmente no sentido de compactá-la no centro de gravidade.

Corpos celestes menores, como cometas e asteroides, não apresentam formato esférico por não terem massa suficiente para produzir campos gravitacionais expressivos. Suas formas dependem do material rochoso que os constitui, da temperatura em que foram formados, além de outros fatores.

O asteroide Ida, por exemplo, é um dos maiores do Sistema Solar. Sua forma não esférica se deve principalmente à sua pequena massa, se comparada à dos grandes corpos celestes. O campo gravitacional desse asteroide é insuficiente para moldar um formato esférico.

NASA

Asteroide Ida e sua "lua" em miniatura observados pela sonda Galileu.

AMPLIANDO O **OLHAR**

Buracos negros

O termo **Universo** é a chave que remete nossa imaginação a uma imensidão sem fim, em que pontos e regiões brilhantes se sobressaem, contrastando com um fundo negro ilimitado que alguns chamam de infinito. Os pontos brilhantes que adornam o céu escuro são, na maioria, estrelas, que apresentam um ciclo natural semelhante ao dos seres vivos, de nascimento, vida e morte.

Nuvens de gases e poeira cósmica, constituídas principalmente por hidrogênio, começam a se aglomerar movidas por forças de atração gravitacional. É nesse momento que tem início o surgimento de uma nova estrela, cujo núcleo vai adquirindo temperaturas muito elevadas, da ordem de milhões de graus Celsius. Essa elevação da temperatura desencadeia o processo de fusão nuclear que transforma o hidrogênio em hélio. Dessa forma, quantidades fantásticas de energia radiante são lançadas no espaço, propagando-se com a velocidade da luz ($c = 300\,000$ km/s).

A cada minuto, a Terra recebe do Sol, a estrela mais próxima, uma quantidade de energia equivalente, em média, a 1,92 caloria por centímetro quadrado de área perpendicular aos raios solares. Só para ter uma ideia da energia liberada pelo Sol, seriam necessárias todas as reservas de petróleo, gás natural e carvão da Terra para fornecer um milionésimo do que o Sol produz em 1 segundo.

Essa energia radiante, entretanto, é emanada pelas estrelas durante um intervalo de tempo limitado. Quando o combustível nuclear – o hidrogênio – se esgota, elas passam a se compactar, desabando sobre si mesmas, pela ação de forças de origem gravitacional, e concentrando suas enormes massas em volumes extremamente pequenos, se comparados aos volumes originais.

Dependendo de sua massa, uma estrela poderá transformar-se em um **buraco negro** – um corpo hipercompactado, que tem sua gigantesca quantidade de matéria aglomerada em um volume muito reduzido.

O Sol tem uma massa muito pequena para se transformar em um buraco negro. Sua agonia como estrela, prevista para daqui a 5 bilhões de anos, deverá conduzi-lo à condição de anã branca, que é outro tipo de cadáver estelar. Os buracos negros mais comuns têm massa equivalente à de dez sóis.

Recordemos que a intensidade da aceleração da gravidade na superfície de um astro (**g**), desprezada sua rotação, é dada em função de sua massa (**M**) e de seu raio (**R**) por $g = G\frac{M}{R^2}$, em que **G** é a Constante da Gravitação.

Como no caso dos buracos negros **M** é muito grande e **R** é muito pequeno, **g** resulta muito grande, o que produz em torno desses corpos campos gravitacionais extremamente intensos, que influem significativamente em todas as massas das proximidades, até mesmo na luz, que é sensivelmente desviada por sua atração.

Quando lançamos uma pedra verticalmente para cima, a partir da superfície de um astro, ela atinge determinada altura máxima e, depois de certo intervalo de tempo, retorna praticamente ao ponto de partida. Se repetirmos o lançamento imprimindo à pedra uma velocidade inicial maior, ela se elevará a uma altura maior, mas ainda voltará ao solo, atraída gravitacionalmente pelo astro. Se lançarmos a pedra sucessivamente com velocidades cada vez maiores, chegaremos a situações em que ela "escapará da gravidade do astro", não mais retornando à sua superfície.

A velocidade de escape na Lua, por exemplo, é de 2,4 km/s; na Terra, de 11,2 km/s, e no Sol, de 620 km/s. Nos buracos negros, a velocidade de escape supera a barreira dos 300 000 km/s; por isso, nem mesmo a luz consegue escapar da sua atração. É por esse motivo que esses corpos celestes são invisíveis, tendo sua presença registrada apenas pela expressiva influência gravitacional manifestada nos arredores.

Se o Sol tivesse volume igual ao da Terra, a velocidade de escape desse astro fictício seria de 6 500 km/s. Para que a Terra se transformasse em um buraco negro, sua massa deveria ser compactada até volumes menores que o de uma bola de gude.

Apesar de serem um tema muito discutido nos dias de hoje, os buracos negros já vêm sendo estudados desde o século XVIII: o astrônomo inglês John **Michell** (1724-1793) analisou a possibilidade da existência desses corpos, o mesmo ocorrendo com o matemático francês Pierre Simon de **Laplace** (1749-1827).

Atualmente, todas as teorias astronômicas utilizam essa concepção, dotando o Universo desses polos invisíveis, verdadeiros sorvedouros de matéria, que desafiam a imaginação e levam o ser humano a se questionar em busca de explicações. As galáxias são repletas de buracos negros.

NASA/CXC/SAO/JPL-Caltech

Galáxia Messier 101: É espiral como a Via Lactea, mas cerca de 70% maior. Esta imagem, que combina dados ópticos de telescópios com informações de arquivos de missões da NASA, é resultado da colaboração entre astrônomos.

QUESTÕES COMENTADAS

11 Sabe-se que a massa da Terra é cerca de 81 vezes a massa da Lua e que o raio da Terra é aproximadamente 3,7 vezes o da Lua. Desprezando os efeitos ligados à rotação, calcule o módulo da aceleração da gravidade na superfície da Lua ($\mathbf{g}_L$) em função do módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terra ($\mathbf{g}_T$).

RESOLUÇÃO

Podemos calcular $\mathbf{g}_L$ por: $g_L = G\dfrac{M_L}{(R_L)^2}$ (I)

Podemos calcular $\mathbf{g}_T$ por: $g_T = G\dfrac{M_T}{(R_T)^2}$ (II)

Dividindo membro a membro (**I**) por (**II**), obtemos:

$$\frac{g_L}{g_T} = \frac{G\dfrac{M_L}{R_L^2}}{G\dfrac{M_T}{R_T^2}} \Rightarrow \frac{g_L}{g_T} = \frac{M_L}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_L}\right)^2$$

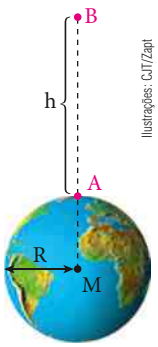
Sendo $M_T = 81M_L$ e $R_T = 3{,}7R_L$, obtemos:

$$\frac{g_L}{g_T} = \frac{1}{81}(3{,}7)^2 \Rightarrow g_L \cong \frac{1}{6}g_T$$

Na superfície lunar, o módulo da aceleração da gravidade é aproximadamente um sexto daquele determinado na superfície terrestre.

Resposta: Aproximadamente $\frac{1}{6}g_T$

12 Admita que, na superfície terrestre, desprezados os efeitos ligados à rotação do planeta, a aceleração da gravidade tenha intensidade $\mathbf{g}_0$.
Sendo **R** o raio da Terra, a que altitude a aceleração da gravidade terá intensidade $\frac{g_0}{16}$?



Ilustrações: CJT/Zapt

Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

RESOLUÇÃO

No ponto **A**: $g_0 = G\dfrac{M}{R^2}$ (I)

No ponto **B**: $\dfrac{g_0}{16} = G\dfrac{M}{(R+h)^2}$ (II)

Substituindo (**I**) em (**II**) temos o seguinte:

$$\frac{1}{16}G\frac{M}{R^2} = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

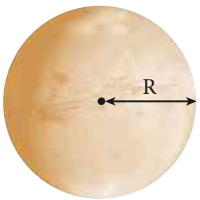
$$\left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = 16 \Rightarrow R + h = 4R \Rightarrow h = 3R$$

Resposta: 3R

13 Um planeta perfeitamente esférico **A** tem raio $\mathbf{R}_A$ e densidade absoluta $\boldsymbol{\mu}_A$, enquanto outro planeta **B**, também perfeitamente esférico, tem raio $5R_A$ e densidade absoluta $2\mu_A$. Sendo $\mathbf{g}_A$ o módulo da aceleração da gravidade na superfície de **A** e $\mathbf{g}_B$ o módulo da aceleração da gravidade na superfície de **B**, calcule a relação g_B/g_A. Despreze os efeitos ligados às rotações de **A** e **B**.

RESOLUÇÃO

Considere um planeta esférico genérico de massa **M**, raio **R**, volume **V** e densidade absoluta $\boldsymbol{\mu}$.



A densidade absoluta do planeta é dada por:

$$\mu = \frac{M}{V}$$

Sendo $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (volume da esfera), temos:

$$\mu = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow M = \frac{4}{3}\pi\,\mu\,R^3 \qquad \text{(I)}$$

O módulo da aceleração da gravidade na superfície do planeta é calculado por:

$$g = G\frac{M}{R^2} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (**I**) em (**II**), obtemos:

$$g = G\frac{\frac{4}{3}\pi\mu R^3}{R^2} \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi G\mu R$$

Para o planeta **B**, temos:

$$g_B = \frac{4}{3}\pi G\,2\mu_A\,5R_A \qquad \text{(III)}$$

Para o planeta **A**, temos:

$$g_A = \frac{4}{3}\pi G\,\mu_A\,R_A \qquad \text{(IV)}$$

Dividindo (**III**) por (**IV**), obtemos:

$$\frac{g_B}{g_A} = \frac{\frac{4}{3}\pi G\,2\mu_A\,5R_A}{\frac{4}{3}\pi G\mu_A\,R_A}$$

$$\frac{g_B}{g_A} = 10$$

Resposta: $\dfrac{g_B}{g_A} = 10$

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

14. Em ordem crescente de distância ao Sol, Marte é o quarto planeta do Sistema Solar. Esse astro se notabiliza pelo codinome – o Planeta Vermelho –, justificado pelo tom ocre que manifesta quando observado da Terra. Isso se deve, principalmente, à abundância de óxido de ferro em sua superfície e às severas tempestades de areia, provocadas por fortes ventos que podem chegar a 300 km/h. Dessa forma, a fina atmosfera marciana, constituída, sobretudo, por dióxido de carbono, nitrogênio e argônio, fica impregnada de partículas sólidas em suspensão, o que corrobora com essa característica avermelhada.

Sabendo que a massa da Terra é cerca de dez vezes a de Marte e o raio terrestre corresponde aproximadamente ao dobro do marciano, e considerando ainda que a intensidade da aceleração da gravidade na superfície da Terra seja de 10,0 m/s^2, responda às questões a seguir. (Desconsidere o movimento de rotação dos planetas.)

Thinkstock/Getty Images

Marte, o Planeta Vermelho.

a) Qual é a intensidade da aceleração da gravidade na superfície de Marte?

b) Se na Terra um pequeno objeto lançado verticalmente para cima atinge uma altura máxima de 2,0 m, que altura máxima atingiria o mesmo objeto se fosse lançado verticalmente para cima em Marte, em idênticas condições? Despreze o efeito atmosférico sobre os movimentos.

15. Admita que, na superfície terrestre, desprezados os efeitos ligados à rotação do planeta, a aceleração da gravidade tenha intensidade 10 m/s^2. Sendo o raio da Terra aproximadamente igual a 6400 km, a que altitude a aceleração da gravidade terá intensidade 0,40 m/s^2?

16. Dois planetas esféricos, $\mathbf{P}_1$ e $\mathbf{P}_2$, têm raios respectivamente iguais a **R** e 5R. Desprezados os efeitos ligados às rotações, verifica-se que a intensidade da aceleração da gravidade na superfície de $\mathbf{P}_1$ é $\mathbf{g}_0$ e na superfície de $\mathbf{P}_2$ é $10g_0$. Qual é a relação entre as densidades absolutas de $\mathbf{P}_1$ e $\mathbf{P}_2$?

17. Um asteroide adentra o campo gravitacional terrestre e, sob sua ação exclusiva, passa a se mover de encontro à Terra, em cuja superfície a aceleração da gravidade tem módulo igual a 10 m/s^2. Calcule o módulo da aceleração do asteroide quando ele estiver a uma altitude de nove raios terrestres.

DESCUBRA MAIS

1. O experimento realizado por Henry Cavendish em 1798 utilizando uma balança de torção para determinar da Constante da Gravitação (G) presente na **Lei de Newton da Atração das Massas** $\left(F = G\frac{M\,m}{d^2}, \text{ com } G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2/kg^2\right)$ é considerado um dos dez mais importantes da Física. Pesquise sobre esse experimento.

2. Há vários satélites estacionários, de diversas nacionalidades, até mesmo brasileira, em órbita ao redor da Terra servindo às telecomunicações. Todos eles percorrem uma mesma órbita, aproximadamente circular, em um mesmo sentido. Como se justifica o fato de não ocorrerem colisões entre esses satélites?

3. Na Terra, além do campo gravitacional terrestre, somos influenciados também por campos gravitacionais de outros astros, como o do Sol e o da Lua. A participação mais ou menos intensa desses campos na formação de um campo gravitacional resultante é determinante para a ocorrência de muitos fenômenos na Terra, como as marés. Dê uma explicação mais substanciada para esse fenômeno.

4. Uma possibilidade que aterroriza a todos é a de que um asteroide colida com a Terra, o que provocaria um cataclismo de proporções inimagináveis. Pesquise sobre esse assunto para saber o que tem sido feito pela comunidade científica para impedir esse tipo de ocorrência.

INTERSABERES

Teorias que se sucedem

Será que as teorias sobre Física preconizadas até o momento são definitivas? Mesmo os grandes princípios, linhas mestras dessa fascinante ciência, seriam imunes a retoques? A resposta a essas perguntas é: não. A Física pode ser comparada com um grande edifício em permanente construção e reformas. É algo que se reinventa. Novas concepções substituem a cada dia explicações antigas que se tornam obsoletas à medida que a tecnologia evolui. A mente indagadora, própria de pesquisadores e cientistas, aliada a laboratórios e equipamentos cada vez mais sofisticados, traz à luz detalhes que norteiam novos conhecimentos e caminhos.

Newton formulou sua teoria da gravidade imaginando interações instantâneas entre astros, que deveriam trocar forças do tipo ação e reação quando em presença uns dos outros. Essas forças seriam responsáveis por suas trajetórias no céu. Einstein, por sua vez, reformulou tal noção, introduzindo o modelo de um espaço-tempo deformado pela presença de grandes massas. Já a Mecânica Quântica propõe que ações gravitacionais devam se propagar à velocidade da luz por meio de partículas mediadoras denominadas *grávitons*.

Stephen Hawking, considerado um dos maiores físicos teóricos da atualidade, é um estudioso da gravidade e suas proposições constituem novos elementos que visam alargar as fronteiras sobre o conhecimento do Universo. Ele nasceu em 1942 na Inglaterra, doutorou-se em Cosmologia e ocupou a cátedra que pertenceu a Isaac Newton na Universidade de Cambridge.

Para saber mais informações a respeito dessas teorias, leia o trecho a seguir, em que Simon Singh, autor do consagrado livro *O último Teorema de Fermat*, analisa a evolução do conceito de gravidade de Newton a Einstein.

NASA/SPL/Latinstock

Stephen Hawking, vivenciando, em 2007, sensação de gravidade zero quando seu corpo foi solto pelos tripulantes de um avião em trajetória definida exclusivamente pela aceleração da gravidade. Mesmo sendo tetraplégico, levitou com a mesma leveza de uma pessoa dotada de plena motricidade.

[...] A teoria da gravidade de Newton ainda é amplamente utilizada hoje para calcular tudo, da trajetória de uma bola de tênis às forças que atuam sobre uma ponte suspensa; do balançar de um pêndulo à trajetória de um míssil. A fórmula de Newton continua a ser altamente precisa quando aplicada a fenômenos que ocorrem dentro do reino da baixa gravidade terrestre, onde as forças são comparativamente fracas. Contudo, a teoria da gravidade de Einstein era melhor, em última análise, porque podia ser aplicada igualmente à gravidade fraca do ambiente da Terra e aos ambientes de gravidade intensa que envolvem as estrelas. Embora a teoria de Einstein fosse superior à de Newton, o criador da relatividade geral foi rápido em reconhecer o gigante do século XVII sobre cujos ombros ele tinha se erguido: "Ele encontrou o único caminho que era possível, em sua época, para um homem do mais elevado intelecto e poder criativo". [...]

A compreensão da gravidade é crítica para a Astronomia e a Cosmologia porque a gravidade é a força que guia os movimentos e as interações de todos os corpos celestes. A gravidade determina se um asteroide vai colidir com a Terra ou girar inofensivamente; determina como duas estrelas orbitam uma em torno da outra em um sistema estelar binário; e explica por que uma estrela especialmente maciça pode afinal colapsar sob seu próprio peso e formar um buraco negro.

Einstein estava ansioso para ver como a sua nova teoria da gravidade afetaria nossa compreensão do Universo, e assim, em fevereiro de 1917, ele escreveu um trabalho científico intitulado *Considerações cosmológicas da teoria da relatividade geral*. A palavra-chave no título era "cosmológica". Einstein não estava mais interessado no desvio da órbita do planeta Mercúrio ou no modo como o nosso Sol entorta a luz das estrelas. Ele focalizava agora o papel da gravidade em uma grande escala cósmica.

Einstein queria entender as propriedades e interações de todo o Universo. Quando Copérnico, Kepler e Galileu formularam sua visão do Universo, eles focalizaram suas atenções sobre o Sistema Solar, mas Einstein estava verdadeiramente interessado em todo o Universo, até onde qualquer telescópio podia ver e ainda mais além.

[...]

SINGH, Simon. *Big-bang*. Rio de Janeiro: Record, 2006.

O texto a seguir põe em xeque as leis de Newton, a teoria da relatividade e o próprio valor da velocidade da luz no vácuo ($c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s) por meio da busca de respostas para o seguinte questionamento: Como explicar a desaceleração verificada nas espaçonaves Pioneer 10 e 11 em sua passagem na região entre Júpiter e Saturno? Aí está a alma da Ciência: a indagação; o questionamento... E a Física avança fundamentada em concepções e teorias que se sucedem.

Uma força a desvendar

Diversas teorias tentam explicar o que puxou os freios das Pioneer 10 e 11

Um dos mistérios mais intrigantes da Física é a "anomalia Pioneer", a desaceleração de duas sondas espaciais por uma força desconhecida. A Nasa lançou a Pioneer 10 e a 11 em 1972 e 1973, respectivamente, e as duas enviaram imagens extraordinárias de Júpiter e Saturno. Entretanto, enquanto as espaçonaves continuavam sua viagem a velocidade próxima a 43 mil km/h, o astrônomo John Anderson, do Laboratório de Propulsão a Jato em Pasadena, Califórnia, observou anomalias nos dados de telemetria que datavam de 1980. Com análises contínuas, os pesquisadores determinaram que as astronaves desaceleravam a um ritmo constante: a cada ano reduziam 12,8 mil km em relação à sua posição prevista. O estranho comportamento já rendeu várias teorias, mas a escassez de dados dificultou uma definição. Agora, uma proposta para analisar a telemetria a partir dos primeiros anos poderia literalmente apontar para a explicação correta.

A teoria mais óbvia era de que algo nas próprias espaçonaves criava uma força de frenagem — vazamento de gás ou radiação de calor, talvez. Ao longo dos anos, porém, os pesquisadores passaram a considerar essa hipótese cada vez mais improvável, e alguns físicos começaram a explorar possíveis falhas nas leis de Newton e na teoria da relatividade. Outros sugeriram que a matéria escura seria a responsável, pois exerceria força gravitacional ou de arrasto. Uma terceira teoria adota a ideia de que existe uma ligeira aceleração na velocidade da luz, que poderia resultar na ilusão de que as sondas estão desacelerando: se a luz viaja mais rápido, os sinais de telemetria chegariam mais rapidamente e as naves pareceriam estar mais próximas.

HELLEMANS, Alexander. *Scientific American Brasil*, ano 4, n. 43, dez. 2005.

Ames Research Center/NASA

Representação artística (com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia) da Pioneer 10 passando pelo planeta Júpiter.

Compreensão, pesquisa e debate

1. Dos muitos modelos apresentados para explicar a gravidade, o newtoniano, que você estudou neste capítulo, é um dos mais simples, porém satisfatório para elucidar muitos fenômenos. A queda dos corpos e a gravitação da Lua em torno da Terra, por exemplo, são justificadas a contento pelas teorias de Newton. Que limitações você associa a essas teorias? Discuta com os colegas e o professor.
2. Os buracos negros, cadáveres estelares existentes no Universo que provocam em torno de si influências gravitacionais de estupenda magnitude, são mais bem explicados por qual das teorias sobre gravidade?

CAPÍTULO 9

MOVIMENTOS EM CAMPO GRAVITACIONAL UNIFORME (BALÍSTICA)

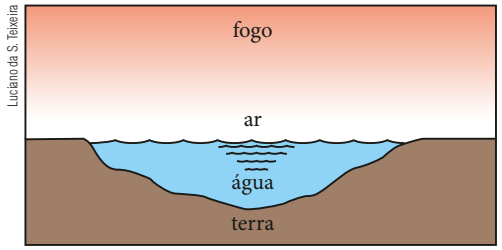
1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo estudaremos os movimentos de corpos que, após serem abandonados ou lançados, se submetem exclusivamente à força **peso**. Será, portanto, negligenciada a influência do ar nesses movimentos.

Descreveremos os movimentos de corpos em queda vertical a partir do repouso, de corpos lançados verticalmente, de corpos lançados obliquamente em relação à horizontal e de corpos lançados horizontalmente.

Por mais ou menos vinte séculos (do século IV a.C. até o século XVI), as explicações para esses movimentos basearam-se em ideias de filósofos gregos, destacadamente Aristóteles (século IV a.C.). É preciso alertar que esses pensadores elaboravam suas teorias sem realizar experimentos quantitativos que pudessem confirmá-las ou rejeitá-las. Obviamente não tinham, naquela época, os conceitos de campo gravitacional e de inércia, entre muitos outros.

Aristóteles e seus seguidores eram adeptos de uma teoria segundo a qual todos os corpos terrestres eram constituídos de quantidades definidas de quatro "elementos": a terra, a água, o ar e o fogo.



Os quatro "elementos" encontravam-se nesta ordem: a terra mais embaixo e o fogo mais em cima.

Além disso, todo corpo, ao ser solto, buscava seu "lugar natural", determinado pelo "elemento" que predominava nele. Assim, uma pedra abandonada no ar buscava o solo porque era constituída predominantemente de terra. Do mesmo modo, uma bolha gasosa, produzida dentro da água, subia em busca de seu "lugar natural": o ar. As labaredas elevavam-se no ar, também em busca de seu "lugar natural": o fogo.

Todos esses movimentos **verticais** eram chamados de movimentos "naturais", pois não precisavam, segundo aqueles pensadores, de força (hoje, força resultante) para ocorrer. Era uma busca espontânea do "lugar natural".

Com relação à queda de um corpo – uma pedra abandonada, por exemplo –, os aristotélicos pregavam que ela ocorria de modo tanto mais rápido quanto mais pesado fosse o corpo.

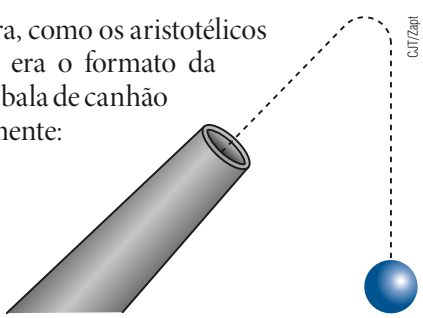
Assim, se duas pedras de pesos diferentes fossem abandonadas simultaneamente de uma mesma altura, a mais pesada buscaria com maior rapidez seu "lugar natural" e, por isso, chegaria ao solo antes da mais leve.

Além dos movimentos verticais de corpos terrestres abandonados (movimentos "naturais"), os movimentos dos corpos celestes também não precisavam de força (entenda força resultante) para se manter. Acreditavam que esses movimentos sempre aconteciam, também naturalmente, em caminhos perfeitamente circulares, com velocidades de valores constantes.

Entretanto, um corpo terrestre necessitava, para realizar um movimento **não vertical**, de uma força (força resultante) não só para que esse tipo de movimento se iniciasse, mas também para que se mantivesse.

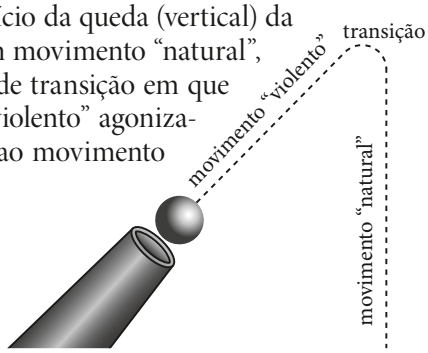
Movimentos não verticais de corpos terrestres eram, para os aristotélicos, movimentos "violentos" (ou "impetuosos"), que requeriam uma força (*impetus*) para justificar sua manutenção.

Veja, na figura, como os aristotélicos acreditavam que era o formato da trajetória de uma bala de canhão lançada obliquamente:



No lançamento, a bala recebia do canhão uma força (*impetus*) que não apenas iniciava um movimento "violento", mas continuava atuando na bala (!), mantendo-a em um movimento em linha reta. Durante esse movimento, o *impetus* ia sendo degenerado pela resistência do ar e, por isso, o movimento "violento" enfraquecia.

Antes do início da queda (vertical) da bala, que era um movimento "natural", havia uma fase de transição em que o movimento "violento" agonizava e dava lugar ao movimento "natural".



Todas essas concepções aristotélicas a respeito dos movimentos só começaram a desabar em meados do século XVI, graças aos trabalhos de vários cientistas, destacadamente Galileu.

2. ACELERAÇÃO DE UM CORPO EM MOVIMENTO LIVRE

Considere corpos lançados ou abandonados nas proximidades da Terra, no instante $t_0 = 0$, e despreze qualquer influência que o ar possa ter em seus movimentos. Isso equivale a supor ausente a atmosfera terrestre (vácuo).

Desse modo, após o instante em que os corpos se livram dos agentes que os lançaram ou abandonaram, a única força que atua neles é o peso $\vec{P}$. Dizemos, então, que o movimento da partícula é um **movimento livre**.

Aplicando o **Princípio Fundamental da Dinâmica** a qualquer um desses corpos, após $t_0 = 0$, temos:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Mas $\vec{F}$ é o peso do corpo, que é igual a $m\vec{g}$.

$$\text{Assim: } m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

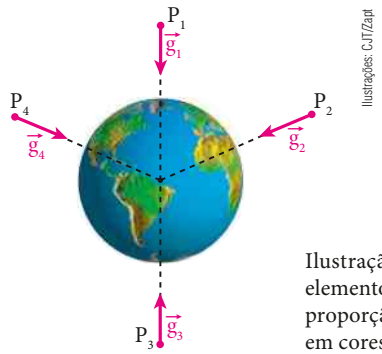
Concluímos, então, que:

> A aceleração vetorial de uma partícula sob a ação exclusiva de seu peso é igual ao vetor campo gravitacional $\vec{g}$:
>
> $$\vec{a} = \vec{g}$$

Observe que a aceleração vetorial da partícula não depende de sua massa, fato que será comentado na seção **5** deste capítulo.

3. CAMPO GRAVITACIONAL UNIFORME

Como sabemos, a Terra é fonte de um campo gravitacional. Esse campo é descrito pelo vetor campo gravitacional $\vec{g}$, que varia de ponto para ponto do campo. Essa variação de $\vec{g}$ pode ocorrer em sua intensidade, em sua direção e em seu sentido. A figura a seguir mostra o vetor campo gravitacional nos pontos $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$ e $\mathbf{P_4}$.



Ilustrações: CJT/Zapt

Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Entretanto, se tomarmos uma região de dimensões desprezíveis em comparação com o raio da Terra, podemos considerar que, em todos os seus pontos, o vetor $\vec{g}$ será o mesmo, ou seja, ele terá a mesma intensidade, a mesma direção e o mesmo sentido. Nesse caso, o campo gravitacional será **uniforme**. É o que ocorre, por exemplo, em todos os pontos de uma sala de aula, de um edifício ou mesmo da cidade onde moramos.

4. MOVIMENTO VERTICAL EM CAMPO GRAVITACIONAL UNIFORME

Considere um corpo abandonado ou lançado verticalmente para cima ou para baixo. Em qualquer um desses casos, como vimos, a aceleração vetorial ($\vec{a}$) é constante e igual a $\vec{g}$. Representemos por **g** o **módulo** dessa aceleração.

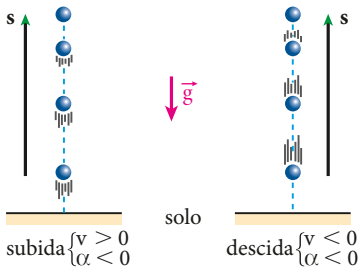
Como, nesses casos, os movimentos são retilíneos, a aceleração vetorial ($\vec{a}$) e a aceleração escalar (α) têm módulos iguais: $|\alpha| = g$ (constante $\neq 0$). Assim:

> Em um campo gravitacional uniforme, o movimento vertical de um corpo sob a ação exclusiva de seu peso é **uniformemente variado**, pois sua aceleração escalar é constante e diferente de zero. O módulo dessa aceleração é dado por: $|\alpha| = g$

Lembre-se, entretanto, de que a aceleração escalar (α) está sempre acompanhada de um sinal algébrico nas equações do movimento. Esse sinal (positivo ou negativo) depende **apenas** da orientação adotada para a trajetória (para cima ou para baixo).

Considere, por exemplo, uma partícula lançada verticalmente para cima. Como você já sabe, ela sobe em movimento retardado até parar, descendo, em seguida, em movimento acelerado. Suponha que a trajetória esteja orientada para cima.

Ilustrações: CJT/Zapt



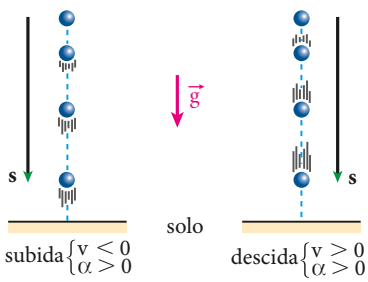
Durante a subida, o movimento é retardado e, por esse motivo, a velocidade e a aceleração escalares devem ter sinais contrários em qualquer instante do movimento. Como o movimento de subida tem o mesmo sentido da trajetória, a velocidade escalar é positiva. Assim, a aceleração escalar deve ser negativa.

O movimento de descida, por sua vez, é acelerado. Consequentemente, a velocidade e a aceleração escalares devem ter sinais iguais. Como esse movimento tem sentido oposto ao da trajetória, a velocidade escalar é negativa. Nesse caso, a aceleração escalar também deve ser negativa. Assim:

> Se a trajetória estiver orientada para **cima**, a aceleração escalar será **negativa**, não importando se o movimento é ascendente ou descendente.
>
> Sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade, temos: $\alpha = -g$

No ponto mais alto atingido pela partícula, sua velocidade é nula, mas o mesmo não acontece com sua aceleração, que também tem módulo igual a **g** nesse ponto.

Suponha agora a trajetória orientada para baixo.



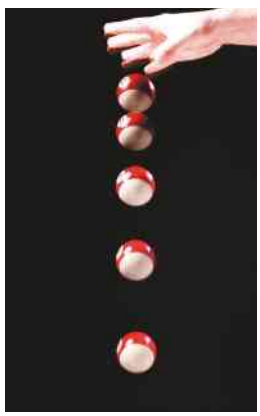
Na subida, a velocidade escalar é negativa. Assim, como o movimento é retardado, a aceleração escalar é positiva. Na descida, a velocidade escalar é positiva, e, como o movimento é acelerado, também é positiva a aceleração escalar. Assim:

> Se a trajetória estiver orientada para **baixo**, a aceleração escalar será **positiva**, não importando se o movimento é ascendente ou descendente.
>
> Sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade, temos: $\alpha = +g$

Para determinar o sinal da aceleração escalar de maneira bem mais prática, podemos usar o valor algébrico de $\vec{g}$ em relação à orientação da trajetória: quando o sentido de $\vec{g}$ é o mesmo da orientação da trajetória, usamos $\alpha = +g$ nas equações do movimento. Caso contrário, usamos $\alpha = -g$.

Que valor de **g** vamos usar nessas equações?

Considerando apenas uma casa decimal, o valor de **g** nas vizinhanças da superfície da Terra é igual a 9,8 m/s^2. Para simplificar cálculos, entretanto, costuma-se arredondar esse valor para 10 m/s^2.



Richard Megna/Fundamental Photographs

Fotografia estroboscópica do movimento acelerado de uma bola em queda livre, a partir do repouso.

5. PROPRIEDADES DO MOVIMENTO VERTICAL

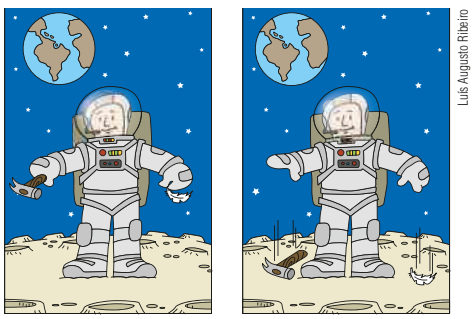
O movimento vertical que estamos estudando conta com algumas propriedades importantes. Antes de conhecê-las, lembre-se de que esse movimento está sendo analisado supondo sempre o campo gravitacional uniforme e considerando o móvel sob a ação exclusiva de seu peso, ou seja, em movimento livre.

1ª Propriedade

> Corpos abandonados num mesmo local e de uma mesma altura em relação ao solo demoram o mesmo intervalo de tempo para chegar ao solo, não importando suas massas.

Isso decorre do fato de suas acelerações serem iguais, quaisquer que sejam suas massas. Assim, se não fosse a presença do ar, uma pena e um martelo cairiam com a mesma aceleração. Isso normalmente causa estranheza, pelo fato de estarmos habituados a presenciar quedas de corpos com influência do ar. Essa influência é mais significativa para a pena que para o martelo, por isso ela demora mais para cair.

Na Lua, em 2 de agosto de 1971, o astronauta David Scott soltou, da mesma altura e em um mesmo instante, um martelo e uma pena de falcão. Por causa da ausência de atmosfera, o martelo e a pena realizaram quedas livres, mantendo-se lado a lado até atingirem o solo lunar.



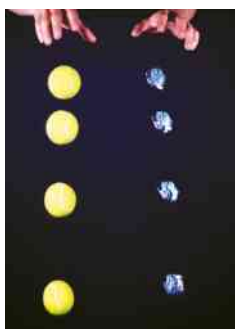
Luis Augusto Ribeiro

Na Lua, as quedas são realmente livres, pois lá não existe atmosfera. Assim, um martelo e uma pena, abandonados simultaneamente de uma mesma altura, caem com a mesma aceleração, chegando ao solo no mesmo instante e com a mesma velocidade final, como representado na ilustração.

Observe agora o experimento realizado na superfície da Terra:

Richard Megna/Fundamental Photographs

Na Terra, as quedas não são livres. Por isso, quando uma bola de borracha e uma folha de papel são abandonadas de uma mesma altura, a bola chega ao chão bem antes que a folha de papel: a resistência do ar afeta muito mais o movimento do papel que o da bola.



Richard Megna/Fundamental Photographs

Repetindo o experimento com a folha de papel bem amassada, a bola e o papel chegam ao chão quase no mesmo instante, pois a resistência do ar no papel amassado ficou consideravelmente reduzida.

Antes de estudar as duas propriedades a seguir, analise a questão **13** do Capítulo **2**, na primeira unidade deste volume, pois elas são propriedades de **qualquer** movimento uniformemente variado que tenha as duas etapas: a ida e a volta.

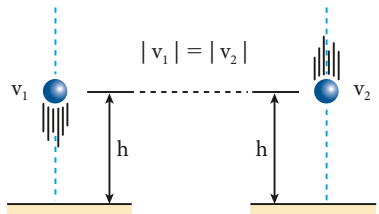
2ª Propriedade

Quando um corpo é lançado verticalmente para cima, a velocidade com que ele passa por um ponto qualquer da trajetória, na subida, tem o mesmo módulo da velocidade com que ele passa pelo mesmo ponto, na descida.

Essa propriedade pode ser demonstrada a partir da **equação de Torricelli**, considerando $\mathbf{v}_1$ a velocidade inicial e $\mathbf{v}_2$ a final: $(v_2)^2 = (v_1)^2 + 2\alpha\,\Delta s$

Como $\Delta s = 0$, $(v_2)^2 = (v_1)^2 \Rightarrow$ $|v_2| = |v_1|$

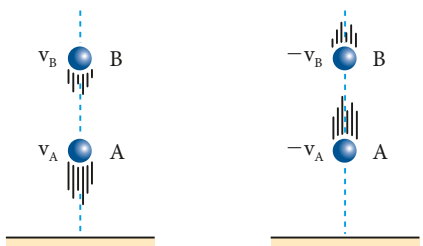
Ilustrações: CJT/Zapt



Assim, se um objeto fosse lançado verticalmente para cima a partir do solo, ele chegaria de volta à posição inicial com velocidade de módulo igual ao da velocidade de lançamento (desprezada a influência do ar).

3ª Propriedade

O intervalo de tempo decorrido entre as passagens por dois pontos **A** e **B** da trajetória é o mesmo na subida e na descida.



Na subida de **A** até **B**, temos: $\alpha = \dfrac{\Delta v_{AB}}{\Delta t_{AB}}$

Logo: $\alpha = \dfrac{v_B - v_A}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = \dfrac{v_B - v_A}{\alpha}$ (I)

Na descida de **B** até **A**, temos: $\alpha = \dfrac{\Delta v_{BA}}{\Delta t_{BA}}$

Logo: $\alpha = \dfrac{-v_A - (-v_B)}{\Delta t_{BA}} \Rightarrow \Delta t_{BA} = \dfrac{v_B - v_A}{\alpha}$ (II)

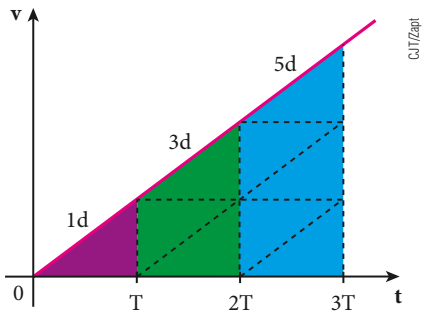
Comparando as expressões (**I**) e (**II**): o intervalo de tempo para a partícula subir de **A** até **B** é igual ao intervalo de tempo para ela descer de **B** até **A**, ou seja:

$$\Delta t_{AB} = \Delta t_{BA}$$

Dessa propriedade, concluímos também que, quando um corpo é atirado para cima, o intervalo de tempo decorrido até ele atingir a altura máxima é o mesmo que decorre, em seguida, para voltar ao ponto de lançamento.

Propriedade especial para corpos que caem a partir do repouso

Um corpo caindo livremente a partir do **repouso** percorre, em iguais intervalos de tempo, distâncias proporcionais aos números ímpares, isto é, 1d, 3d, 5d e assim por diante. Isso pode ser facilmente provado lembrando que a distância percorrida pode ser obtida pela "área" no gráfico da velocidade escalar em função do tempo.



Você também pode provar essa propriedade usando o seguinte fato: durante um determinado intervalo de tempo **t**, o corpo cai: $\Delta s = \frac{g}{2} t^2$.

AMPLIANDO O **OLHAR**

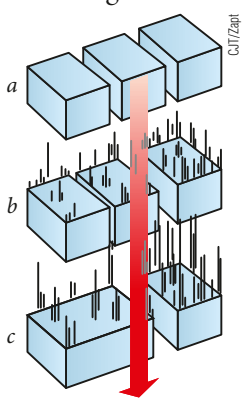
Uma experiência imaginária de Galileu

Galileu Galilei, o grande físico italiano do século XVII, não tinha como provar por teoria ou mostrar experimentalmente que a aceleração de corpos de massas diferentes, em queda livre, é rigorosamente a mesma. Por isso, concebeu mentalmente o experimento descrito a seguir.

Galileu imaginou três corpos **idênticos**, cada um com massa **m**, abandonados da mesma altura (*a*). Não há, nesse caso, nenhum motivo para que suas acelerações sejam diferentes. Caem, portanto, lado a lado.

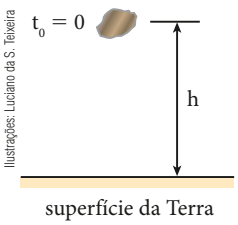
Em seguida, ele imaginou que dois desses corpos, durante a queda, se ligassem um ao outro, como se fossem duas pessoas que, caindo emparelhadas, se dessem as mãos (*b*). Como esses corpos já caíam lado a lado, o fato de se interligarem não deveria alterar as características de suas quedas.

Finalmente, ele pensou que os dois corpos ligados se comportariam exatamente como um único corpo de massa 2m (*c*). Assim, concluiu que um corpo de massa 2m e um de massa **m** devem cair com a mesma aceleração.



QUESTÕES COMENTADAS

1 No instante $t_0 = 0$, uma pedra é abandonada (velocidade inicial nula) de um ponto situado nas proximidades da superfície da Terra a uma altura **h**. Desprezando a influência do ar e sendo **g** o módulo do vetor campo gravitacional, determine:



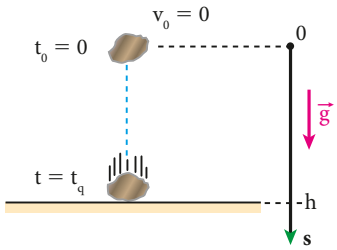
Ilustrações: Luciano da S. Teixeira

a) o intervalo de tempo decorrido desde o abandono da pedra até seu impacto com o solo, ou seja, o tempo de queda (t_q);

b) o módulo da velocidade com que a pedra atinge o solo, isto é, sua velocidade de impacto (v_i).

RESOLUÇÃO

Adotando a origem dos espaços na posição de abandono da pedra e orientando a trajetória para baixo, temos $\alpha = g$.



Em $t_0 = 0$:
$s_0 = 0$ e $v = v_0 = 0$

Em $t = t_q$:
$s = h$ e $v = v_i$

a) A função horária do espaço é adequada para resolver este item, pois ela relaciona espaço com tempo:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow h = 0 + 0t_q + \frac{g}{2} t_q^2$$

Logo: $t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Observe que o tempo de queda não depende da massa do corpo abandonado, o que está de acordo com a **1ª propriedade** do estudo do movimento vertical.

b) De acordo com a **equação de Torricelli**, temos:

$$v^2 = (v_0)^2 + 2\alpha(s - s_0) \Rightarrow (v_i)^2 = 0^2 + 2g(h - 0)$$

Logo: $v_i = \sqrt{2gh}$

Observe que a velocidade $\mathbf{v}_i$ com que a pedra chega ao chão também não depende de sua massa.

Respostas: a) $\sqrt{\frac{2h}{g}}$; b) $\sqrt{2gh}$

2 Um corpo é arremessado verticalmente para cima a partir da superfície da Terra, com velocidade $\mathbf{v}_0$ em $t_0 = 0$. Desprezando a influência do ar e sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade, determine:

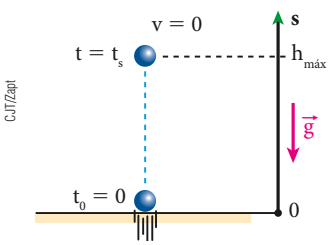
a) o intervalo de tempo decorrido desde $t_0 = 0$ até a pedra atingir sua altura máxima, isto é, o tempo de subida ($\mathbf{t}_s$);

b) o intervalo de tempo durante o qual a pedra volta do ponto de altura máxima até a superfície da Terra, ou seja, o tempo de queda ($\mathbf{t}_q$);

c) a altura máxima ($\mathbf{h}_{máx}$) atingida pela pedra em relação ao ponto de lançamento.

RESOLUÇÃO

Nesse caso, adotando a origem dos espaços no ponto de lançamento e orientando a trajetória para cima, temos $\alpha = -g$.



Em $t_0 = 0$:
$s_0 = 0$ e $v = v_0$
Em $t = t_s$:
$s = h_{máx}$ e $v = 0$

a) Usando a função horária da velocidade escalar, temos:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = v_0 - g t_s \Rightarrow t_s = \frac{v_0}{g}$$

b) O tempo de queda ($\mathbf{t}_q$) é igual ao tempo de subida.

Assim: $t_q = \frac{v_0}{g}$

c) Usando a **equação de Torricelli**, temos:

$$v^2 = (v_0)^2 + 2\alpha(s - s_0)$$

$$0^2 = (v_0)^2 + 2(-g)(h_{máx} - 0) \Rightarrow h_{máx} = \frac{(v_0)^2}{2g}$$

Observe que o tempo de subida, o tempo de queda e a altura máxima são independentes da massa do corpo.

Respostas: a) $\frac{v_0}{g}$; b) $\frac{v_0}{g}$; c) $\frac{(v_0)^2}{2g}$

3 Um balão sobe verticalmente com velocidade escalar constante de módulo 5,0 m/s. Quando sua altura em relação ao solo é de 30 m, um garoto abandona do balão um pequeno pacote, que fica sob a ação exclusiva do campo gravitacional terrestre, cuja intensidade é de 10 m/s^2.
Determine:

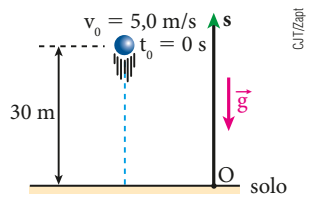
a) a altura máxima que o pacote alcança em relação ao solo;

b) o intervalo de tempo gasto pelo pacote para chegar ao solo, a contar do instante em que foi abandonado;

c) o módulo da velocidade escalar de impacto do pacote contra o solo.

RESOLUÇÃO

a) Quando o garoto abandona o pacote, este está subindo verticalmente a 5,0 m/s em relação ao solo. Por isso, em relação ao solo, o pacote ainda sobe um pouco, antes de descer.



Adotando a origem dos espaços no solo e orientando a trajetória para cima, temos, para o pacote:

$s_0 = 30$ m, $v_0 = 5{,}0$ m/s e $\alpha = -g = -10$ m/s^2

Usando a **equação de Torricelli**, temos:

$$v^2 = (v_0)^2 + 2\alpha(s - s_0) \Rightarrow v^2 = 25 - 20(s - 30) \quad (I)$$

Quando o pacote atinge a altura máxima, temos:

$v = 0$ e $s = h_{máx}$

Substituindo em (**I**), temos:

$$0 = 25 - 20(h_{máx} - 30) \Rightarrow h_{máx} = 31{,}25 \text{ m}$$

b) Usando a função horária do espaço, temos:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow s = 30 + 5t - 5t^2 \quad (II)$$

Ao chegar ao solo: $s = 0$ e $t = t_c$

Substituindo em (**II**), temos:

$$0 = 30 + 5t_c - (5t_c)^2 \Rightarrow t_c = 3{,}0 \text{ s}$$

c) Usando a função horária da velocidade, temos:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 5 - 10t \quad (III)$$

Ao chegar ao solo: $v = v_c$ e $t = t_c = 3{,}0$ s

Substituindo em (**III**), obtemos:

$$v_c = 5 - 10 \cdot 3 \Rightarrow v_c = -25 \text{ m/s} \Rightarrow |v_c| = 25 \text{ m/s}$$

Respostas: a) 31,25 m; b) 3,0 s; c) 25 m/s

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

4. Um corpo cai de uma altura igual a 245 m em relação ao solo. Considerando $g = 10\ m/s^2$ e supondo ausente a atmosfera, determine:

a) o tempo de duração da queda;

b) o módulo da velocidade do corpo imediatamente antes de se chocar com o solo.

5. Uma esfera de chumbo é lançada verticalmente para cima e retorna ao ponto de partida 8,0 s após o lançamento. Considerando desprezíveis as influências do ar e usando **g** igual a $10\ m/s^2$, calcule:

a) o módulo da velocidade de lançamento;

b) a altura máxima atingida pela esfera em relação ao ponto de partida.

6. Uma partícula é abandonada a partir do repouso, de um ponto situado a 270 m acima do solo. Divida essa altura em três partes de modo que sejam percorridas em intervalos de tempo iguais.

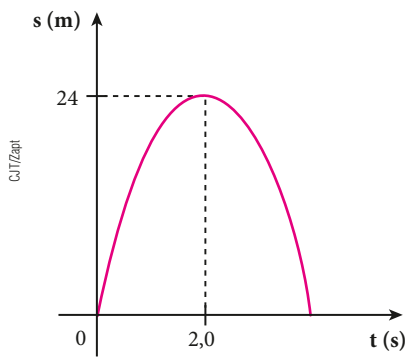
7. Uma bolinha de chumbo é lançada verticalmente para cima, realizando uma ascensão praticamente livre, de duração maior que 2 s.

Considerando $g = 9{,}8\ m/s^2$, responda às questões:

a) Qual é a distância percorrida pela bolinha durante o último segundo da subida?

b) A resposta do item ***a*** depende do módulo da velocidade de lançamento?

8. Da superfície de um astro, uma pedra foi lançada verticalmente para cima. Sua posição em relação à superfície variou com o tempo, de acordo com o gráfico seguinte, que é praticamente um arco de parábola:



Calcule:

a) o módulo $\mathbf{v}_0$ da velocidade de lançamento da pedra;

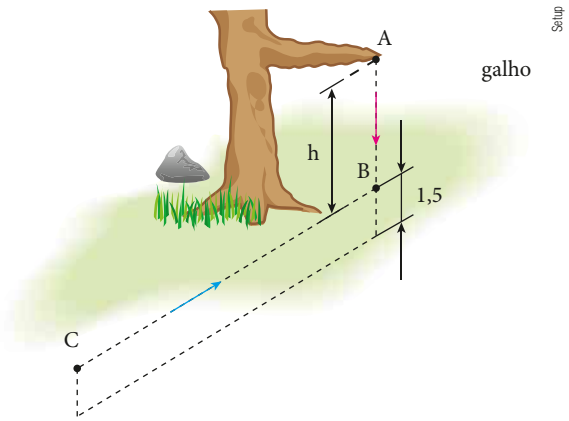
b) a intensidade **g** do campo gravitacional na superfície desse astro.

9. De um helicóptero descendo verticalmente a 6 m/s é abandonada uma esfera de aço, que demora 2 s para chegar ao solo. Considerando livre a queda da esfera, calcule a altura de onde ela foi abandonada ($g = 10\ m/s^2$).

10. Em uma de suas aventuras, o cavaleiro Tião estava em uma planície, sentado no galho de uma árvore, a 4,7 m do chão.

Precisando partir, assobiou para seu cavalo Dragão, que pastava ali por perto.

Dragão, com velocidade constante de 10 m/s, galopou em linha reta até Tião que, depois de ter-se largado do galho, caiu sobre a sela do cavalo, elevada de 1,5 m do chão.



Determine a distância, medida na horizontal, entre o cavaleiro e a sela no momento em que ele se soltou do galho. Use **g** igual a $10\ m/s^2$.

11. Do teto de um elevador de 2,45 m de altura interna, subindo em movimento uniforme, desprende-se um parafuso. Considerando $g = 10\ m/s^2$, calcule:

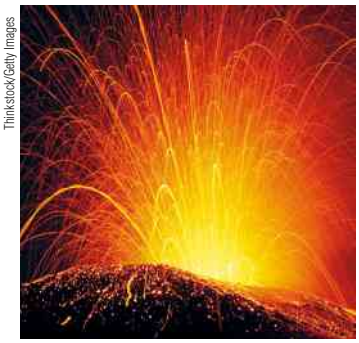
a) o intervalo de tempo decorrido desde o instante em que o parafuso se desprendeu até o instante em que atinge o piso do elevador;

b) o deslocamento do elevador durante o intervalo de tempo a que se refere o item anterior, supondo que sua velocidade escalar seja igual a 2 m/s.

12. De um telhado caem gotas de chuva separadas por intervalos de tempo iguais entre si. No instante em que a quinta gota se desprende, a primeira toca o solo. Qual é a distância que separa as duas últimas gotas consecutivas, nesse instante, se a altura do telhado é de 16 m? Não considere a resistência do ar e adote $g = 10\ m/s^2$.

6. MOVIMENTO PARABÓLICO NAS PROXIMIDADES DA TERRA

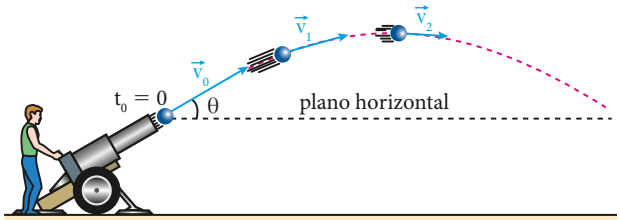
Observe a imagem a seguir, que mostra partículas incandescentes lançadas obliquamente durante uma erupção vulcânica.



Thinkstock/Getty Images

Vulcão em erupção lançando partículas obliquamente.

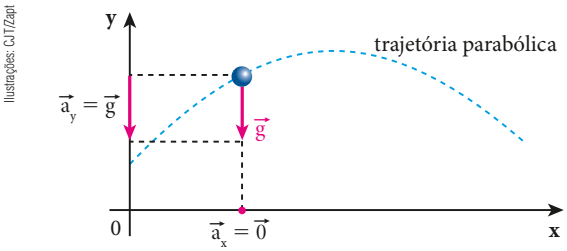
Considere um projétil lançado obliquamente com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$, inclinada de um ângulo θ em relação a um plano horizontal, e ignore influências do ar.



Como ocorre em todo movimento, a velocidade vetorial é tangente à trajetória a todo instante, tendo o mesmo sentido do movimento, como está representado na figura anterior. Note que a velocidade no ponto mais alto atingido pelo projétil é horizontal e, portanto, **não nula**.

Decomposição do movimento parabólico em direções horizontal e vertical

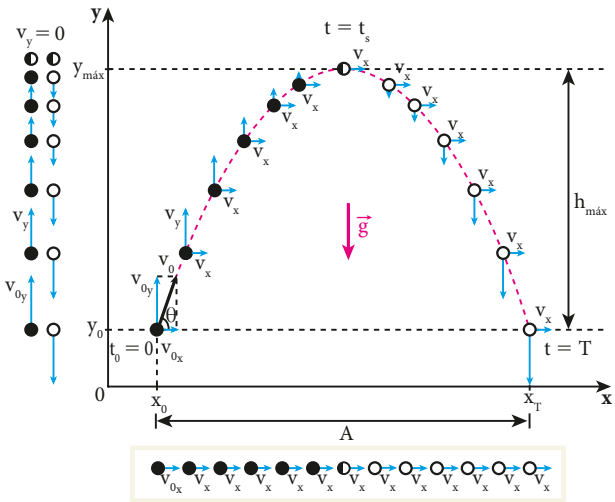
Considere um sistema de eixos ortogonais 0xy, no mesmo plano de um movimento parabólico de aceleração vetorial constante e igual a $\vec{g}$. Projetemos essa aceleração sobre os eixos.



Ilustrações: CJT/Zapt

Dessa projeção, concluímos que a aceleração vetorial segundo 0y (eixo vertical) é constante e igual a $\vec{g}$, ao passo que a aceleração vetorial segundo 0x (eixo horizontal) é constantemente nula.

Se projetarmos sobre os eixos 0x e 0y as posições da partícula em movimento parabólico, obteremos, evidentemente, dois movimentos retilíneos.



Assim, no movimento projetado em 0y, a aceleração $\vec{a}_y$ é tangencial e constante. Pelo fato de essa aceleração ser constante e não nula, concluímos que a aceleração escalar segundo 0y também é constante e diferente de zero: $|\alpha_y| = |\vec{a}_y| = g$

O movimento do projétil segundo o eixo vertical 0y é **retilíneo e uniformemente variado**, com aceleração escalar de módulo igual ao módulo da aceleração da gravidade:

$$|\alpha_y| = g$$

Já a aceleração escalar segundo 0x é constante e igual a zero: $\alpha_x = 0$ (constante).

O movimento do projétil segundo o eixo horizontal 0x é **retilíneo e uniforme**.

É importante notar, nessa figura, que o movimento segundo 0y equivale a um lançamento vertical para cima com velocidade inicial v_{0y} e aceleração escalar $\alpha_y = -g$, uma vez que o eixo 0y está orientado para cima.

Observe, ainda, que:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta \quad \text{e} \quad v_{0y} = v_0 \cdot \operatorname{sen}\theta$$

Analisando a figura anterior, vamos equacionar os movimentos segundo os eixos 0x e 0y.

Lembrando que o movimento é **uniforme** segundo 0x, podemos escrever: $s = s_0 + vt$, em que $s = x$; $s_0 = x_0$; $v = v_x$.

Assim, obtemos: $x = x_0 + v_x t$

(função horária do espaço segundo 0x); em que $v_x = v_{0_x} = v_0 \cdot \cos \theta$.

No eixo 0y, por sua vez, o movimento é **uniformemente variado**, o que nos permite escrever:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2; v = v_0 + \alpha t;$$
$$v^2 = (v_0)^2 + 2\alpha \Delta s$$

em que $s = y$; $s_0 = y_0$; $v_0 = v_{0_y}$; $v = v_y$; e $\alpha = \alpha_y = -g$.

Assim, obtemos: $y = y_0 + v_{0_y} t - \frac{g}{2} t^2$

(função horária do espaço segundo 0y.)

$v_y = v_{0_y} - g t$ (função horária da velocidade escalar segundo 0y.)

$v_y^2 = (v_{0_y})^2 - 2g\Delta y$ (**equação de Torricelli** segundo 0y.); em que $v_{0_y} = v_0 \cdot \text{sen}\, \theta$.

Cálculo dos tempos de subida (t_s), de descida (t_d) e total (T)

Vamos retomar a figura do lançamento do projétil da página 173 e calcular o intervalo de tempo decorrido do instante de lançamento até o instante em que o projétil atinge a altura máxima (tempo de subida: $\mathbf{t_s}$).

Para isso, lembre-se de que no ponto mais alto $\mathbf{v_y}$ vale zero. Assim, usando a função horária da velocidade escalar segundo 0y, temos: $0 = v_{0_y} - g t_s$

Logo: $t_s = \frac{v_{0_y}}{g} = \frac{v_0 \cdot \text{sen}\, \theta}{g}$

O intervalo de tempo decorrido do instante em que o projétil atinge o ponto de altura máxima até o instante em que retorna ao mesmo nível horizontal do lançamento (tempo de descida: $\mathbf{t_d}$) é igual ao tempo de subida:

$$t_d = \frac{v_0 \cdot \text{sen}\, \theta}{g}$$

Chamamos **tempo total** (**T**) o intervalo de tempo decorrido entre o instante de lançamento e o instante de retorno ao nível horizontal de lançamento:

$$T = t_s + t_d \Rightarrow T = \frac{2v_0 \cdot \text{sen}\, \theta}{g}$$

Observe que, em um lançamento vertical ($\theta = 90^\circ$ e $\text{sen}\, 90^\circ = 1$), as expressões de $\mathbf{t_s}$ e $\mathbf{t_d}$ passam a ser $t_s = \frac{v_0}{g}$ e $t_d = \frac{v_0}{g}$, ou seja, as mesmas obtidas na questão **2** deste capítulo. Assim, o lançamento vertical pode ser visto como um caso particular de lançamento oblíquo em que θ é igual a 90°.

Cálculo da altura máxima ($h_{máx}$)

Ainda com relação à figura da página 173, concluímos que a **altura máxima** ($\mathbf{h_{máx}}$) em relação ao plano horizontal de lançamento pode ser determinada lembrando que $\mathbf{h_{máx}}$ é o valor de $\Delta\mathbf{y}$, quando $\mathbf{v_y}$ se anula.

Pela **equação de Torricelli** segundo 0y, obtemos:

$$0^2 = (v_{0_y})^2 - 2g\, h_{máx}$$

Portanto: $h_{máx} = \frac{(v_{0_y})^2}{2g} = \frac{(v_0)^2 \cdot \text{sen}^2\, \theta}{2g}$

Observe novamente que, em um lançamento vertical, $\theta = 90^\circ$, o que nos leva à $h_{máx} = \frac{(v_0)^2}{2g}$, como aconteceu na questão **2** deste capítulo.

Cálculo do alcance horizontal (A)

Chamamos de **alcance horizontal** ou simplesmente **alcance** a grandeza **A** (ver figura na página 173) correspondente ao deslocamento horizontal do projétil, desde o instante da partida até o instante em que retorna ao nível horizontal do lançamento.

Observe que **A** é o valor de $\Delta\mathbf{x}$ no instante correspondente ao tempo total (**T**). Por meio da função horária do espaço segundo 0x, obtemos:

$$x = x_0 + v_x t \text{ ou } \Delta x = v_x t$$

Fazendo $t = T = \frac{2v_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$, temos $\Delta x = A$:

$$A = v_x \frac{2v_0 \cdot \text{sen}\theta}{g} = v_0 \cdot \cos\theta \frac{2v_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

$A = \frac{(v_0)^2}{g} 2\, \text{sen}\, \theta \cdot \cos\theta$ ou $A = \frac{(v_0)^2}{g} \text{sen}\, 2\theta$

FAÇA VOCÊ MESMO

Estudando o alcance horizontal em um movimento parabólico

Uma mangueira de água pode servir para verificar muitas propriedades do movimento parabólico em campo gravitacional uniforme.

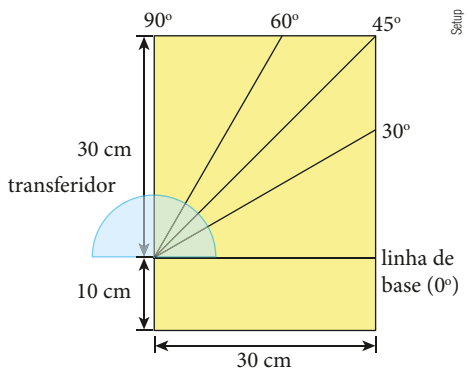
Material necessário

- 1 mangueira de água dotada de um esguicho de fluxo ajustável;
- 1 placa retangular de madeira compensada com dimensões de 30 cm × 40 cm;
- 1 transferidor;
- 1 régua;
- 1 pincel atômico ou caneta hidrográfica.

Procedimento

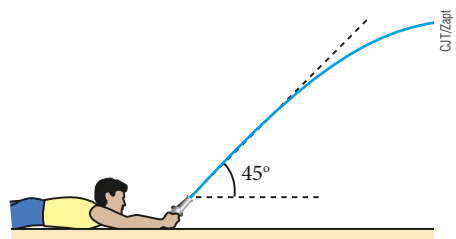
I. Acople a mangueira à torneira e ajuste o fornecimento de água de modo que realmente seja obtida uma vazão constante e intensa. Conecte a boca da mangueira ao esguicho e regule-o para produzir um jato d'água com espraiamento mínimo. Sugerimos que essa atividade seja realizada em uma grande área gramada, plana e horizontal, distante de pessoas, animais e objetos que não possam ser molhados.

II. Utilizando o pincel atômico (ou a caneta hidrográfica) e a régua, risque na placa de madeira uma linha paralela a um dos lados de 30 cm, a 10 cm deste lado. Essa linha será a linha de base para a marcação de ângulos e corresponderá ao ângulo de 0°. Em seguida, utilizando o transferidor, o pincel atômico e também a régua, risque as linhas correspondentes aos ângulos de 30° e 60°. Risque também a linha demarcatória do ângulo de 45°, que dispensa o transferidor, já que coincide com a diagonal do quadrado de lados iguais a 30 cm caracterizado na placa de madeira. A linha de 90° será perpendicular à linha de base, já traçada. Veja a ilustração ao lado.



III. Abra a torneira e deite-se de bruços sobre o gramado, como indica o esquema ao lado. Coloque, então, a placa de madeira ao lado do esguicho, perpendicularmente ao solo, tal que sua linha de base fique voltada para o chão. Em seguida, vá inclinando o esguicho de maneiras diferentes, de modo a lançar a água com diferentes ângulos.

Verifique primeiro que, se você aumentar o ângulo de lançamento, aumentará a altura máxima atingida pelo jato d'água.



Analisando o experimento

Observe que o alcance horizontal máximo é obtido quando o lançamento é feito com um ângulo de 45°. Verifique esse fato utilizando a mangueira de água. Faça também lançamentos com 30° e 60°. Afira a posição do esguicho de acordo com as marcações de ângulos que você tem na placa de madeira. Repare que, para esses dois ângulos, o alcance horizontal é o mesmo, embora com 30° se obtenha uma altura máxima menor do que com 60°. Realize as atividades a seguir.

1. Atletas de diversas modalidades esportivas, como lançamento de disco, martelo e dardo, devem visar sempre o máximo alcance horizontal. Eles são treinados sob a orientação de realizarem os "disparos" com um determinado ângulo de "tiro", medido em relação à horizontal. Que ângulo de "tiro" é esse que produz o máximo alcance horizontal?
2. Os ângulos de 30° e 60° são os únicos para os quais se obtém o mesmo alcance horizontal em um lançamento balístico? Junto com um colega, faça demonstrações teóricas. Se necessário, peça ajuda ao professor.

Condição de máximo alcance horizontal

Suponhamos que um projétil deva ser lançado de modo a se obter o maior alcance horizontal (**A**) possível, com $\mathbf{v_0}$ e **g** fixados. Qual deve ser o ângulo de lançamento?

Temos que: $A = \frac{(v_0)^2}{g} \operatorname{sen} 2\theta$

Para o alcance **A** ser máximo, é necessário que sen 2θ seja máximo, isto é, igual a 1. Assim:

$$\operatorname{sen} 2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = 90° \Rightarrow \boxed{\theta = 45°}$$

Então, podemos escrever:

> Para valores determinados da velocidade inicial e da aceleração da gravidade, o máximo alcance horizontal é obtido com um ângulo de lançamento igual a 45°.

Thinkstock/Getty Images

Canhão na cidade de Budva, em Montenegro.

Na fotografia ao lado vemos um canhão de um antigo forte, posicionado bem acima do nível do mar e destinado a abater embarcações de invasores, lançando balas de ferro contra elas.

Em uma situação como essa, em que o nível horizontal de lançamento **não é** o mesmo nível horizontal em que se encontra o alvo, convém definir o alcance horizontal de modo diferente do que fizemos até aqui.

O que importa agora é a distância que a bala pode percorrer, medida na horizontal, desde o ponto de lançamento até chegar ao mar. O ângulo de lançamento para que essa distância seja máxima **não é** mais igual a 45°, mesmo desprezando influências do ar. Sua determinação, no entanto, será omitida neste estudo.

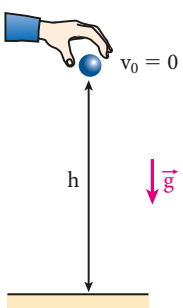
Queda livre e lançamento horizontal

Para um corpo em queda livre a partir do repouso, temos, em módulo:

$$v_0 = 0$$

e

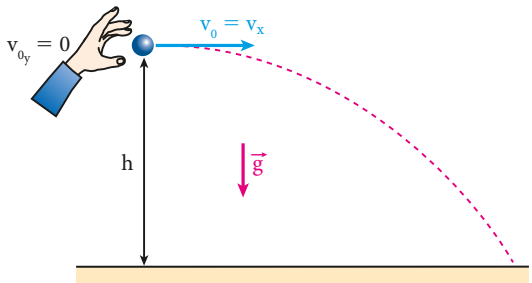
$$\alpha = g$$



Esquema de queda livre.

Para um corpo lançado horizontalmente com velocidade $\vec{v}_0$, desprezadas as influências do ar, temos, em módulo:

$$v_x = v_0 \quad v_{0_y} = 0 \quad \alpha_y = g$$



Esquema de lançamento horizontal.

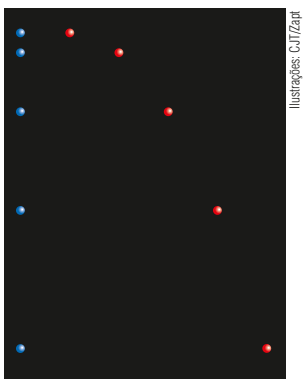
Portanto, **na vertical**, os dois movimentos citados têm as mesmas características. Por isso, o tempo de queda de um corpo lançado horizontalmente e de um corpo abandonado em queda livre, da mesma altura **h**, é igual, **independentemente da velocidade inicial horizontal** do primeiro.

Tanto para o lançamento horizontal como para a queda livre, temos, em relação a um eixo vertical 0y orientado para baixo: $\Delta y = \frac{g}{2} t^2$

O tempo de queda $\mathbf{t_q}$ corresponde ao instante em que **Δy** é igual a **h**:

$$h = \frac{g}{2}(t_q)^2 \Rightarrow \boxed{t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

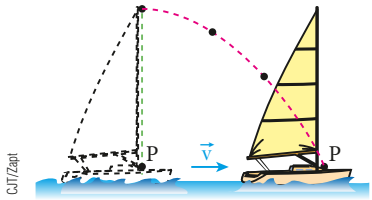
Na ilustração a seguir, que simula uma fotografia estroboscópica fielmente, vemos duas bolas: uma azul em queda livre a partir do repouso e uma vermelha lançada horizontalmente da mesma altura.



Ilustrações: CJT/Zapt

Podemos observar que, na vertical, os movimentos são idênticos. Além disso, podemos confirmar que o movimento da bola vermelha é uniforme na horizontal.

A próxima ilustração representa um barco em movimento retilíneo e uniforme, com velocidade de intensidade **v**. Uma bola de chumbo se desprende do topo do mastro, partindo de um ponto pertencente à mesma reta vertical que passa pelo ponto **P** do barco.



CJT/Zapt

Sendo desprezível a resistência do ar ao movimento da bola, sua velocidade na horizontal é constante e igual a $\vec{v}$. Por isso, ela cai no barco, atingindo-o no ponto **P**. Em relação ao solo, a trajetória da bola é um arco de parábola, mas, em relação ao barco, é um segmento de reta vertical.

Não fosse a influência do ar em seus movimentos, sucessivas bombas abandonadas de um avião voando horizontalmente em movimento retilíneo e uniforme estariam em uma mesma vertical, abaixo do avião, porque suas velocidades na horizontal seriam iguais à do avião.

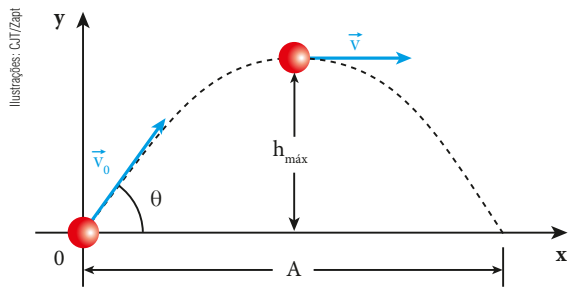
Bettmann/Corbis/Latinstock

Aeronave B-26 da força aérea dos EUA durante ataque a instalações nazistas na França. Maio de 1944.

Considerando-as pontos materiais, suas trajetórias em relação ao avião seriam segmentos de reta verticais e, em relação ao solo, seriam arcos de parábola.

QUESTÕES COMENTADAS

13 Um corpo é lançado obliquamente com velocidade $\vec{v}_0$ de módulo 50 m/s, sob um ângulo de lançamento θ (sen $\theta = 0{,}6$; cos $\theta = 0{,}8$), conforme indica a figura:



Ilustrações: CJT/Zapt

Calcule, considerando $g = 10\ m/s^2$ e desprezando a influência do ar:

a) a intensidade da velocidade $\vec{v}$ do corpo ao passar pelo vértice do arco de parábola;

b) o tempo de subida;

c) a altura máxima ($\mathbf{h}_{máx}$);

d) o alcance horizontal (**A**).

RESOLUÇÃO

a) A velocidade no ponto mais alto da trajetória é igual à componente horizontal da velocidade inicial: $v = v_{0_x}$

$$v = v_0 \cdot \cos\theta = 50 \cdot 0{,}8 \Rightarrow v = 40\ m/s$$

b) O tempo de subida é dado por:

$$t_s = \frac{v_0 \cdot \text{sen}\theta}{g} = \frac{50 \cdot 0{,}6}{10} \Rightarrow t_s = 3\ s$$

c) A altura máxima é dada por:

$$h_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\theta}{2g} = \frac{50^2 \cdot 0{,}6^2}{20} \Rightarrow h_{máx} = 45\ m$$

d) O alcance horizontal é calculado pela expressão:

$$A = \frac{(v_0)^2}{g} \cdot 2\ \text{sen}\,\theta \cdot \cos\theta$$

$$A = \frac{50^2}{10} \cdot 2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 \Rightarrow A = 240\ m$$

Respostas: a) 40 m/s; b) 3 s; c) 45 m; d) 240 m

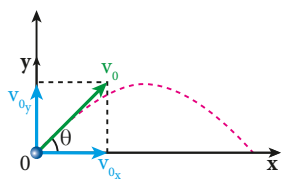
14 No instante $t_0 = 0$ s, um projétil é atirado para cima com ângulo de 45° em relação à horizontal, com velocidade de módulo $80\sqrt{2}$ m/s. Desprezando a influência do ar e considerando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) o(s) instante(s) em que o projétil se encontra a 140 metros acima do plano horizontal de lançamento;

b) o módulo da velocidade do projétil no instante $t = 2$ s.

RESOLUÇÃO

Adotemos o sistema de eixos representado na figura a seguir:



Temos:

$v_0 = 80\sqrt{2}$ m/s

$x_0 = 0, y_0 = 0$

$\theta = 45°$

$g = 10\ m/s^2$

$$v_{0_x} = v_0 \cdot \cos\theta = 80\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow v_{0_x} = 80\ m/s$$

$$v_{0_y} = v_0 \cdot \text{sen}\,\theta = 80\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow v_{0_y} = 80\ m/s$$

a) No eixo **y**, podemos escrever:

$y = y_0 + v_{0_y} t - \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow y = 80t - 5t^2$

Queremos saber quando **y** vale 140 m:

$140 = 80t - 5t^2 \Rightarrow t^2 - 16t + 28 = 0$

Assim, obtemos: $t_1 = 2\ s$ (durante a subida)

e $t_2 = 14\ s$ (durante a descida)

b) Em qualquer instante do movimento, a velocidade segundo o eixo **x** é igual a $\mathbf{v}_{0_x}$:

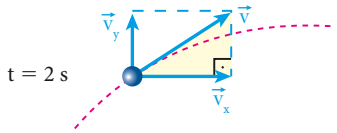
$v_x = v_{0_x} = 80\ m/s$

Segundo o eixo **y**, a velocidade varia com o tempo, de acordo com a função: $v_y = v_{0_y} - g\,t$

$v_y = 80 - 10t$

Para $t = 2\ s$: $v_y = 80 - 10 \cdot 2 \Rightarrow v_y = 60\ m/s$

Aplicando o **Teorema de Pitágoras**, obtemos:



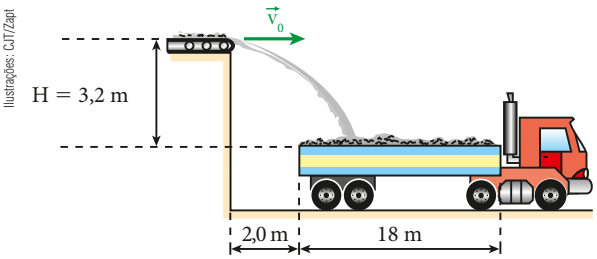
$v^2 = (v_x)^2 + (v_y)^2$

$v^2 = 80^2 + 60^2$

$v = 100\ m/s$

Respostas: a) 2 s (durante a subida) e 14 s (durante a descida); b) 100 m/s

15 Uma esteira transportadora lança minério horizontalmente com velocidade $\vec{v}_0$. Considere desprezível a influência do ar e adote $g = 10\ m/s^2$.



a) Determine o intervalo das intensidades de $\vec{v}_0$ para que o minério caia dentro da carroceria do caminhão.

b) Se o desnível **H** fosse maior, o intervalo citado no item anterior aumentaria, diminuiria ou permaneceria o mesmo?

RESOLUÇÃO

a) O tempo de queda do minério é dado por:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2}{10}} \Rightarrow t_q = 0{,}8\ s$$

A distância **d** percorrida pelo minério, na horizontal, durante a queda, é igual a $v_0\,t_q$:

$$d = v_0\,t_q = v_0 \cdot 0{,}8$$

Devemos ter: $2{,}0\ m < d < 20\ m$

Logo: $2{,}0 < v_0 \cdot 0{,}8 < 20$

Dividindo por 0,8 todos os termos da última expressão, obtemos:

$2{,}5\ m/s < v_0 < 25\ m/s$

b) Temos que: $2{,}0\ m < d < 20\ m$, em que $d = v_0\,t_q = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$

Logo: $2{,}0 < v_0\sqrt{\frac{2H}{g}} < 20$

Multiplicando todos os termos por $\sqrt{\frac{g}{2H}}$, obtemos:

$2{,}0\sqrt{\frac{g}{2H}} < v_0 < 20\sqrt{\frac{g}{2H}}$

Então, a "largura" do intervalo é igual a $18\sqrt{\frac{g}{2H}}$.

Portanto, se **H** fosse maior, o intervalo **diminuiria**.

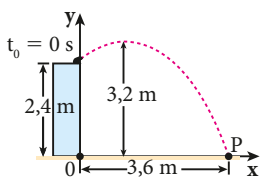
Respostas: a) Entre 2,5 m/s e 25 m/s;
b) O intervalo diminuiria.

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

16. Um canhão dispara projéteis com velocidade de módulo 300 m/s, estando situado em amplo terreno plano e horizontal. Sendo $g = 10\ m/s^2$ e desprezando influências do ar no movimento dos projéteis, determine a região desse terreno onde, certamente, eles não cairão.

17. Um sapo, colocado em cima de um muro, salta no instante $t_0 = 0\ s$ e chega ao ponto **P** do solo, como representa a figura ao lado.



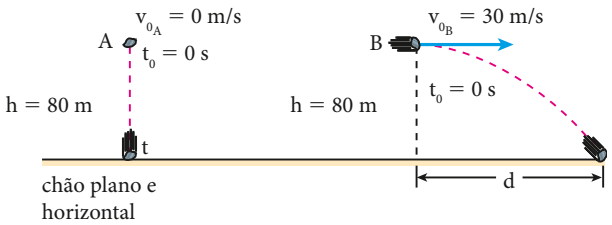
Desprezando a influência do ar e considerando **g** igual a $10\ m/s^2$, calcule:

a) o módulo da componente vertical da velocidade inicial do sapo;

b) o instante **t** em que ele atinge o solo;

c) o módulo da componente horizontal da velocidade do sapo.

18. No instante $t_0 = 0\ s$, uma pedra **A**, de massa **M**, foi abandonada a partir do repouso, de uma altura $h = 80\ m$. Nesse mesmo instante, uma pedra **B**, de massa 2M, foi lançada horizontalmente com velocidade $v_{0_B} = 30\ m/s$, a partir da mesma altura $h = 80\ m$.



Desprezando influências do ar e considerando $g = 10\ m/s^2$:

a) calcule o instante **t** em que a pedra **A** chega ao chão;

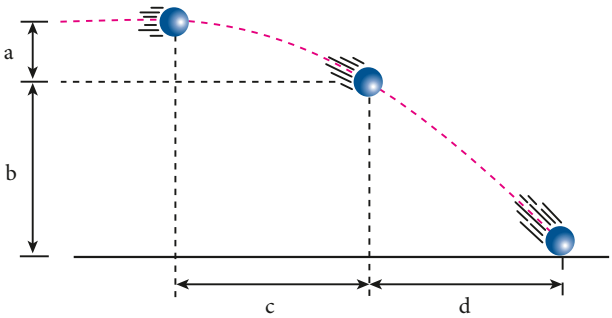
b) calcule a distância **d** percorrida pela pedra **B**, na horizontal, até chegar ao chão;

c) calcule o módulo da velocidade da pedra **A** imediatamente antes de tocar o chão;

d) determine os módulos das componentes horizontal ($\mathbf{v_x}$) e vertical ($\mathbf{v_y}$) da velocidade da pedra **B** imediatamente antes de ela tocar o chão.

19. A figura representa a fotografia estroboscópica de uma bola lançada horizontalmente nas proximidades da Terra:

Sendo a = 1 m e c = 4 m, calcule **b** e **d**.



20. Um avião que voa em linha reta, paralelamente ao solo, suposto plano e horizontal, tem velocidade constante de módulo 80 m/s. Em determinado instante, uma escotilha é aberta e larga-se uma bomba, que desce ao solo. Despreze a resistência do ar.

Considerando $g = 10\ m/s^2$ e assumindo para a altura do avião o valor $2{,}0 \cdot 10^3$ m, determine:

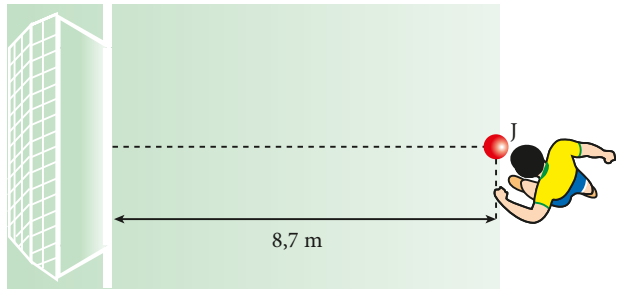
a) a distância percorrida pela bomba, na horizontal, desde o instante em que foi solta até o instante em que chegou ao solo;

b) a distância entre o avião e a bomba no instante em que esta toca o solo;

c) as formas das trajetórias da bomba em relação ao avião e em relação ao solo.

21. Um jogador de futebol, após driblar o goleiro, encontra-se no ponto **J** indicado na figura e chuta em direção ao meio do gol, como sugere a linha tracejada, com a meta completamente desguarnecida.

Use: $g = 10\ m/s^2$; sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,87.

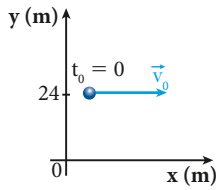


Ilustrações: CJT/Zapt

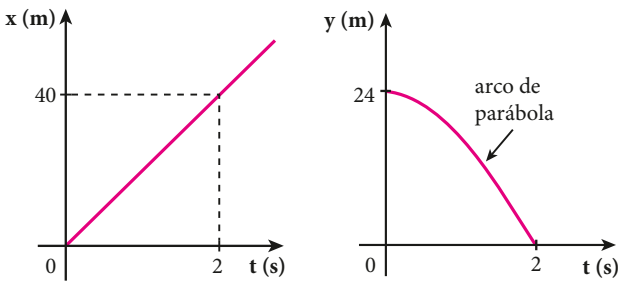
Sabendo que a bola, ao ser chutada, sai com velocidade de 20 m/s, formando 30° com o gramado, e que a altura da trave é de 2,44 m, diga, justificando com cálculos, se o gol aconteceu ou não. Despreze a influência do ar.

22. De uma nave estacionária, a 24 m de altura em relação ao solo plano e horizontal de um planeta **K**, uma esfera metálica é lançada horizontalmente com velocidade $\vec{v}_0$.

Sabe-se que a atmosfera do planeta praticamente não influi no movimento da esfera. As coordenadas **x** e **y** da esfera são lidas no sistema de referência representado na figura ao lado.



Além disso, essas cordenadas variam com o tempo **t** conforme os gráficos:



a) Calcule os módulos da velocidade inicial da esfera e da aceleração da gravidade na superfície do planeta **K**.

b) Trace, em seu caderno, um sistema cartesiano 0xy e represente a trajetória descrita pela esfera desde seu lançamento até a chegada ao solo.

23. No instante $\mathbf{t_1}$, uma pessoa parada na plataforma de uma estação ferroviária joga uma maçã verticalmente para cima, com velocidade inicial de módulo igual a 10 m/s, agarrando-a em seguida, no instante $\mathbf{t_2}$, na mesma altura da qual foi lançada.

Enquanto a maçã realizou esse movimento de sobe e desce, um trem passou pela estação em movimento retilíneo e uniforme, a 30 m/s. Considerando **g** igual a $10\ m/s^2$ e desprezando influências do ar, determine, em relação a um passageiro sentado no trem, o módulo do deslocamento vetorial da maçã entre os instantes $\mathbf{t_1}$ e $\mathbf{t_2}$.

CAPÍTULO 10

TRABALHO E POTÊNCIA

1. ENERGIA E TRABALHO

… E a luz de mais um dia estimula a fotossíntese, provocando uma verdadeira revolução bioquímica nos vegetais, o que lhes permite cumprir seu ciclo virtuoso de crescimento, viço e morte. Os animais, incluindo o ser humano, nutrem-se de acordo com sua posição na cadeia alimentar, o que lhes faculta crescer, andar, correr, reproduzir e lutar pela própria subsistência.

Mas que elixir é esse que movimenta a máquina da vida, tornando a Terra um planeta tão singular? Trata-se do mesmo substrato primordial, responsável por fazer operar todas as máquinas, dos automóveis aos caminhões, dos tratores aos guindastes, dos aviões às naves espaciais. Essa substância imponderável que possibilita o funcionamento de todos os organismos – vivos ou não – recebe o nome de **energia**.

Paiê Zuppani / Pulsar Imagens

A energia solar, constituída essencialmente de luz e calor, é o item preponderante na matriz energética terrestre. Pôr do sol no rio Paraguai, na Estação Ecológica de Taiamã (MT). Novembro de 2010.

As usinas hidrelétricas são acionadas pela energia da água represada em grandes reservatórios; as instalações termelétricas queimam derivados de petróleo, carvão ou outros materiais; as usinas nucleares baseiam-se na fissão de núcleos de urânio, do qual são extraídas quantidades fantásticas de energia. Todo esse intercâmbio energético visa iluminar cidades, acionar fábricas e fazer funcionar geladeiras, fornos de micro-ondas, computadores, bem como todos os dispositivos que tornam a vida humana mais segura e confortável.

A energia comporta-se como um camaleão fugaz que surge e ressurge sob os mais variados matizes e mantos. Verifica-se em todas as estruturas – das micro às macro – uma verdadeira simbiose em que uma determinada quantidade de energia se pulveriza em doses menores sempre, porém, de totalização idêntica à porção original. A energia térmica obtida na combustão da gasolina no motor de um carro, por exemplo, transforma-se parcialmente em energia de movimento do veículo, mais energia térmica e acústica, geradas de várias formas, inclusive pelo atrito entre as peças.

Isaac **Newton** (1642-1727) não conjeturou em suas teorias o conceito de energia. Para ele, toda a Mecânica era estruturada na noção de força. Foi o matemático, cientista e filósofo alemão Gottfried Wilhelm von **Leibniz** (1646-1716) quem esboçou as primeiras ideias sobre energia, afirmando que o ímpeto de movimento manifestado por alguns corpos se devia a uma espécie de "força viva" intrínseca ao corpo, que ele chamou de *vis viva*, expressão extraída do latim. O físico e médico suíço Daniel **Bernoulli** (1700-1782) aprimorou a noção de energia ao publicar seus estudos sobre escoamento de fluidos. Ele notou que, em situações de pressão constante, um aumento na velocidade de certos líquidos ocorria sempre à custa da diminuição na altura da tubulação em relação a um nível de referência determinado. Mas dois cientistas estabeleceram os contornos definitivos para o conceito de energia e sua conservação: o alemão Julius Robert von **Mayer** (1814-1878) e o inglês James Prescott **Joule** (1818-1889), como estudaremos no Capítulo **11**.

Definir amplamente energia de modo axiomático ou verbal é tarefa muito difícil. Por isso pretendemos introduzir essa noção de forma gradual, contando com o bom senso, a intuição e a vivência do leitor em cada contexto.

A palavra energia tem origem grega – *ergos* – e significa **trabalho**. O conceito de trabalho que desenvolveremos neste capítulo difere da noção de ocupação, ofício ou profissão. Realizar trabalho em Física implica a **transferência de energia** de um sistema para outro e, para que isso ocorra, são necessários uma **força** e um **deslocamento** adequados.

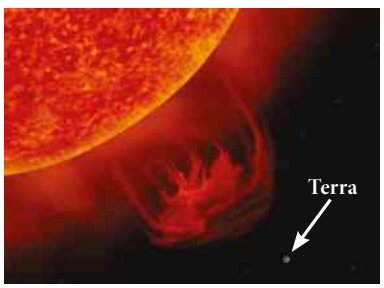
AMPLIANDO O **OLHAR**

O Sol – nossa grande "fornalha"

De onde vem a energia que alimenta a Terra e que supre as necessidades de todos os seres vivos, além de toda sorte de máquinas e equipamentos das mais diversas tecnologias? Vem direta ou indiretamente do **Sol** (do latim, *solis*), estrela-mãe de nosso sistema planetário, que irradia luz, calor e outras formas de energia eletromagnética em todas as direções, despejando sobre o nosso planeta, em média, 1 366 joules por segundo, por metro quadrado de superfície irradiada. Esse número é conhecido como **Constante solar**.

Nos vegetais, a energia solar sintetiza, pelo processo da fotossíntese, a formação de glicose, nutriente vital. Esses vegetais vão servir de alimento para diversos outros organismos, inclusive alguns mamíferos, prestando-se como base de uma cadeia alimentar que se estende até o ser humano. Da cana-de-açúcar, do milho, da mamona e de outros insumos de origem vegetal derivam-se vários tipos de combustíveis, como o etanol e o biodiesel. De vegetais e outros substratos decompostos ao longo de milhões de anos advêm o petróleo e o carvão mineral, itens ainda primordiais na matriz energética do planeta. A energia dos ventos (eólica) também provém primariamente da energia solar, que trabalha para movimentar as diversas camadas atmosféricas. O mesmo ocorre com a energia das marés (maremotriz) e a energia hídrica, proveniente de hidrelétricas. É importante lembrar que a água líquida existente na Terra está condicionada à privilegiada posição do planeta em relação ao Sol e ao regime de chuvas, totalmente dependente de manifestações solares.

Em comparação com o Sol, a Terra é um pequeno grão de poeira cósmica. A distância da estrela ao nosso planeta varia de 147,1 milhões de quilômetros, no periélio, a 152,1 milhões de quilômetros, no afélio. A energia radiante solar gasta cerca de 8 min e 18 s para atingir a Terra, transpondo algo como 150 milhões de quilômetros, o que equivale a **uma unidade astronômica – UA**, à velocidade da luz: $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. A massa da estrela é 332 830 vezes a da Terra e o raio médio, 108,97 vezes o do nosso planeta. Seriam necessárias cerca de 109 Terras para cobrir o disco solar ou, o que é mais impressionante, caberiam aproximadamente 1,3 milhão de Terras dentro do Sol.



Luis Moura

Nesta ilustração (em cores fantasia), produzida por computador, você pode comparar as dimensões da Terra com as do Sol.

Já no século XIX, os astrônomos sabiam que a energia solar não poderia ser gerada por combustão, uma vez que, por essa via, o Sol se manteria brilhante por apenas 10 mil anos. Tampouco a Teoria do Colapso Gravitacional, proposta pelo físico alemão Hermann Ludwig Ferdinand von **Helmholtz** (1821-1894), explicou satisfatoriamente a energia emanada do Sol. Segundo essa teoria, o Sol poderia brilhar por somente 20 milhões de anos, o que contrariava evidências geológicas que indicam ainda hoje que a Terra, e também o Sol, têm idade estimada em 4,5 bilhões de anos.

Em 1937, Hans Albrecht **Bethe** (1906-2005) propôs uma nova explicação, aceita atualmente, para a procedência da energia solar: ela provém de reações termonucleares, de **fusão nuclear**, em que quatro prótons, pertencentes a quatro núcleos de hidrogênio, se aglutinam para formar uma partícula α, núcleo do átomo de hélio. Dessa forma, o Sol, constituído por 73,46% de hidrogênio e 24,85% de hélio – portanto, quase a totalidade da estrela – teria "combustível" suficiente para mais 6,5 bilhões de anos, aproximadamente. Na transformação dos quatro prótons em uma partícula α, há uma "perda" de massa de 0,7%. Essa redução de matéria, fruto do contínuo processo de fusão nuclear, é transformada em energia de acordo com a equação de Albert **Einstein**, $E = mc^2$.

A esfera solar, constituída basicamente por gases e plasma, tem três partes bem distintas: o **núcleo**, onde se processam as reações de fusão nuclear, e cujas temperaturas são da ordem de 13 600 000 K; a **região radioativa**, intermediária; e a **região convectiva**. Nesta parte, a energia produzida no núcleo é levada à superfície pela movimentação de massas quentes que se deslocam por diferença de densidades. A região convectiva é coberta por uma tênue camada, denominada **fotosfera**, que é a "capa" externa que caracteriza as imagens do Sol captadas de observatórios astronômicos.

As camadas acima da fotosfera constituem a **atmosfera solar**. A primeira, imediatamente superior, é a **cromosfera**, com temperaturas variando de 6 000 K a 30 000 K. A camada mais externa chama-se **coroa solar.** Esta é extremamente rarefeita e se estende para além do Sistema Solar. As razões da elevação da temperatura desde a fotosfera até as camadas sobrejacentes é fato ainda não devidamente explicado pelos cientistas, constituindo-se em um grande enigma para os astrofísicos que estudam o Sol.

DAN SCHECHTER/SPL/Latinstock

Nesta fotografia, obtida por ocasião de um eclipse total do Sol ocorrido em 1999, pode-se observar o disco lunar cobrindo, perfeitamente, o disco solar. Nota-se claramente, além do círculo escuro, a presença da coroa solar.

O Sol desfruta de um equilíbrio hidrodinâmico em que forças opostas trabalham concomitantemente: uma é a força gravitacional, dirigida para o núcleo, que tende a prensar toda a massa da estrela em sua região central, onde se registram pressões da ordem de 340 bilhões de vezes a pressão atmosférica da Terra ao nível do mar, e a outra é uma força de pressão que empurra as massas quentes produzidas no núcleo para a região superficial (convecção).

Devido à estrutura gasosa do Sol, o movimento de rotação da estrela imprime diferentes velocidades angulares em pontos superficiais da região equatorial e da região polar. Próximo ao equador do Sol, o período de rotação é de 25 dias terrestres, aproximadamente, enquanto que nas vizinhanças dos polos, é cerca de 34 dias. Isso provoca ciclicamente, a cada 11 anos em média, inversão no campo magnético da estrela, o que acarreta na Terra as chamadas tempestades solares, que são interferências magnéticas significativas e maior incidência de partículas procedentes da coroa solar.

Barcroft Media via Getty Images

Aurora boreal em Lapland, no norte da Finlândia.

As tempestades solares podem afetar satélites artificiais terrestres e as telecomunicações em geral, com possibilidade de transtornos nas transmissões de rádio, TV e telefonia celular. Esse *blackout* pode trazer problemas na operação de aeroportos, estações ferroviárias e sistemas que dependem de GPS (sigla em inglês para *Global Positioning Sistem*). As tempestades solares também proporcionam efeitos belíssimos, como a intensificação de auroras boreais e austrais. Nesses casos, o céu é aclarado por rajadas multicoloridas (predominantemente verdes e vermelhas) devido à interação de partículas solares em alta velocidade com o campo magnético do planeta, mais intenso nas regiões polares.

Mas o Sol esgotará seu combustível nuclear... A grande "fornalha" colapsará, transformando-se primeiro em uma gigante vermelha e por fim em uma anã branca. Os primeiros sintomas desse colapso serão notados na Terra por um grande aumento de temperatura que fará evaporarem todas as águas da superfície do planeta. Por fim, todos os planetas do Sistema Solar serão "engolidos" pelo Sol.

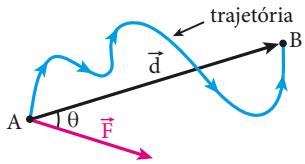
Com isso, todo o tipo de vida por aqui se extinguirá! A boa notícia, porém, é que isso ainda demandará muito tempo, cerca de cinco bilhões de anos...

Observe no esquema a seguir o ciclo de vida do Sol.

BIS

2. TRABALHO DE UMA FORÇA CONSTANTE

Consideremos a figura a seguir, em que uma partícula é deslocada de **A** até **B**, ao longo da trajetória indicada.



Várias forças, não representadas, estão atuando na partícula, incluindo $\vec{F}$, que é constante, isto é, tem intensidade, direção e sentido invariáveis.

Seja $\vec{d}$ o deslocamento vetorial da partícula de **A** até **B** e θ o ângulo formado por $\vec{F}$ e $\vec{d}$.

O trabalho (τ) da força $\vec{F}$ no deslocamento de **A** a **B** é a grandeza escalar dada por:

$$\tau = |\vec{F}|\,|\vec{d}|\cos\theta$$

ou

$$\tau = F\,d\cos\theta$$

NOTAS

- O produto $|\vec{d}|\cos\theta$ é a projeção de $\vec{d}$ na direção de $\vec{F}$. Assim, podemos dizer que o trabalho de uma força constante é calculado pelo produto da intensidade da força pela projeção do deslocamento na direção da força.
- O produto $|\vec{F}|\cos\theta$, por sua vez, é a projeção de $\vec{F}$ na direção de $\vec{d}$. Assim, podemos dizer que o trabalho de uma força constante é calculado pelo produto do módulo do deslocamento pela projeção da força na direção do deslocamento.
- Se $\vec{F}$ ou $\vec{d}$ forem nulos, teremos $\tau = 0$.
- O deslocamento vetorial $\vec{d}$ tem origem no ponto de partida e extremidade no ponto de chegada da partícula.

No Sistema Internacional (**SI**), o trabalho é medido em **joule** (**J**), em homenagem a James Prescott **Joule**.

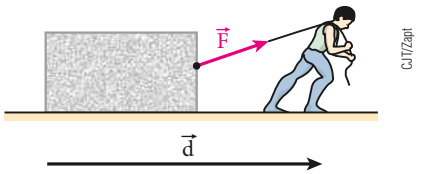
3. SINAIS DO TRABALHO

O trabalho é uma grandeza algébrica, isto é, admite valores positivos e negativos. O que impõe o sinal do trabalho é o cos θ, já que $|\vec{F}|$ e $|\vec{d}|$ são quantidades sem sinal.

Trabalho motor

Para $0 \leqslant \theta < 90°$, temos $\cos\theta > 0$ e, por isso, $\tau > 0$. Nesse caso, o trabalho é denominado **motor**.

O trabalho de uma força é motor quando esta é "favorável" ao deslocamento.

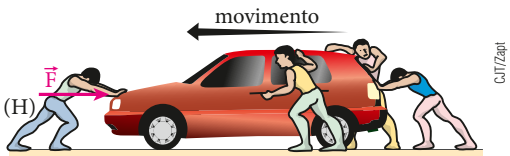


No exemplo acima, a força $\vec{F}$ que o homem exerce na caixa por meio da corda realiza trabalho motor (positivo). Isso ocorre pelo fato de $\vec{F}$ ser "favorável" ao deslocamento $\vec{d}$.

Trabalho resistente

Para $90° < \theta \leqslant 180°$, temos $\cos\theta < 0$ e, por isso, $\tau < 0$. Nesse caso, o trabalho é denominado **resistente**.

O trabalho de uma força é resistente quando esta é "desfavorável" ao deslocamento.



No exemplo acima, o trabalho da força exercida pelo homem **H** sobre o carro é resistente (negativo). Isso ocorre pelo fato de a referida força ser "desfavorável" ao deslocamento do carro (para a esquerda).

Nesta fotografia, um guindaste ergue um contêiner verticalmente. O trabalho das forças exercidas pelos cabos de aço no contêiner é motor (positivo), enquanto o trabalho do peso do contêiner é resistente (negativo).

4. CASOS PARTICULARES IMPORTANTES

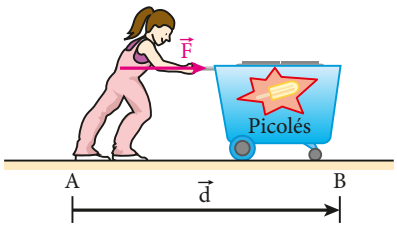
$\vec{F}$ e $\vec{d}$ têm mesma direção e mesmo sentido

Neste caso, $\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1$. Assim, o trabalho é calculado por: $\tau = F\,d\cos\theta$

Logo: $\tau = F\,d \cdot 1 \Rightarrow \tau = F\,d$

Este é o caso em que a força realiza seu trabalho **máximo**.

Ilustrações: CJT/Zapt

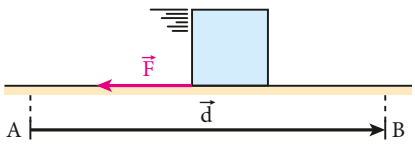


No exemplo acima, a força $\vec{F}$ (constante) que a vendedora de sorvetes exerce em seu carrinho tem a mesma direção e o mesmo sentido que o deslocamento vetorial $\vec{d}$ de **A** até **B**. O trabalho de $\vec{F}$ pode ser calculado por $\tau = F\,d$.

$\vec{F}$ e $\vec{d}$ têm mesma direção e sentidos opostos

Neste caso, $\theta = 180°$ e $\cos\theta = -1$. Assim, o trabalho é calculado por: $\tau = F\,d\cos\theta$

Logo: $\tau = F\,d \cdot (-1) \Rightarrow \boxed{\tau = -F\,d}$



No exemplo acima, o bloco desloca-se de **A** para **B** ao longo de um plano horizontal áspero. Nesse deslocamento ($\vec{d}$), o bloco sofre a ação da força de atrito $\vec{F}$ (admitida constante), cujo trabalho pode ser calculado por $\tau = -F\,d$.

$\vec{F}$ e $\vec{d}$ são perpendiculares entre si

Neste caso, $\theta = 90°$ e $\cos\theta = 0$. Assim, o trabalho é calculado por: $\tau = F\,d\cos\theta$

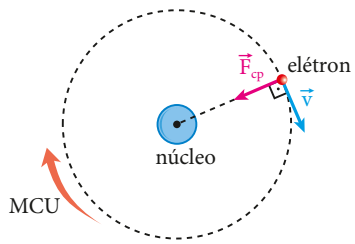
Logo: $\tau = F\,d \cdot 0 \Rightarrow \boxed{\tau = 0}$

Sempre que a força e o deslocamento forem perpendiculares entre si, a força **não** realizará trabalho.

Outro caso interessante é o da força centrípeta. Conforme vimos no Capítulo 7, a força centrípeta é, a cada instante, perpendicular à velocidade vetorial. Por isso, para intervalos de tempo elementares (extremamente pequenos), a força centrípeta é perpendicular aos respectivos deslocamentos elementares sofridos pela partícula, o que nos permite afirmar que:

A força centrípeta **nunca** realiza trabalho; seu trabalho é sempre nulo.

$$\tau_{(\vec{F}cp)} = 0$$



Esta figura, com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia, traz a representação clássica do átomo de hidrogênio, em que apenas um elétron realiza movimento circular e uniforme em torno do núcleo.

A resultante centrípeta que mantém o elétron em sua órbita é a força de atração eletrostática recebida do núcleo. Essa resultante não realiza trabalho, pois, a cada intervalo elementar de tempo, ela é perpendicular à direção do respectivo deslocamento.

JÁ PENSOU NISTO?

Uma nova montanha-russa?

A composição que aparece na imagem a seguir não é um novo modelo de montanha-russa.

É o monotrilho de São Paulo, nova alternativa que promete revolucionar o transporte público da capital paulista. A previsão é que o sistema entre em plena operação até 2020, transportando diariamente cerca de um milhão de passageiros.

O monotrilho é fabricado em alumínio e isso o torna 30% mais leve que versões similares feitas de aço. Essa maior leveza permite deslocamentos mais suaves e velozes. O comboio é totalmente elétrico, o que colabora para a obtenção de índices praticamente nulos de poluição.

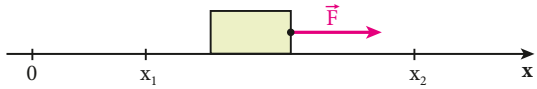
Uma novidade é que o veículo opera sem condutor. Seu controle é feito remotamente por um sistema de computadores existente em uma central. Para deslocamentos horizontais, tem-se que a força da gravidade (peso) e a força vertical recebida da estrutura de sustentação (força normal) não realizam trabalho. Isso ocorre porque essas forças são perpendiculares ao deslocamento.

Jales Valquer/Fotoarena

Teste com monotrilho de São Paulo. Dezembro de 2015.

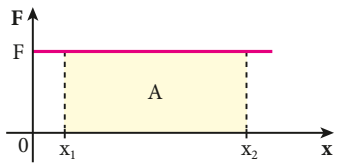
5. CÁLCULO GRÁFICO DO TRABALHO

No esquema a seguir temos um bloco percorrendo o eixo 0x. Ele se desloca sob a ação exclusiva da força $\vec{F}$, paralela ao eixo.



Façamos o gráfico do valor algébrico de $\vec{F}$ em função de **x**. O **valor algébrico de** $\vec{F}$ é o valor dessa força com relação ao eixo 0x. Esse valor é **positivo** quando $\vec{F}$ atua no sentido do eixo e **negativo** quando $\vec{F}$ atua em sentido oposto ao do eixo.

Considerando que $\vec{F}$ é constante, obtemos:



Tomemos a área **A**, destacada no diagrama. Teria essa área algum significado especial? Sim: ela fornece uma medida do valor algébrico do trabalho da força $\vec{F}$ ao longo do deslocamento do bloco, do ponto de abscissa x_1 ao ponto de abscissa x_2.

De fato, isso pode ser verificado fazendo-se:

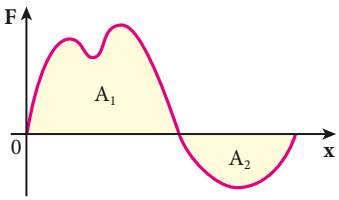
$$A = F\,(x_2 - x_1)$$

Veja que $x_2 - x_1 = d$, em que **d** é o módulo do deslocamento vetorial do bloco. Logo: $A = F\,d$

Recordando que o produto $F\,d$ corresponde ao trabalho de $\vec{F}$, obtemos:

$$A = \tau$$

Embora a última propriedade tenha sido apresentada com base em uma situação simples e particular, sua validade estende-se também ao caso de forças paralelas ao deslocamento, porém de valor algébrico variável.



F é o valor algébrico da força responsável pelo trabalho.

Entretanto, para esses casos, sua verificação requer um tratamento matemático mais elaborado.

$$A_1 + A_2 = \tau \text{ (soma algébrica)}$$

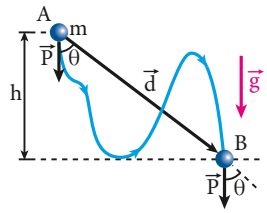
Em termos gerais, podemos enunciar que:

Dado um diagrama do valor algébrico da força atuante em uma partícula em função de sua posição, a "área" compreendida entre o gráfico e o eixo das posições expressa o valor algébrico do trabalho da força.

No entanto, a força considerada deve ser paralela ao deslocamento da partícula.

6. TRABALHO DA FORÇA PESO

Consideremos a partícula da figura abaixo, inicialmente situada no ponto **A**. Sob a ação de diversas forças, incluindo-se seu peso $\vec{P}$, ela sofre o deslocamento $\vec{d}$, atingindo o ponto **B**. De **A** até **B**, a partícula percorre a trajetória indicada:

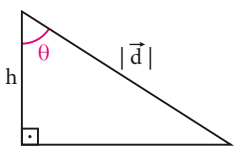


θ é o ângulo entre $\vec{P}$ e $\vec{d}$;
m é a massa da partícula;
g é a intensidade da aceleração da gravidade;
h é o desnível (diferença de alturas) entre **A** e **B**.

Admitindo que, de **A** até **B**, $\vec{g}$ seja constante, temos, como consequência, $\vec{P}$ constante. Diante disso, o trabalho de $\vec{P}$ pode ser calculado por:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}|\ |\vec{d}| \cos\theta \qquad \text{(I)}$$

Observando a geometria da figura, notamos:



$$h = |\vec{d}| \cos\theta \qquad \text{(II)}$$

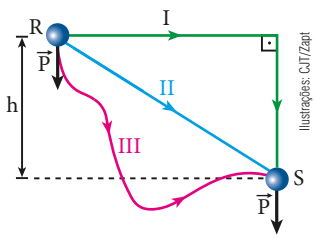
Substituindo (**II**) em (**I**), obtemos:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}|\,h \Rightarrow \tau_{\vec{P}} = P\,h = m\,g\,h$$

Como $\tau_{\vec{P}}$ só depende de **P** e **h**, concluímos que:

O trabalho da força peso é **independente** da trajetória descrita pela partícula.

Isso significa que, no caso da figura ao lado, qualquer que seja a trajetória descrita pela partícula ao se deslocar do ponto **R** ao ponto **S**, o trabalho de seu peso será o mesmo.



Ilustrações: CJT/Zapt

Em qualquer das trajetórias, **I**, **II** ou **III**, o trabalho de $\vec{P}$ vale: $\tau_{\vec{P}} = P\,h = m\,g\,h$.

Suponhamos agora que a partícula faça o deslocamento oposto, isto é, saia de **B** e atinja **A**.

O trabalho de $\vec{P}$ fica determinado ao se fazer:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}|\ |\vec{d}| \cos(180° - \theta)$$

Observando que $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$ (ângulos suplementares têm cossenos opostos), temos:

$$\tau_{\vec{P}} = -|\vec{P}|\ |\vec{d}| \cos\theta$$

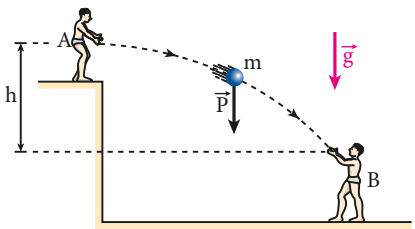
Como $h = |\vec{d}| \cos\theta$, obtém-se: $\tau_{\vec{P}} = -|\vec{P}|\,h$

Logo: $\tau_{\vec{P}} = -P\,h = -m\,g\,h$

Generalizando: $\tau_{\vec{P}} = \pm P\,h = \pm m\,g\,h$

Exemplos:

a)

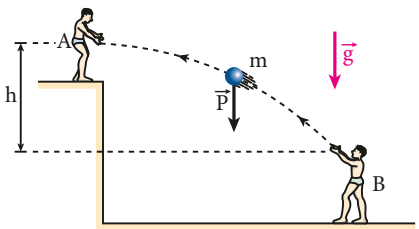


O garoto **A** joga a bola para o garoto **B**. Na descida, o trabalho do peso da bola é **motor** (**positivo**):

$$\tau_{\vec{P}} = +\,m\,g\,h$$

O trabalho do peso é **positivo** na descida.

b)



O garoto **B** joga a bola para o garoto **A**. Na subida, o trabalho do peso da bola é **resistente** (**negativo**):

$$\tau_{\vec{P}} = -m\,g\,h$$

O trabalho do peso é **negativo** na subida.

Na fotografia a seguir, um pêndulo oscila em um plano vertical sem ser influenciado significativamente pelo ar. Seja **m** a massa pendular, **g** a intensidade da aceleração da gravidade e **h** o desnível entre as posições mais alta e mais baixa ocupadas pelo corpo pendente da haste de peso desprezível. O trabalho da força peso é dado por **m g h** na descida e por **− m g h** na subida do sistema.

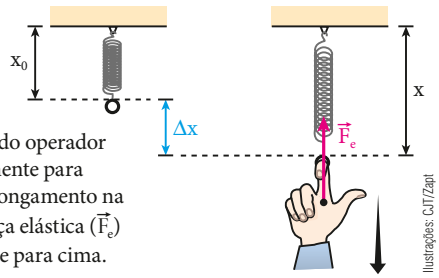
Thales Trigo

Entre as posições de inversão do sentido do movimento, o trabalho da força peso é nulo, já que essas duas posições estão no mesmo nível horizontal.

7. TRABALHO DA FORÇA ELÁSTICA

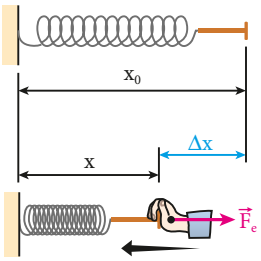
Admitamos uma mola sendo deformada em regime elástico pela mão de um operador. Nesse caso, a mola e a mão trocam, na região de contato, forças de ação e reação.

Chamemos de **força elástica** $(\vec{F}_e)$ a força aplicada pela mola na mão do operador. Essa força sempre "aponta" para a posição em que estaria a extremidade livre da mola, caso esta não estivesse deformada. Por isso, é denominada **força de restituição**.



À medida que a mão do operador é deslocada verticalmente para baixo, provocando alongamento na mola, ela recebe a força elástica $(\vec{F}_e)$ dirigida verticalmente para cima.

Ilustrações: CJT/Zapt

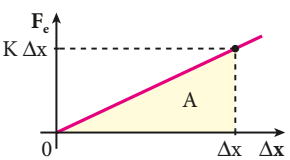


À medida que a mão do operador é deslocada horizontalmente para a esquerda, provocando compressão na mola, ela recebe a força elástica $(\vec{F}_e)$ dirigida horizontalmente para a direita.

A intensidade de $\vec{F}_e$ pode ser calculada pela **Lei de Hooke**, vista no Capítulo **5**: $F_e = K\,\Delta x$

em que **K** é a constante elástica da mola, e **Δx** é a deformação da mola (alongamento ou compressão).

Calculemos o trabalho de $\vec{F}_e$, traçando, inicialmente, o gráfico da intensidade F_e em função de **Δx** (o módulo do trabalho de $\vec{F}_e$ é dado pela "área" **A**, destacada no diagrama).



$$|\tau_{\vec{F}_e}| = A$$

$$|\tau_{\vec{F}_e}| = \frac{K\Delta x \cdot \Delta x}{2}$$

$$|\tau_{\vec{F}_e}| = \frac{K(\Delta x)^2}{2}$$

Levando em conta que $\tau_{\vec{F}_e}$ pode ser **motor** (+) ou **resistente** (−), escrevemos:

$$|\tau_{\vec{F}_e}| = \pm\frac{K(\Delta x)^2}{2}$$

O trabalho da força elástica é **motor** (+) na fase em que a mola está **retornando ao seu comprimento natural** e é **resistente** (−) na fase em que ela é **deformada** (alongada ou comprimida).

O trabalho da força elástica **independe** da trajetória de seu ponto de aplicação.

Analisemos, a título de exemplo, o caso de um garoto que vai lançar uma pedra utilizando um estilingue.

Thinkstock/Getty Images

Menino brincando com um estilingue.

Na fase de tracionamento, em que as tiras de borracha do dispositivo são esticadas, as forças elásticas realizam sobre a mão do garoto um trabalho **resistente** (negativo). No ato do lançamento, entretanto, essas forças realizam sobre a pedra um trabalho **motor** (positivo).

Uma força é denominada **conservativa** quando seu trabalho, entre duas posições, independe da trajetória descrita por seu ponto de aplicação.

Diante disso, temos que a força peso e a força elástica são conservativas. Entretanto, nem toda força satisfaz à definição anterior. A força de atrito, a força de resistência do ar e a força de resistência viscosa exercida pelos líquidos, por exemplo, têm trabalhos dependentes da trajetória, o que as torna não conservativas.

8. O TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA

Consideremos uma partícula de massa **m** que, em dado instante, tem, em relação a um determinado referencial, velocidade escalar **v**. Pelo fato de estar em movimento, dizemos que a partícula está energizada, ou seja, dizemos que ela está dotada de uma forma de energia denominada **cinética**.

A **energia cinética** (E_c) é a modalidade de energia associada aos movimentos, sendo quantificada pela expressão: $E_c = \frac{mv^2}{2}$

O enunciado do Teorema da Energia cinética é:

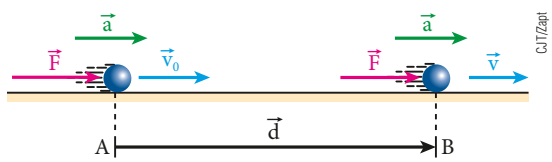
O trabalho total, das forças internas e externas, realizado sobre um corpo é igual à variação de sua energia cinética.

$$\tau_{total} = \Delta E_c = E_{c_{final}} - E_{c_{inicial}}$$

Demonstração (particular):

Na figura a seguir, temos uma pequena esfera maciça sujeita à ação da **força resultante** constante $\vec{F}$, paralela ao deslocamento. Sejam $\vec{a}$ a aceleração comunicada por $\vec{F}$, $\vec{v}_0$ a velocidade da esfera no ponto **A** e $\vec{v}$ sua velocidade no ponto **B**.

Seja, ainda, $\vec{d}$ o deslocamento da esfera de **A** até **B**.



CJT/Zapt

O trabalho de $\vec{F}$ no deslocamento de **A** até **B** (τ_{total}) é dado por: $\tau_{total} = F\,d$ (I)

Do **Princípio Fundamental da Dinâmica**, podemos escrever: $F = m\,a$ (II)

Nas condições descritas, a esfera realiza um movimento uniformemente variado.

Aplicando a **Equação de Torricelli**, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a\,d \Rightarrow d = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad \text{(III)}$$

Substituindo (**II**) e (**III**) em (**I**), segue:

$$\tau_{total} = m\,a\,\frac{(v^2 - v_0^2)}{2a} = \frac{m\,v^2}{2} - \frac{m\,v_0^2}{2}$$

Sabendo que $\frac{m\,v^2}{2} = E_{c_{final}}$ e $\frac{m\,v_0^2}{2} = E_{c_{inicial}}$, temos:

$$\tau_{total} = \Delta E_c = E_{c_{final}} - E_{c_{inicial}}$$

Embora tenhamos demonstrado o Teorema da Energia Cinética com base em uma situação simples e particular, sua aplicação é geral, estendendo-se ao

cálculo do trabalho total de forças constantes ou variáveis, conservativas ou não. O trabalho expresso pelo Teorema da Energia Cinética inclui também os trabalhos de forças internas, como as forças exercidas pela musculatura de uma pessoa que caminha ou aquelas decorrentes do funcionamento dos mecanismos de um carro.

Por exemplo, o trabalho total realizado sobre ciclistas em movimento em pistas horizontais é dado pela soma (algébrica) do trabalho motor (útil) realizado pelas forças musculares (forças internas) com o trabalho resistente das forças exercidas pelo ar e das forças de atrito nos eixos da bicicleta. É fundamental observar que, na hipótese de não haver derrapagens, as forças de atrito trocadas entre as rodas das bicicletas e o solo **não realizam trabalho**, já que essas forças são do tipo estático e não produzem deslocamento em seu ponto de aplicação (em cada instante, o ponto de contato do pneu com a pista apresenta velocidade nula).

Thinkstock/Getty Images

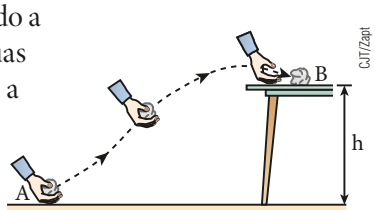
Ciclistas em movimento sobre pista horizontal: o trabalho motor provém das forças musculares.

Considerando que trabalho é igual à variação de energia cinética, trabalho e energia são grandezas físicas de iguais dimensões, isto é, que podem ser medidas nas mesmas unidades. Assim, a unidade de energia no Sistema Internacional (SI) também é o **joule (J)**.

9. TRABALHO NO ERGUIMENTO DE UM CORPO

No esquema abaixo, um corpo de massa **m**, inicialmente em repouso no ponto **A** do solo, é erguido por um operador, sendo deixado também em repouso no ponto **B** de uma mesa de altura **h**. No local, a intensidade da aceleração da gravidade é **g**.

Na subida, desprezando a influência do ar, só duas forças agem no corpo: a exercida pelo operador e a da gravidade (peso).



CJT/Zapt

Pretendemos calcular o trabalho (τ_{oper}) da força exercida pelo operador durante o erguimento do corpo.

$$\tau_{total} = \tau_{oper} + \tau_{peso} \qquad (I)$$

Mas, pelo **Teorema da Energia Cinética**:

$$\tau_{total} = E_{c_B} - E_{c_A} \qquad (II)$$

Comparando (**I**) e (**II**), temos:

$$\tau_{oper} + \tau_{peso} = E_{c_B} - E_{c_A}$$

Na subida, o trabalho do peso é resistente (negativo), sendo dado por: $\tau_{peso} = -m\,g\,h$

Temos, ainda: $E_{c_B} = \frac{m v_B^2}{2}$ e $E_{c_A} = \frac{m v_A^2}{2}$

Substituindo em (**III**), obtemos:

$$\tau_{oper} - m\,g\,h = \frac{m\,v_B^2}{2} - \frac{m\,v_A^2}{2}$$

Entretanto, $v_A = v_B = 0$, pois o corpo partiu do repouso em **A** e foi deixado em repouso em **B**. Logo:

$$\tau_{oper} - m\,g\,h = 0 \Rightarrow \boxed{\tau_{oper} = m\,g\,h}$$

JÁ PENSOU NISTO?

Realizamos trabalho ao subir escadas?

O Corpo de Bombeiros dispõe de um equipamento fundamental para combater incêndios em edifícios altos: é a **Escada Magirus**. Acoplada a um caminhão, essa escada permite que soldados levem mangueiras e outros instrumentos até a altura de onde provêm as chamas. Supondo que na subida a variação de energia cinética seja nula, podemos dizer que o trabalho das forças musculares de um bombeiro (forças internas) é dado pelo produto **m g h**, em que **m** é a massa erguida, **g** é a intensidade da aceleração da gravidade e **h** é a elevação vertical do centro de massa do sistema em relação ao nível inicial.

Ricardo Bastos/Fotoarena

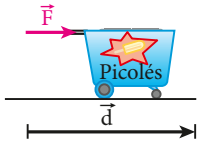
Corpo de Bombeiros combatendo incêndio no Museu da Língua Portuguesa. São Paulo, dezembro de 2015.

QUESTÕES COMENTADAS

1 Um homem empurra um carrinho ao longo de uma estrada plana, comunicando a ele uma força constante, paralela ao deslocamento, e de intensidade $3{,}0 \cdot 10^2$ N. Determine o trabalho realizado pela força aplicada pelo homem sobre o carrinho, considerando um deslocamento de 15 m.

RESOLUÇÃO

A situação descrita está representada a seguir:



Ilustrações: CJT/Zapt

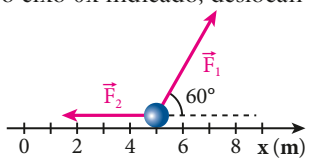
Sendo $\vec{F}$ e $\vec{d}$ de mesma direção e mesmo sentido, o trabalho de $\vec{F}$ fica dado por: $\tau_{\vec{F}} = F\,d$

Como $F = 3{,}0 \cdot 10^2$ N e $d = 15$ m, temos o seguinte:

$\tau_{\vec{F}} = 3{,}0 \cdot 10^2 \cdot 15$ (J) $\Rightarrow$ $\tau_{\vec{F}} = 4{,}5 \cdot 10^3$ J

Resposta: $4{,}5 \cdot 10^3$ J

2 Uma partícula percorre o eixo 0x indicado, deslocando-se da posição $x_1 = 2$ m para a posição $x_2 = 8$ m. Sobre ela, agem duas forças constantes, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, de intensidades respectivamente iguais a 80 N e 10 N.



Calcule os trabalhos de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ no deslocamento de x_1 a x_2.

RESOLUÇÃO

O trabalho de $\vec{F}_1$ é **motor** (positivo), sendo calculado por:

$\tau_{\vec{F}_1} = F_1\,d\cos\theta_1$

Com $F_1 = 80$ N, $d = x_2 - x_1 = 6$ m e $\theta_1 = 60°$, temos:

$\tau_{\vec{F}_1} = 80 \cdot 6 \cdot \cos(60°)$ (J) $\Rightarrow$ $\tau_{(\vec{F}_1)} = 240$ J

O trabalho de $\vec{F}_2$ é **resistente** (negativo), sendo calculado por: $\tau_{\vec{F}_2} = F_2\,d\cos\theta_2$

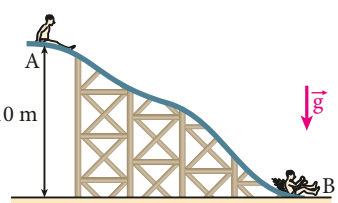
Tendo-se $F_2 = 10$ N, $d = 6$ m e $\theta_2 = 180°$, temos:

$\tau_{\vec{F}_2} = 10 \cdot 6 \cdot \cos(180°)$ (J) $\Rightarrow$ $\tau_{\vec{F}_2} = -60$ J

Respostas: 240 J e −60 J

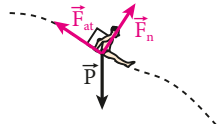
3 Um garoto de massa 40 kg partiu do repouso no ponto **A** do tobogã da figura a seguir, atingindo o ponto **B** com velocidade de 10 m/s.

Admitindo $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e desprezando o efeito do ar, calcule o trabalho das forças de atrito que agiram no corpo do garoto de **A** até **B**.



RESOLUÇÃO

Durante a descida, três forças agem no corpo do garoto:



$\vec{P}$: força da gravidade (peso);
$\vec{F}_n$: reação normal do tobogã;
$\vec{F}_{at}$: força de atrito.

O trabalho total, de todas as forças, é dado por:

$\tau_{total} = \tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}} + \tau_{\vec{F}_n}$

A parcela $\tau_{\vec{F}_n}$ é nula, pois $\vec{F}_n$ é, a cada instante, perpendicular à trajetória. Assim: $\tau_{total} = \tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}}$ (I)

Conforme o **Teorema da Energia Cinética**, temos que:

$$\tau_{total} = E_{c_B} - E_{c_A} \Rightarrow \tau_{total} = \frac{m\,v_B^2}{2} - \frac{m\,v_A^2}{2}$$

Como $v_A = 0$ m/s (o garoto partiu do repouso), temos:

$$\tau_{total} = \frac{m\,(v_B)^2}{2} \quad \text{(II)}$$

Comparando (**I**) e (**II**), obtém-se:

$$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\,(v_B)^2}{2} \Rightarrow m\,g\,h + \tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\,(v_B)^2}{2}$$

Logo: $\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\,(v_B)^2}{2} - m\,g\,h$

Sendo $m = 40$ kg, $v_B = 10$ m/s e $g = 10\ m/s^2$, calculemos $\tau_{\vec{F}_{at}}$:

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{40 \cdot (10)^2}{2} - 40 \cdot 10 \cdot 10\ (J)$$

Logo: $\tau_{\vec{F}_{at}} = -2{,}0 \cdot 10^3$ J

Resposta: $-2{,}0 \cdot 10^3$ J

4 Um pequeno objeto de massa 2,0 kg, abandonado de um ponto situado a 15 m de altura em relação ao solo, cai verticalmente sob a ação da força peso e da força de resistência do ar.

Sabendo que sua velocidade ao atingir o solo vale 15 m/s, calcule o trabalho da força de resistência do ar.

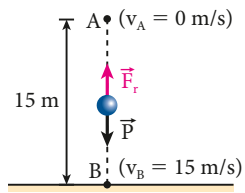
Dado: $g = 10\ m/s^2$

RESOLUÇÃO

Aplicando o **Teorema da Energia Cinética**, temos: $\tau_{total} = E_{c_B} - E_{c_A}$

$$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_r} = \frac{m\,v_B^2}{2} - \frac{m\,v_A^2}{2}$$

$$m\,g\,h + \tau_{\vec{F}_r} = \frac{m\,v_B^2}{2} - \frac{m\,v_A^2}{2}$$



Sendo $m = 2{,}0$ kg, $g = 10\ m/s^2$, $h = 15$ m, $v_A = 0$ m/s e $v_B = 15$ m/s, calculemos o trabalho da força de resistência do ar $(\tau_{\vec{F}_r})$:

$$2{,}0 \cdot 10 \cdot 15 + \tau_{\vec{F}_r} = \frac{2{,}0 \cdot (15)^2}{2} \Rightarrow 300 + \tau_{\vec{F}_r} = 225$$

Logo: $\tau_{\vec{F}_r} = -75$ J

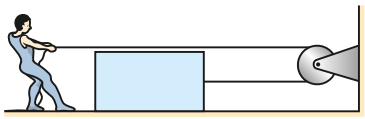
O resultado negativo refere-se a um trabalho **resistente**.

Resposta: −75 J

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

5. Na figura, o homem puxa a corda com uma força constante, horizontal e de intensidade $1{,}0 \cdot 10^2$ N, fazendo com que o bloco sofra, com velocidade constante, um deslocamento de 10 m ao longo do plano horizontal.

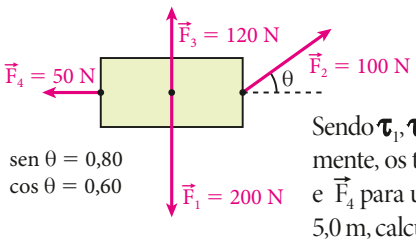


Ilustrações: CJT/Zapt

Desprezando a influência do ar e considerando o fio e a polia ideais, determine trabalho:

a) realizado pela força que o homem exerce na corda;
b) da força de atrito que o bloco recebe do plano horizontal de apoio.

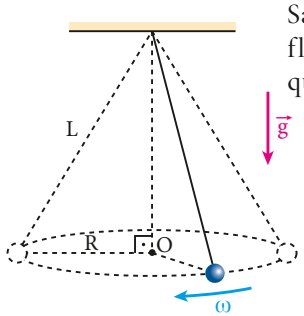
6. O bloco da figura acha-se inicialmente em repouso, livre da ação de forças externas. Em dado instante, aplica-se sobre ele o sistema de forças indicado, constituído por $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$, de modo que $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$ sejam perpendiculares a $\vec{F}_4$:



sen θ = 0,80
cos θ = 0,60

Sendo τ_1, τ_2, τ_3 e τ_4, respectivamente, os trabalhos de $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$ para um deslocamento de 5,0 m, calcule τ_1, τ_2, τ_3 e τ_4.

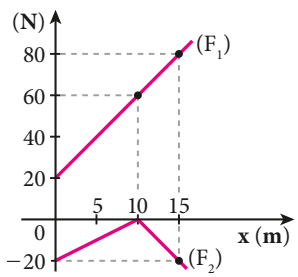
7. Na situação representada na figura, uma pequena esfera de massa m = 2,4 kg realiza movimento circular e uniforme com velocidade angular ω em torno do ponto **O**. A circunferência descrita pela esfera tem raio R = 30 cm e está contida em um plano horizontal. O barbante que prende a esfera é leve e inextensível e seu comprimento é L = 50 cm.



Sabendo que no local a influência do ar é desprezível e que g = 10 m/s², determine:

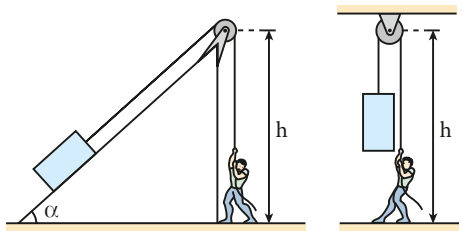
a) a intensidade da força de tração no barbante;
b) o valor de ω;
c) o trabalho da força que o barbante exerce sobre a esfera em uma volta.

8. O gráfico ao lado representa a variação do valor algébrico das duas únicas forças que agem em um corpo que se desloca sobre um eixo 0x. As forças referidas têm a mesma direção do eixo.
Calcule:



a) o trabalho da força $\vec{F}_1$, enquanto o corpo é arrastado nos primeiros 10 m;
b) o trabalho da força $\vec{F}_2$, enquanto o corpo é arrastado nos primeiros 10 m;
c) o trabalho da força resultante, para arrastar o corpo nos primeiros 15 m.

9. Nas duas situações representadas abaixo, uma mesma carga de peso **P** é elevada a uma mesma altura **h**:



Situação 1 Situação 2

Nos dois casos, o bloco parte do repouso, parando ao atingir a altura **h**. Desprezando todas as forças passivas, analise as proposições seguintes:

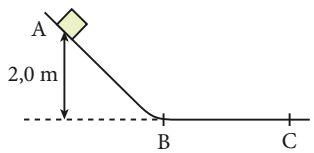
I. Na situação **1**, a força média exercida pelo homem é menos intensa que na situação **2**.
II. Na situação **1**, o trabalho realizado pela força do homem é menor que na situação **2**.
III. Em ambas as situações, o trabalho do peso da carga é calculado por −P h.
IV. Na situação **1**, o trabalho realizado pela força do homem é calculado por P h.

Entre as proposições:

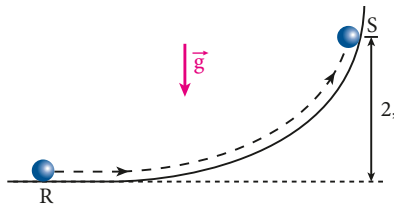
a) Todas são corretas.
b) Todas são incorretas.
c) Somente **II** e **III** são corretas.
d) Somente **I**, **III** e **IV** são corretas.
e) Somente **III** é correta.

10. Na figura, AB é um plano inclinado sem atrito e BC é um plano horizontal áspero. Um pequeno bloco parte do repouso no ponto **A** e para no ponto **C**.

Sabendo que o coeficiente do atrito cinético entre o bloco e o plano BC vale 0,40 e que a influência do ar é desprezível, calcule a distância percorrida pelo bloco nesse plano.



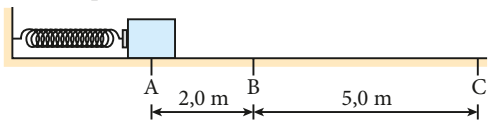
11. Uma esfera de massa 1,0 kg, lançada com velocidade 10 m/s no ponto **R** da calha vertical, encurvada conforme a figura, atingiu o ponto **S**, por onde passou com velocidade de 4,0 m/s.



Ilustrações: CJT/Zapt

Sabendo que no local do experimento $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, calcule o trabalho das forças de atrito que agiram na esfera em seu deslocamento de **R** até **S**.

12. Na situação esquematizada na figura, a mola tem massa desprezível, constante elástica igual a $1{,}0 \cdot 10^2$ N/m e está inicialmente travada na posição indicada, contraída de 50 cm. O bloco, cuja massa é igual a 1,0 kg, está em repouso no ponto **A**, simplesmente encostado na mola. O trecho AB do plano horizontal é perfeitamente polido e o trecho BC é áspero.



Em determinado instante, a mola é destravada e o bloco é impulsionado, atingindo o ponto **B** com velocidade de intensidade v_B. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10\ m/s^2$. Sabendo que o bloco para ao atingir o ponto **C**, calcule:

a) o valor de v_B;

b) o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio no trecho BC.

13. Na situação representada nas figuras **1** e **2**, a mola tem massa desprezível e está fixa no solo com o seu eixo na vertical. Um corpo de pequenas dimensões e massa igual a 2,0 kg é abandonado da posição **A** e, depois de colidir com o aparador da mola na posição **B**, aderindo a ele, desce e para instantaneamente na posição **C**.

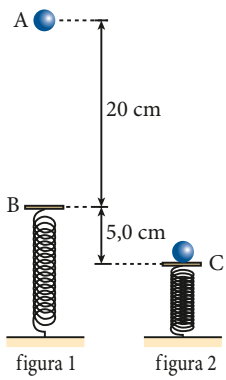


figura 1 figura 2

Adotando $g = 10\ m/s^2$ e desprezando o efeito do ar e a energia mecânica dissipada no ato da colisão, calcule:

a) o trabalho do peso do corpo no percurso AC;

b) o trabalho da força aplicada pela mola sobre o corpo no percurso BC;

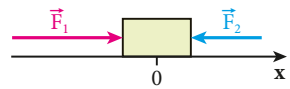
c) a constante elástica da mola.

14. Um dublê deverá gravar uma cena de um filme de ação na qual tiros serão disparados contra ele, que estará mergulhando nas águas de um lago profundo, descrevendo uma trajetória horizontal. Os projéteis serão expelidos com velocidade de intensidade v_0 e realizarão movimentos verticais a partir de uma altura **H** em relação à superfície líquida. No local, a aceleração da gravidade tem módulo **g** e a influência do ar é desprezível. Admitindo-se que dentro da água a força total de resistência que cada projétil recebe durante a penetração tem intensidade constante e igual ao triplo de seu peso, determine, em função de **H**, v_0 e **g**, a profundidade segura **p** em que o dublê deverá se deslocar para não ser atingido por nenhum projétil.

15. Cintos de segurança e *air bags* salvam vidas ao reduzirem as forças exercidas sobre o motorista e os passageiros em uma colisão. Os carros são projetados com uma "zona de enrugamento" na metade frontal do veículo. Se ocorrer um choque violento, o compartimento onde ficam os passageiros percorre uma distância de aproximadamente 1,0 m enquanto a frente do veículo é amassada.

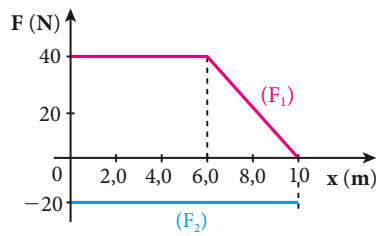
Um ocupante restrito pelo cinto de segurança e pelo *air bag* freia junto com o carro. Em contraste, um ocupante que não usa tais dispositivos restringentes continua movendo-se para a frente, com o mesmo módulo de velocidade (**Princípio da Inércia**), até colidir violentamente com o painel e/ou para-brisa. Como estas são estruturas resistentes, o infeliz ocupante é freado em uma distância sumária, de apenas 5,0 mm. Para um dado valor de velocidade inicial do carro, indiquemos por F_1 a intensidade da força que freia a pessoa quando ela não está usando o cinto de segurança e o carro não dispuser de *air bag* e por F_2 a intensidade da força que freia a pessoa no carro no caso em que ela dispõe dos dois dispositivos de segurança. Qual é o valor da relação $\frac{F_1}{F_2}$?

16. O bloco da figura tem 2,8 kg de massa e parte do repouso, na origem do eixo 0x.



Sobre ele, agem exclusivamente as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ representadas, cujos valores algébricos variam em função de **x**, conforme o gráfico.

Sabendo que $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são suprimidas na posição x = 10 m, determine a máxima velocidade escalar atingida pelo bloco.



17. Uma partícula de massa m = 10 kg acha-se em repouso na origem do eixo 0x, quando passa a agir sobre ela uma força resultante $\vec{F}$, paralela ao eixo. De x = 0 a x = 4,0 m, a intensidade de $\vec{F}$ é constante, de modo que F = 120 N. De x = 4,0 m em diante, $\vec{F}$ adquire intensidade que obedece à função: F = 360 − 60x (SI)

a) Trace o gráfico da intensidade de $\vec{F}$ em função de **x**.

b) Determine a velocidade escalar da partícula no ponto de abscissa x = 7,0 m.

10. POTÊNCIA

Na maioria das situações práticas, não basta dizer apenas que certo dispositivo é capaz de cumprir determinada função. Às vezes é importante definir em quanto tempo ele executa essa função.

Tomemos, por exemplo, o caso de um guindaste. Suponhamos que ele erga uma viga de 1 tonelada a uma altura de 10 metros. Uma pergunta importante que deve ser feita nessa situação é: em quanto tempo o guindaste ergue a viga?

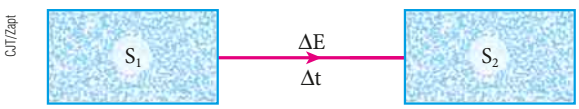
Do ponto de vista geral, a **potência** de um sistema consiste na rapidez com que ele realiza suas atribuições. A potência é tanto maior quanto menor é o intervalo de tempo utilizado na execução de uma mesma tarefa.

Dependendo do sistema em estudo, a potência recebe especificações diferentes. Falamos, por exemplo, de potência elétrica nos geradores, de potência térmica nos aquecedores e de potência mecânica quando estudamos a viabilidade de uma cachoeira para a instalação de um sistema de conversão hidrelétrico.

Quanto maior for a velocidade de rotação das facas de um liquidificador, menor será o intervalo de tempo que ele levará para triturar uma mesma quantidade de certo tipo de alimento. Assim, aumentando a velocidade de rotação das facas, estaremos aumentando a potência do sistema.

Potência média

Vamos considerar, agora, um sistema mecânico $\mathbf{S_1}$ que, durante um intervalo de tempo $\Delta\mathbf{t}$, transfere para um sistema mecânico $\mathbf{S_2}$ uma quantidade de energia $\Delta\mathbf{E}$.



Nesse processo, define-se **potência média** ($\mathbf{Pot_m}$) como o quociente da energia transferida ($\Delta\mathbf{E}$) pelo intervalo de tempo ($\Delta\mathbf{t}$) em que essa transferência ocorreu:

$$Pot_m = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Essa energia transferida equivale a um trabalho τ. Assim, a potência mecânica média também pode ser dada por:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

A unidade de potência é obtida pelo quociente da unidade de trabalho (ou energia) pela unidade de tempo:

$$\text{unid (Pot)} = \frac{\text{unid } (\tau)}{\text{unid (t)}}$$

No Sistema Internacional (SI): unid (τ) = joule (J); unid (t) = segundo (s)

Logo: $\text{unid (Pot)} = \frac{J}{s} = \text{watt (W)}$

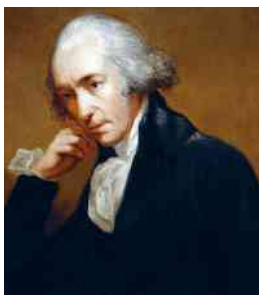
Um múltiplo muito usado do watt é o **quilowatt** (**kW**): $1\ kW = 10^3\ W$

Outro múltiplo também usado frequentemente é o **megawatt** (**MW**): $1\ MW = 10^6\ W$

Embora não pertencentes ao Sistema Internacional (SI), são também muito empregadas as seguintes unidades de potência:

- cavalo-vapor (cv): 1 cv ≅ 735,5 W
- *horse-power* (HP): 1 HP ≅ 745,7 W

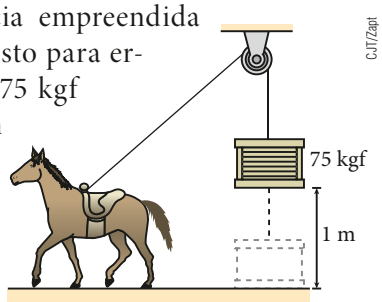
James Watt (1736-1819) foi um engenheiro escocês de fundamental importância no desenvolvimento e aprimoramento de máquinas térmicas, que constituíram a essência tecnológica de um dos períodos mais notáveis da história: a Revolução Industrial.


James Watt, Carl Frederik von Breda, 1792

Retrato de James **Watt**, pintado por Carl Frederik von Breda em 1792. Science Museum, Londres.

Os mecanismos mais importantes projetados por ele eram acionados por vapor de água em alta pressão, obtido a partir da ebulição do líquido em caldeiras. Outros engenhos, porém, utilizavam tração animal, rodas-d'água e moinhos de vento.

Um **cavalo-vapor** (cv), como foi definido por Watt, era a potência empreendida por um cavalo robusto para erguer uma carga de 75 kgf a uma altura de um metro durante um segundo.



$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{m\,g\,h}{\Delta t} = \frac{75 \cdot 9{,}807\ m/s^2 \cdot 1m}{1\ s}$$

Logo: $Pot_m \cong 735{,}5\ W$

Potência instantânea

Definimos a potência média em um intervalo de tempo Δt. Se fizermos esse intervalo de tempo tender a zero, teremos, no limite, a **potência instantânea**, que pode ser expressa matematicamente por:

$$Pot = \lim_{\Delta t \to 0} Pot_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\tau}{\Delta t}$$

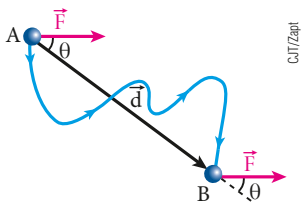
NOTA

Em uma situação em que a potência é constante, o valor instantâneo iguala-se ao médio.

Relação entre potência instantânea e velocidade

Em vários problemas de Mecânica, há interesse em se relacionar a potência com a velocidade. Conhecendo, por exemplo, a intensidade da velocidade de um veículo, podemos determinar a potência útil fornecida por seu motor.

Estudemos a situação, em que uma partícula é deslocada de **A** para **B** ao longo da trajetória indicada, sob a ação da força $\vec{F}$ (constante), dentre outras forças:



CJT/Zapt

Sejam $\vec{d}$ o deslocamento vetorial de **A** até **B** e θ o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$. O trabalho de $\vec{F}$ de **A** até **B** pode ser calculado por: $\tau = |\vec{F}||\vec{d}| \cos \theta$ (I)

A potência média de $\vec{F}$ nesse deslocamento é:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (**I**) em (**II**), segue:

$$Pot_m = \frac{|\vec{F}|\,|\vec{d}| \cos \theta}{\Delta t}$$

O quociente $\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$, entretanto, é o módulo da velocidade vetorial média ($\vec{v}_m$) da partícula.

Assim: $Pot_m = |\vec{F}||\vec{v}_m| \cos \theta$

A potência instantânea de $\vec{F}$ é obtida passando-se o último resultado ao limite, para o intervalo de tempo tendendo a zero ($\Delta t \to 0$):

$$Pot = \lim_{\Delta t \to 0} Pot_m = \lim_{\Delta t \to 0} \left(|\vec{F}|\,|\vec{v}_m| \cos \theta\right)$$

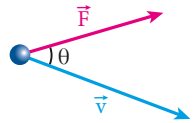
Diante desse limite, os valores médios transformam-se em instantâneos e obtemos:

$$Pot = |\vec{F}|\,|\vec{v}| \cos \theta$$

Em notação mais simples: $Pot = F\,v \cos \theta$

NOTA

Observe na expressão acima que θ é o ângulo formado entre $\vec{F}$ e $\vec{v}$:



Caso particular importante: $\theta = 0°$

Nesse caso, $\vec{F}$ e $\vec{v}$ têm a mesma orientação, isto é, mesma direção e sentido.

Se $\theta = 0°$, então $\cos \theta = 1$.

Portanto: $Pot = F\,v$

Na fotografia a seguir, observamos um ônibus espacial sendo impulsionado no ato do lançamento por dois foguetes. A força propulsora ($\vec{F}$) recebida pelo sistema tem a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade ($\vec{v}$) e, por isso, sua potência fica determinada pelo produto $Pot = F\,v$.

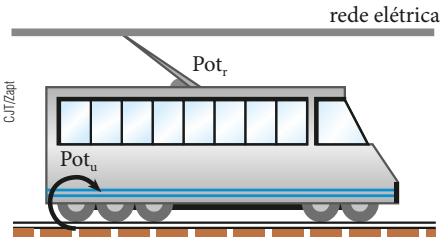
NASA

Lançamento de ônibus espacial.

11. RENDIMENTO

A noção de rendimento é largamente utilizada em diversos segmentos da atividade humana, sobretudo nas áreas técnicas. Fala-se, por exemplo, que o rendimento de um carro não está bom. Até nos esportes é comum mencionar que um determinado atleta não está rendendo como de costume.

Tome como exemplo a figura abaixo, em que uma locomotiva elétrica se acha em movimento para a direita.



Suponhamos que ela receba da rede uma potência **Pot**$_r$. Será que toda a potência recebida é utilizada no movimento? Claro que não! Uma parte é dissipada, perdendo-se por efeito de atritos: aquecimento e ruídos, dentre outros.

Sendo **Pot**$_u$ a potência útil (utilizada no movimento) e **Pot**$_d$ a potência dissipada, temos:

$$Pot_u = Pot_r - Pot_d$$

O rendimento (η) da locomotiva, por sua vez, é calculado pelo quociente da potência útil (**Pot**$_u$) pela potência recebida (**Pot**$_r$).

$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_r}$$

Esse exemplo pode ser estendido a outros casos. Em termos gerais, diz-se que:

O **rendimento** (η) de um sistema físico qualquer é dado pelo quociente da potência útil (**Pot**$_u$) pela potência recebida (**Pot**$_r$).

O rendimento é adimensional (não tem unidades) por ser definido pelo quociente de duas grandezas medidas nas mesmas unidades. É expresso geralmente em porcentagem, bastando, para isso, multiplicar seu valor por 100%.

O rendimento de um sistema físico real é sempre inferior a 1 ou a 100%, pois, em razão das dissipações sempre existentes, a potência útil é sempre menor que a recebida.

De fato: $\eta = \frac{Pot_u}{Pot_r} \Rightarrow \eta = \frac{Pot_r - Pot_d}{Pot_r}$

Portanto: $\eta = 1 - \frac{Pot_d}{Pot_r}$

A ocorrência de $\eta = 1$ ou 100% implica $Pot_d = 0$, o que é inviável em termos reais. Dizemos que o rendimento de um sistema é baixo quando a potência útil é bem menor que a recebida e que o rendimento de um sistema é alto quando a potência útil é pouco menor que a recebida.

Gerar energia elétrica com menos impacto ambiental?

Uma modalidade de energia que vem sendo utilizada cada vez em maior escala é a **eólica**, proveniente das correntes de ar (ventos). O aproveitamento desse tipo de energia, considerada energia limpa por não causar poluição, pode ser observado em regiões áridas ou desérticas, como no oeste dos Estados Unidos, nos estados da Califórnia, de Nevada e do Arizona, além de alguns estados do Nordeste brasileiro.

O vento age nas pás dos rotores, fazendo-as girar. Esse movimento é transmitido aos eixos de geradores, que disponibilizam em seus terminais tensão elétrica. A potência útil disponível em cada ventoinha é sempre menor que a potência recebida do vento, já que sempre ocorrem dissipações. Isso indica que o rendimento de cada sistema captador é menor que 100%.

Mourão Panda/FotoArena

Maior complexo eólico da América Latina, localizado nos municípios Caetité, Guanambi e Igaporã, na Bahia. Dezembro de 2014.

AMPLIANDO O **OLHAR**

Árvores laboriosas: trabalho no erguimento de água e os rios voadores da Amazônia

Quem disse que existem apenas rios líquidos escoando ao longo de calhas bem definidas, esculpidas pela água durante anos a fio, e que esses rios serpenteiam rumo a rios maiores ou mesmo em direção ao mar?

Pois bem, a Floresta Amazônica despeja na atmosfera através de suas muitas árvores – estimadas em cerca de 600 bilhões de unidades, sabidamente, um verdadeiro manto verde equatorial – uma quantidade enorme de vapor de água, que supera em massa o que o Rio Amazonas verte diariamente em sua foz no Oceano Atlântico (cerca de 17 bilhões de toneladas de água). Calcula-se que cada árvore de grande porte transfira sozinha do subsolo para o ar aproximadamente 1 000 L de água a cada 24 horas. Existe sobre nós, por conseguinte, um imenso rio voador!

Fábio Colombini

Carapanauba. Manaus (AM). Setembro de 2014. As árvores puxam água existente no subsolo permitindo que ela evapore através de suas folhas. Trata-se de um incrível mecanismo da biosfera responsável por dotar de umidade a atmosfera terrestre.

E essa enorme massa de H_2O viaja transversalmente pelo céu do Brasil, do noroeste para o sudeste, irrigando o solo e possibilitando condições favoráveis e controladas de vida.

Trata-se de um processo sofisticado e eficaz, diferente do verificado nos gêiseres, que se constituem de dutos que fazem conexão com o subsolo. Nesse caso, o vapor de água em alta pressão produzido pelo magma superaquecido, devido à súbita descompressão, explode em jatos líquidos para a atmosfera.

A floresta lança sobre um quadrilátero imaginário com vértices aproximadamente em São Paulo, Buenos Aires, Cordilheira dos Andes e Cuiabá um grande rio aéreo que faz chover regularmente em toda essa região. É importante notar que esse quadrilátero situa-se em uma latitude – a implacável latitude 30° Sul – na qual ocorrem desertos em outras partes do mundo, como o *Atacama*, no Chile, o *Kalahari*, na África, e o *Outback*, na Austrália. Sendo irrigada pelas chuvas amazônicas, essa área da América do Sul escapa sorrateira da cruel estatística dos desertos, sendo atualmente a responsável por 70% do PIB (Produto Interno Bruto) do continente. Somos, pois, uma exceção e isso é uma verdadeira dádiva, não é mesmo?

Essa poderosíssima usina ambiental, equivalente a 50 mil Itaipus, depende, porém, de sutilezas para continuar funcionando e a principal delas é a preservação da floresta. Agressões, como queimadas e desmatamentos, podem ser fatais, impactando imediatamente essa fantástica engrenagem e conduzindo o Centro-Oeste, o Sudeste e o Sul brasileiros a situações de escassez de chuvas – secas – e desabastecimento de água, como temos vivenciado nos dias atuais.

LACAZ RUIZ/FOTOARENA

Represa do Jaguari, São José dos Campos (SP). Outubro de 2014. Imagens como esta têm permeado os noticiários brasileiros nos últimos tempos. Seca na Região Sudeste? Quem diria? A natureza reclama e a contrapartida exigida para uma possível reversão desse quadro é restaurar as florestas – reflorestar.

Com um olhar para os malefícios da abertura indiscriminada de áreas agrícolas na Amazônia, cabe, portanto, uma maior reflexão da sociedade no que se refere a legislações ambientais, especialmente em pontos que deliberam sobre queimadas e desmatamentos.

Sem as florestas, o meio ambiente caminhará para um colapso e o homem, cujo conforto e estabilidade dependem sobremaneira da harmonia e sustentabilidade ambientais, sucumbirá, padecendo com severas crises de oferta de insumos básicos, a começar por falta de água.

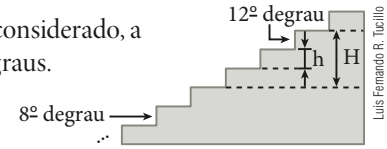
Fonte de pesquisa: Documento *O Futuro Climático da Amazônia* – Relatório de Avaliação Científica, do cientista ambiental Professor Antônio Donato Nobre (PhD), Articulación Regional Amazónica (ARA). Disponível em: <www.ipam.org.br/biblioteca/livro/O-Futuro-Climatico-da-Amazonia/758>. Acesso em: 27 nov. 2015.

QUESTÕES COMENTADAS

18 O Teste Margaria de corrida em escada é um meio rápido de medida da potência anaeróbica de uma pessoa. Consiste em fazê-la subir uma escada de dois em dois degraus, cada um com 18 cm de altura, partindo com velocidade escalar constante de uma distância de alguns metros da escada. Quando pisa no 8º degrau, a pessoa aciona um cronômetro, que se desliga quando pisa no 12º degrau. Se o intervalo de tempo registrado para uma pessoa de 70 kg foi de 2,8 s e considerando-se a aceleração da gravidade com módulo igual a 10 m/s^2, qual é a potência média determinada por esse método?

RESOLUÇÃO

No intervalo de tempo considerado, a pessoa subiu quatro degraus.



$H = 4\,h \Rightarrow H = 4 \cdot 18\,(cm) \Rightarrow H = 72\,cm = 0{,}72\,m$

O trabalho τ das forças musculares da pessoa, ao subir a escada com velocidade constante, é calculado por: $\tau = m\,g\,h$

Sendo $m = 70\,kg$, $g = 10\,m/s^2$ e $H = 0{,}72\,m$, temos:

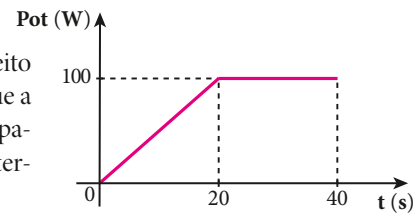
$\tau = 70 \cdot 10 \cdot 0{,}72\,(J) \Rightarrow \tau = 504\,J$

A potência média despendida na subida da escada fica dada por: $Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$

$Pot_m = \frac{504}{2{,}8}\,(W) \Rightarrow \boxed{Pot_m = 180\,W}$

Resposta: 180 W

19 Um bloco de 15 kg de massa repousa sobre uma mesa horizontal e sem atrito. No instante $t_0 = 0$ s, passa a agir sobre ele uma força cuja potência é dada em função do tempo, conforme o gráfico seguinte:

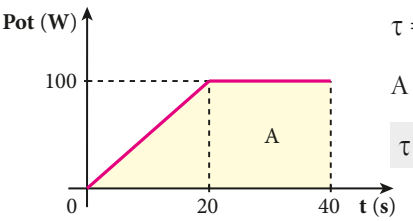


Desprezando o efeito do ar e supondo que a força referida seja paralela à mesa, determine:

a) o trabalho da força sobre o bloco de $t_0 = 0$ s até $t_1 = 40$ s;
b) o módulo da velocidade do bloco no instante $t_1 = 40$ s.

RESOLUÇÃO

a) O trabalho é calculado pela "área" **A** destacada abaixo:



$\tau = A$

$A = \frac{(40 + 20)100}{2}$

$\boxed{\tau = 3{,}0 \cdot 10^3\,J}$

b) A força em questão é a resultante sobre o bloco, o que nos permite aplicar o **Teorema da Energia Cinética**:

$\tau = E_{c_{40}} - E_{c_0} \Rightarrow \tau = \frac{m\,(v_{40})^2}{2} - \frac{m\,(v_0)^2}{2}$

Sendo $m = 15\,kg$, $v_0 = 0$ e $\tau = 3{,}0 \cdot 10^3\,J$, calculemos v_{40}:

$3{,}0 \cdot 10^3 = \frac{15\,(v_{40})^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_{40} = 20\,m/s}$

Respostas: a) $3{,}0 \cdot 10^3$ J; b) 20 m/s

20 O rendimento de determinada máquina é de 80%. Sabendo que ela recebe uma potência de 10,0 kW, calcule:
a) a potência útil oferecida;
b) a potência dissipada.

RESOLUÇÃO

a) O rendimento (η) pode ser expresso por: $\eta = \frac{Pot_u}{Pot_r}$

Sendo $\eta = 80\% = 0{,}80$ e $Pot_r = 10{,}0\,kW$, temos:

$Pot_u = \eta\,Pot_r \Rightarrow Pot_u = 0{,}80 \cdot 10{,}0\,kW$

Portanto: $\boxed{Pot_u = 8{,}0\,kW}$

b) $Pot_u = Pot_r - Pot_d \Rightarrow Pot_d = Pot_r - Pot_u$

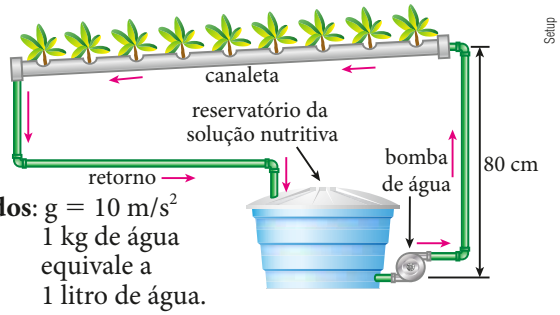
Logo: $Pot_d = 10{,}0\,kW - 8{,}0\,kW \Rightarrow \boxed{Pot_d = 2{,}0\,kW}$

Respostas: a) 8,0 kW; b) 2,0 kW

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

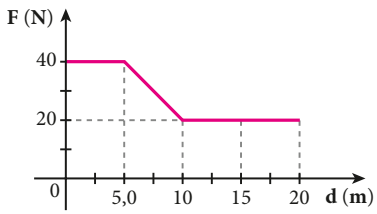
21. A hidroponia consiste em um método de plantio fora do solo em que as plantas recebem seus nutrientes de uma solução, que flui em canaletas, e é absorvida pelas raízes. Por meio de uma bomba hidráulica, em determinada horta hidropônica, a solução é elevada até uma altura de 80 cm, sendo vertida na canaleta onde estão presas as mudas. Devido a uma ligeira inclinação da canaleta, a solução se move para o outro extremo, lá sendo recolhida e direcionada ao reservatório do qual a bomba reimpulsiona o líquido, como mostra a figura a seguir.



Dados: $g = 10\ m/s^2$
1 kg de água equivale a 1 litro de água.

Suponha que nessa horta hidropônica foi empregada uma bomba com potência de 20 W. Se toda a potência dessa bomba pudesse ser empregada para elevar a água até a canaleta, a cada um segundo (1,0 s) que volume de água fluiria no sistema?

22. O gráfico a seguir mostra a variação da intensidade de uma das forças que agem em uma partícula em função de sua posição sobre uma reta orientada. A força é paralela à reta.



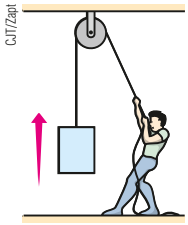
Sabendo que a partícula tem movimento uniforme com velocidade de 4,0 m/s, calcule, para os 20 m de deslocamento descritos no gráfico:

a) o trabalho da força;

b) sua potência média.

23. A usina hidrelétrica de Itaipu é uma obra conjunta do Brasil e do Paraguai que envolve números gigantescos. A potência média teórica chega a 12600 MW quando 18 unidades geradoras operam conjuntamente, cada qual com uma vazão próxima de 700 m^3 por segundo. Suponha que a água da represa adentre as tubulações que conduzem o líquido às turbinas com velocidade praticamente nula e admita que os geradores aproveitem praticamente 100% da energia hídrica disponível. Adotando para a aceleração da gravidade o valor 10 m/s^2 e sabendo que a densidade da água é igual a $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$, determine o desnível entre as bocas das tubulações e suas bases, onde estão instaladas as turbinas das unidades geradoras.

24. No arranjo da figura, o homem faz com que a carga de peso igual a 300 N seja elevada com velocidade constante de 0,50 m/s.



Considerando a corda e a polia ideais e o efeito do ar desprezível, determine:

a) a intensidade da força com que o homem puxa a corda;

b) a potência útil da força exercida pelo homem.

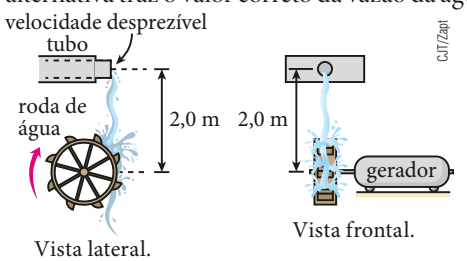
25. Um paraquedista desce com velocidade constante de 5,0 m/s. O conjunto paraquedas e paraquedista pesa 100 kgf. Considerando $g = 9{,}8\ m/s^2$, podemos dizer que a potência dissipada pelas forças de resistência do ar tem módulo:

a) 0,50 kW
b) 4,9 kW
c) 5,0 kW
d) 49 kW
e) 50 kW

26. Sabe-se que a intensidade da força total de resistência recebida por um carro de Fórmula 1 em movimento sobre o solo plano e horizontal é diretamente proporcional ao quadrado da intensidade de sua velocidade. Admita que, para manter o carro com velocidade $v_A = 140$ km/h, o motor forneça uma potência útil $P_A = 30$ HP. Que potência útil $\mathbf{P}_B$ deverá o motor fornecer para manter o carro com velocidade $v_B = 280$ km/h?

27. Sob a ação de uma força resultante constante e de intensidade 20 N, uma partícula parte do repouso, adquirindo um movimento cuja função horária das velocidades escalares é $v = 2kt$ (SI), sendo **k** uma constante adimensional e positiva. Sabendo que, no instante $t = 1$ s, a potência da força resultante sobre a partícula vale 200 W, determine o valor de **k**.

28. O esquema a seguir representa os principais elementos de um sistema rudimentar de geração de energia elétrica. A água que sai do tubo com velocidade praticamente nula faz girar a roda, que, por sua vez, aciona um gerador. O rendimento do sistema é de 80% e a potência elétrica que o gerador oferece em seus terminais é de 4,0 kW. Sabendo a densidade da água (1,0 g/cm^3) e a aceleração da gravidade (10 m/s^2), qual alternativa traz o valor correto da vazão da água?



a) $0{,}025\ m^3/s$
b) $0{,}050\ m^3/s$
c) $0{,}10\ m^3/s$
d) $0{,}25\ m^3/s$
e) $0{,}50\ m^3/s$

DESCUBRA **MAIS**

1 Admita que no teste de um carro, realizado em uma pista plana e horizontal, o veículo parta do repouso e atinja 100 km/h ao fim de 3 s, de modo que nessa arrancada nenhuma de suas rodas derrape. Desconsidere os efeitos do ar. Que forças são responsáveis pela aceleração do carro e que forças são responsáveis pela variação de sua energia cinética?

Potência em cachoeiras

O Brasil é um dos países de maior potencial hídrico do mundo, superado apenas pela Rússia e pelo Canadá. Esse potencial traduz a quantidade de energia mecânica aproveitável das águas dos rios por unidade de tempo. Dos 250 000 MW disponíveis em nosso país, cerca de 20% (50 000 MW) são transformados em potência elétrica nas muitas usinas hidrelétricas espalhadas pelo território nacional, predominantemente nas regiões Sudeste e Sul.

O potencial hídrico (potência hídrica média teórica) de uma queda-d'água depende da densidade absoluta da água (μ), do volume de líquido que despenca por unidade de tempo – vazão em volume (**Z**) –, da intensidade da aceleração da gravidade (**g**) e do desnível entre o topo da cachoeira e seu sopé (**h**).

Vamos admitir, no cálculo a seguir, que a água apresenta velocidade praticamente nula ao se precipitar do alto da cachoeira e que **m** seja a massa de água que despenca do topo da cachoeira em um intervalo de tempo Δt.

O trabalho τ realizado pelas forças da gravidade para transportar a massa **m** do topo até o sopé da queda-d'água é dado por:

$$\tau = m\,g\,h \qquad \text{(I)}$$

A potência hídrica média teórica envolvida no processo, porém, é determinada pela relação:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (**I**) em (**II**), temos:

$$Pot_m = \frac{m\,g\,h}{\Delta t} \qquad \text{(III)}$$

Representemos por **V** o volume de água correspondente à massa **m**. A densidade absoluta da água é dada pelo quociente:

$$\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \mu\,V \qquad \text{(IV)}$$

Substituindo (**IV**) em (**III**), temos:

$$Pot_m = \frac{\mu\,V\,g\,h}{\Delta t}$$

Note que, na expressão anterior, o quociente $\frac{V}{\Delta t}$ representa a vazão em volume **Z** da cachoeira.

Assim: $Pot_m = \mu\,Z\,g\,h$

Para termos uma ideia da ordem de grandeza da potência hídrica média teórica disponível no sopé de uma cachoeira, consideremos uma queda-d'água com altura de 10 m, situada em um local em que $g = 10\ m/s^2$, por onde jorram 10 m^3 de água por segundo. Sendo de $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ a densidade absoluta da água, temos:

$Pot_m = \mu\,Z\,g\,h$

$Pot_m = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10\ (W)$

Portanto: $Pot_m = 1{,}0 \cdot 10^3\ kW = 1{,}0\ MW$

Observe que, para μ, **Z** e **g** constantes, a Pot_m é diretamente proporcional à altura **h** da queda-d'água. Dobrando-se **h**, por exemplo, a Pot_m também dobra.

Já para μ, **g** e **h** constantes, a Pot_m é diretamente proporcional à vazão **Z** de água que jorra pela cachoeira. Dobrando-se **Z**, por exemplo, a Pot_m também dobra.

Thinkstock/Getty Images

Cataratas do Iguaçu, Foz do Iguaçu (PR). Novembro de 2015. A potência hídrica média teórica disponível na base de uma cachoeira cresce com o desnível entre o topo e o sopé da queda-d'água e com a vazão de água que jorra. Essa potência, entretanto, não é totalmente aproveitável, já que sempre haverá perdas nos mecanismos de captação e conversão da energia.

Leia a seguir trechos de um texto sobre a matriz energética brasileira, publicado em novembro 2010 e reeditado em julho de 2014.

Brasil possui a matriz energética mais renovável do mundo industrializado [...]

O Brasil possui a matriz energética mais renovável do mundo industrializado com 45,3% de sua produção proveniente de fontes como recursos hídricos, biomassa e etanol, além das energias eólica e solar. As usinas hidrelétricas são responsáveis pela geração de mais de 75% da eletricidade do país. Vale lembrar que a matriz energética mundial é composta por 13% de fontes renováveis no caso de países industrializados, caindo para 6% entre as nações em desenvolvimento.[...]

O modelo energético brasileiro apresenta um forte potencial de expansão, o que resulta em uma série de oportunidades de investimento de longo prazo.[...]

Hoje, apenas um terço do potencial hidráulico nacional é utilizado. Usinas de grande porte a serem instaladas na região amazônica constituem a nova fronteira hidrelétrica nacional e irão interferir não apenas na dimensão do sistema de geração, mas também no perfil de distribuição de energia em todo o país, abrindo novas possibilidades de desenvolvimento regional e nacional.[...]

O Brasil possui uma matriz de energia elétrica que conta com a participação de 77,1% da hidroeletricidade. Energia proveniente de 140 usinas em operação, com perspectiva de aumento do uso dessa fonte. [...]

A previsão do Plano Decenal de Energia é que o País terá 71 novas usinas até 2017, com potencial de geração de 29 000 MW, sendo 15 na bacia do Amazonas, 13 na bacia do Tocantins-Araguaia, 18 no rio Paraná e 8 no rio Uruguai. As 28 usinas hidrelétricas planejadas na região amazônica têm no seu conjunto, a capacidade instalada de 22 900 MW.

Christian Rizzi/Fotoarena

Usina Hidrelétrica de Itaipu, localizada no rio Paraná, fronteira entre Brasil e Paraguai. Novembro de 2015.

O Brasil usa energia hidrelétrica desde o final do século 19, mas as décadas de 1960 e 1970 marcaram a fase de maior investimento na construção de grandes usinas. [...] Inaugurada em 1984 depois de um acordo binacional com o Paraguai, a Usina de Itaipu tem hoje potência instalada de 14 mil MW, com 20 unidades geradoras. Essa capacidade é suficiente para suprir cerca de 80% de toda a energia elétrica consumida no Paraguai e de 20% da demanda do sistema interligado brasileiro.

Já as usinas de Jirau e Santo Antônio – ainda em fase de construção, no Rio Madeira –, por exemplo, utilizam a tecnologia de turbinas bulbo, diminuindo o alagamento necessário e, consequentemente, efeitos negativos como o deslocamento de populações locais, a desapropriação de terras e o impacto ambiental. [...]

Disponível em: <www.brasil.gov.br/meio-ambiente/2010/11/matriz-energetica>. Acesso em: 27 nov. 2015.

A hidrelétrica com maior capacidade de geração de energia elétrica no mundo é a Usina de Três Gargantas, na China, com capacidade instalada de 22,5 mil MW.

REUTERS/Latinstock

Fotografia da Usina de Três Gargantas (2009), na província de Hubei, na China, que com 26 turbinas fornece uma potência total de 22 500 MW, maior que os 14 000 MW de potência instalada de Itaipu. É um projeto controverso que inundou importantes sítios arqueológicos e demoveu 1,1 milhão de pessoas, muito embora tenha colaborado para controlar enchentes no rio Yang-Tsé.

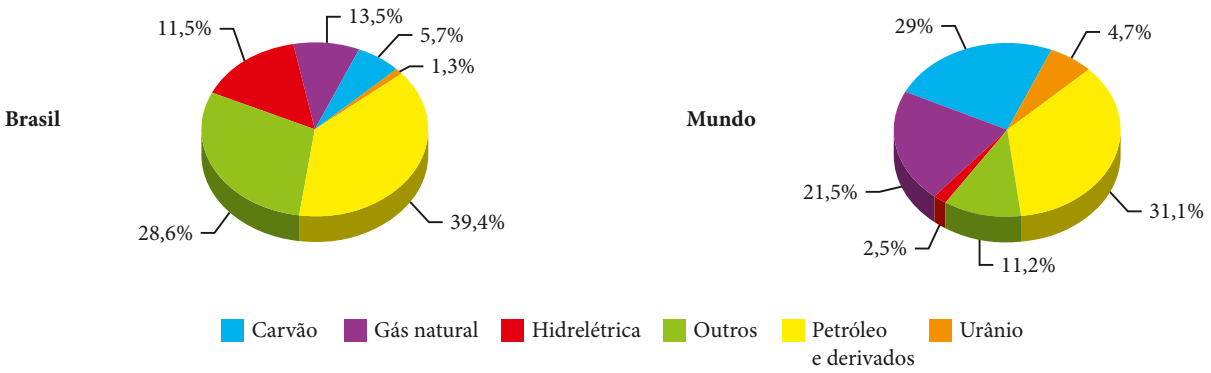
Observe ao lado uma tabela com algumas hidrelétricas brasileiras e sua potência instalada, e abaixo, dois gráficos que indicam a oferta interna de energia no Brasil e no mundo. Uma consideração: em 2016, começou a funcionar no Brasil a usina hidrelétrica de Belo Monte, na bacia do Rio Xingu, no Pará, com capacidade instalada de 11 GW e capacidade efetiva de geração de 4,5 GW.

Algumas usinas hidrelétricas brasileiras
Potência hídrica instalada (2014)

Nome	Capacidade (GW)	Rio	UF
Tucuruí I e II	8,54	Tocantins	PA
Itaipu (Parte brasileira)	7,00	Paraná	PR
Ilha Solteira	3,44	Paraná	SP
Xingó	3,16	São Franc.	SE
Paulo Afonso IV	2,46	São Franc.	AL
Santo Antônio	2,29	Madeira	RO
Itumbiara	2,08	Paranaíba	MG
São Simão	1,71	Paranaíba	MG
Gov. Bento Munhoz R. N.	1,68	Iguaçu	PR
Eng. Souza Dias (Jupiá)	1,55	Paraná	SP
Eng. Sérgio Motta	1,54	Paraná	MS
Jirau	1,50	Madeira	RO
Luiz Gonzaga (Itaparica)	1,48	São Franc.	BA
Itá	1,45	Uruguai	RS/SC
Marimbondo	1,44	Grande	MG

Fonte: <www.mme.gov.br/documents/1138787/0/Capacidade+Instalada+de+EE+2014.pdf/cb1d150d-0b52-4f65-a86b-b368ee715463>. Acesso em: 27 nov. 2015.

Oferta interna de energia no Brasil e no mundo



Fonte: <www.mme.gov.br/documents/1138787/1732840/Resenha+Energetica+-+Brasil+2015_pdf/4e6b9a34-6b2e-48fa-9ef8-dc7008470bf2>. Acesso em: 18 abr. 2015.

Compreensão, pesquisa e debate

1. Forneça quatro argumentos a favor da construção de usinas hidrelétricas e quatro argumentos contra.
2. De que forma as usinas hidrelétricas colaboram para aumentar o efeito estufa?
3. A matriz energética brasileira é considerada uma das mais limpas do mundo por se fundamentar em fontes renováveis de energia. O que vêm a ser essas fontes energéticas? Cite pelo menos cinco exemplos.
4. Quais os países cuja matriz energética descarta a maior quantidade de dejetos e resíduos poluentes no meio ambiente?
5. Como prover no futuro próximo, de forma sustentável, o crescimento populacional do planeta com energia limpa, agredindo minimamente o meio ambiente? Discuta com seus colegas e professores.

CAPÍTULO 11

ENERGIA MECÂNICA E SUA CONSERVAÇÃO

1. PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO — INTERCÂMBIOS ENERGÉTICOS

A **energia** desempenha um papel essencial em todos os setores da vida, sendo a grandeza mais importante da Física.

O Sol, a água, o vento, o petróleo, o carvão e o átomo são fontes que suprem o consumo atual de energia no mundo, mas, à medida que a população do planeta cresce e os itens de conforto à disposição da espécie humana se multiplicam, aumenta também a demanda por energia, exigindo novas alternativas e técnicas de obtenção.

Ao que tudo indica, o átomo será a principal fonte de energia do futuro. Por isso, ele vem sendo objeto de estudo nos principais centros de pesquisa, que também se preocupam em investigar o aproveitamento de suas potencialidades de modo seguro e eficaz.

A energia é uma grandeza única, mas, dependendo de como se manifesta, recebe diferentes denominações: energia térmica; energia luminosa; energia elétrica; energia química; energia mecânica; energia atômica, entre outras.

Jason Stang/Corbis /Latinstock

O equipamento usado pelo operário nesta imagem é dotado de uma lâmina em forma de disco que gira em alta velocidade. Na operação, a energia elétrica que alimenta a máquina se transforma essencialmente em energia mecânica (a lâmina e as fagulhas produzidas pelo atrito estão em movimento), térmica (as partes que se atritam se aquecem) e acústica (há produção de ruído).

Um dos preceitos mais amplos e fundamentais da Física é o **Princípio da Conservação da Energia**, segundo o qual se pode afirmar que:

> A energia total do Universo é **constante**, podendo haver apenas transformações de uma modalidade em outras.

Uma lâmpada incandescente, por exemplo, transforma energia elétrica em energia térmica. Seu filamento se aquece a tal ponto que se torna luminoso, transformando parte da energia térmica proveniente da corrente elétrica (efeito Joule) em energia luminosa.

Tudo teria começado com alusões à conservação da matéria. Talvez a referência mais antiga a esse respeito se deva ao poeta romano **Lucrécio**, contemporâneo de Júlio César (100 a.C.-49 a.C.). Ele escreveu em seu célebre poema *De Rerum Natura*:

"[...] As coisas não podem nascer do nada, nem desaparecer voltando ao nada [...]."

Passou muito tempo para que esse conceito fosse retomado e adquirisse base científica. A principal contribuição experimental foi dada pelo químico francês Antoine Laurent **Lavoisier** (1743-1794), considerado por muitos o criador da Química Moderna. Ele escreveu em 1789:

"[...] Devemos tomar como axioma incontestável que, em todas as operações da arte e da natureza, nada é criado; a mesma quantidade de matéria existe antes e após um experimento... e nada ocorre além de mudanças e modificações nas combinações dos elementos envolvidos [...]."

O princípio de Lavoisier, denominado depois **Princípio da Conservação da Massa**, mostrou-se extremamente fértil no desenvolvimento da Química e da Física.

SuperStock/Diomedia/Coleção particular.

Antoine Laurent **Lavoisier**
O **Princípio da Conservação da Massa**, de **Lavoisier**, pode ser assim resumido: "Na natureza, nada se cria, nada se perde, tudo se transforma".

O físico e médico alemão Julius Robert von **Mayer** (1814-1878) foi o primeiro a formular o conceito de conservação da energia.

Photo Researchers/Diomedia

Julius Robert von **Mayer** é o precursor da **Lei da Conservação da Energia**. Aplicando esse princípio à Termodinâmica, ele estabeleceu relações de igualdade entre trabalho mecânico e energia térmica, o que suscitou o surgimento da lei número **1** dessa área.

Em um ensaio de 1842, Mayer defendeu que:

"Quando uma quantidade de energia de qualquer natureza desaparece numa transformação, então se produz uma quantidade igual em grandeza de uma energia de outra natureza".

Estava lançada a semente da **Lei da Conservação da Energia**.

Na explosão de uma bomba atômica, várias formas de energia estão presentes. A energia nuclear desprendida é transformada principalmente em energia mecânica, térmica e radiante (luz visível e raios γ, que podem provocar degeneração celular nos seres vivos). Em uma visão clássica, considerando o **Princípio da Conservação da Energia**, podemos afirmar que a soma de todas as modalidades de energia liberadas pela bomba no ato da explosão é igual à energia inicial potencializada no artefato.

SPL/Latinstock

Explosão de uma bomba atômica no atol de Bikini, no Oceano Pacífico, em 1946.

O físico inglês James Prescott **Joule** (1818-1889) obteve em 1843, um ano depois da publicação de Mayer, com experimentos que se tornaram históricos, a relação quantitativa entre as unidades de calor e trabalho, verificando que 1 caloria = 4,1855 joules. Com isso, a noção de conservação da energia anexava-se também à Termodinâmica prática.

De forma mais abrangente, se considerarmos que o Universo é um sistema físico isolado, a **Lei da Conservação da Energia** estabelece que a energia total contida nesse sistema tem se mantido invariável desde os primórdios de sua formação.

O físico alemão Max **Planck** (1858-1947), considerado um dos mentores da Mecânica Quântica, campo fundamental da Física Moderna que estuda o comportamento de partículas elementares, foi o primeiro a exprimir matematicamente, em 1887, em termos rigorosos e gerais, essa lei fundamental da natureza. Assim ele se referiu ao conceito:

"A energia total (mecânica e não mecânica) de um sistema isolado, isto é, um sistema que não troca matéria nem energia com o exterior, mantém-se constante".

Experimentos recentes fundamentados nas teorias do físico alemão Albert **Einstein** (1879-1955) confirmam que no Universo ocorre, sim, a constância do conjunto massa e energia. Einstein se pronunciou em relação a essa concepção dizendo:

"[...] A Física pré-relativística contém duas leis de conservação cuja importância é fundamental – a Lei de Conservação da Massa e a Lei de Conservação da Energia –, em aparência, completamente independentes entre si. Por meio da Teoria da Relatividade elas se fundem em um único princípio [...]".

O processo de aniquilamento que se verifica quando se aglutinam um elétron e um pósitron – partículas elementares de massas iguais, cargas elétricas de mesmo módulo, porém de sinais contrários –, por exemplo, confirma tal afirmação. Ao se aniquilarem, essas partículas "desaparecem", mas em seu lugar nota-se a presença de radiação γ (onda eletromagnética de frequência muito alta), de energia equivalente à massa de repouso das duas partículas mais a energia cinética associada a elas antes do processo. Essa equivalência entre massa e energia é tratada com mais detalhamento em Física Moderna.

Nosso objetivo, neste capítulo, é estudar a energia mecânica que se manifesta em situações de movimento, como a de um cavalo a galope, e em casos de possíveis movimentos, como o de uma pequena bola prestes a ser lançada por uma mola comprimida.

A seguir, na figura **1**, o garoto está em movimento. Em relação a um referencial no solo, ele tem energia mecânica. Na figura **2**, o garoto está tentando fazer com que uma pedra role encosta abaixo. A pedra tem a potencialidade de se movimentar, apresentando, por isso, energia mecânica em relação à base da encosta.

Ilustrações: CJT/Zapt

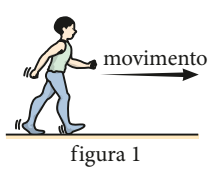


figura 1

figura 2

Da mesma forma que o trabalho, a energia é uma grandeza de natureza **escalar**, por não ter associados a ela direção e sentido.

AMPLIANDO O **OLHAR**

Um luxo de lixo!

A sociedade de consumo está produzindo cada vez mais lixo. Os depósitos e aterros sanitários estão abarrotados e multiplicam-se rapidamente por todo o mundo, já que a população cresce sem parar e os produtos de consumo, que em épocas passadas eram acondicionados de maneira simples, agora recebem camadas e mais camadas de embalagens de vidro e lata, papel e matérias plásticas.

Uma pessoa sozinha produz em média 583 g de lixo por dia. Isso significa 15 toneladas de dejetos ao longo de sua vida, estimada em 70 anos. Esse descarte equivale a 33 bois ou 18 carros populares, aproximadamente. Se pensarmos na população brasileira, o lixo produzido em um dia chega a 0,11 milhão de toneladas. A humanidade inteira, por sua vez – hoje, em número superior a 7 bilhões de habitantes –, joga fora 3,5 bilhões de toneladas entre um raiar de sol e o próximo.

Lucas Lacaz Ruiz/Fotoarena

Aterro Sanitário de São José dos Campos (SP). Abril de 2014. Veículos e máquinas especiais são utilizados para acomodar nos aterros sanitários montanhas de lixo produzidas todo dia.

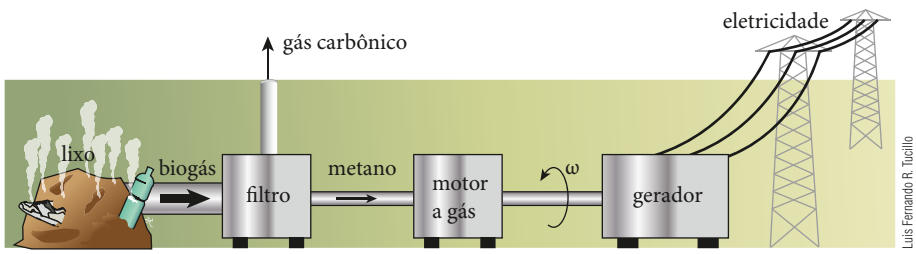
Há lixo de toda espécie e em toda parte: lixo orgânico, lixo reciclável, lixo hospitalar... Há também lixo químico e lixo radioativo, ambos uma ameaça constante ao meio ambiente. E o que fazer com tanto lixo? Onde pôr todos esses rejeitos que diariamente colocamos do lado de fora de nossas casas em quantidades cada vez maiores?

É fundamental que exista, acima de tudo, uma consciência ambiental que leve as pessoas a descartar o lixo de maneira seletiva para que cada item siga o caminho mais adequado. Papel, garrafas de vidro e de plástico, latas, pilhas, baterias, telefones celulares obsoletos e sucata eletrônica, em geral, devem ser direcionados a coletas específicas para reciclagem.

Mas o lixo também pode ter um retorno triunfal à sociedade, sendo empregado atualmente como importante fonte de energia. As bactérias que se proliferam em lixões se alimentam da matéria orgânica lá existente e produzem o chamado biogás, uma mistura de metano e gás carbônico, principalmente.

É justamente o metano, um gás estufa que contribui bastante para o agravamento do aquecimento global, que pode ser utilizado para a produção energética. O biogás desprendido do lixo é captado por meio de drenos especiais e passa por um sistema de filtragem que separa o metano do gás carbônico. O metano é, então, direcionado para o acionamento de motores, semelhantes aos utilizados nos carros movidos a gás, que entram em operação e fazem girar eixos de geradores capazes de disponibilizar tensão suficiente para abastecer de eletricidade cidades inteiras.

Veja no esquema a seguir as etapas de captação da energia do lixo.



Luis Fernando R. Tucillo

O biogás obtido em usinas de lixo pode suprir 15% da demanda energética brasileira. Há vários projetos para o aproveitamento dessa matéria-prima, e a transformação do lixo em energia ainda traria duas consequências benéficas: a primeira é de natureza ambiental, já que haveria melhor seleção e armazenagem dos resíduos que são a base de todo o processo; a segunda é de ordem política, uma vez que o não lançamento do metano diretamente na atmosfera geraria **créditos de carbono**, moeda forte que poderia favorecer o Brasil em negociações internacionais sobre mudanças climáticas, meio ambiente e sustentabilidade.

2. UNIDADES DE ENERGIA

Conforme dissemos no Capítulo **10**, as unidades de energia são as mesmas do trabalho. Recordando, vimos que, no SI:

unid. (energia) = unid. (trabalho) = joule (J)

Entretanto, há outras unidades de energia que, embora não pertençam a nenhum sistema oficial, foram consagradas pelo uso. Temos, por exemplo:

- **Caloria** (**cal**): utilizada nos fenômenos térmicos.

$$1\ \text{cal} \cong 4{,}19\ \text{J}$$

- **Quilowatt-hora** (**kWh**): utilizada em geração e distribuição de energia elétrica.

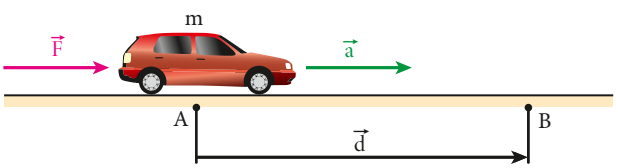
$$1\ \text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$$

- **Elétron-volt** (**eV**): utilizada nos estudos do átomo.

$$1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

3. ENERGIA CINÉTICA

Na figura a seguir, um carrinho de massa **m** está em repouso no ponto **A** do plano horizontal sem atrito. Alguém empurra o carrinho, aplicando a força F indicada, constante e paralela ao plano de apoio.



Pela ação de $\vec{F}$, o carrinho adquire a aceleração $\vec{a}$ e atinge um ponto genérico **B** com velocidade $\vec{v}$. De **A** até **B** o deslocamento é $\vec{d}$. Por estar em movimento, dizemos que o carrinho está energizado, apresentando o que chamamos de **energia cinética** (E_c).

Entretanto, de onde vem essa energia? Ocorre que a partir do ponto **A** a força exercida pela pessoa passa a realizar trabalho sobre o carrinho. Esse trabalho é assimilado sob a forma de energia cinética.

Calculemos a energia cinética do carrinho em **B**:

$$E_c = \tau \Rightarrow E_c = F\,d \qquad \text{(I)}$$

Como $\vec{F}$ é a força resultante, a aplicação da **2ª Lei de Newton** leva-nos a:

$$F = m\,a \qquad \text{(II)}$$

De **A** até **B** o carrinho descreve movimento uniformemente variado, em que o módulo do deslocamento (**d**) pode ser calculado pela **equação de Torricelli**:

$$v^2 = (v_0)^2 + 2\,a\,d \Rightarrow d = \frac{v^2 - (v_0)^2}{2a}$$

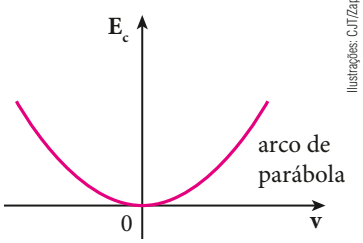
Sendo $v_0 = 0$ (o carrinho partiu do repouso em **A**), temos:

$$d = \frac{v^2}{2a} \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (**II**) e (**III**) em (**I**), obtemos:

$$E_c = m\,a\,\frac{v^2}{2a} \Rightarrow \boxed{E_c = \frac{m\,v^2}{2}}$$

A energia cinética (E_c) de uma partícula é proporcional ao quadrado de sua velocidade escalar (**v**). Observe o gráfico ao lado.



Ilustrações: CJT/Zapt

Veja que a energia cinética jamais é negativa: é **positiva** ou **nula**. Veja, ainda, que ela é uma grandeza relativa, pois é função da velocidade que depende do referencial. Assim, uma única partícula pode ter, ao mesmo tempo, energia cinética nula para um referencial e não nula para outro.

Thinkstock/Getty Images

Na fotografia, um ônibus espacial estadunidense é conduzido acoplado a um avião adaptado especialmente para esse fim. Estando em repouso em relação ao avião, a espaçonave apresenta energia cinética nula em relação a ele. No entanto, em relação ao solo, ela está em movimento. Isso torna sua energia cinética não nula do ponto de vista desse outro referencial.

4. ENERGIA POTENCIAL

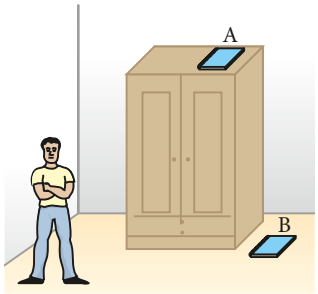
É uma forma de energia latente, isto é, está sempre prestes a se converter em energia cinética.

Na Mecânica, há dois tipos de energia potencial: **energia potencial de gravidade** e **energia potencial elástica**.

Energia potencial de gravidade (E_p)

É função da posição de um corpo em um campo gravitacional (por exemplo, o terrestre) e depende da intensidade do peso do corpo no local onde se encontra e da altura do seu centro de massa em relação a um plano horizontal de referência.

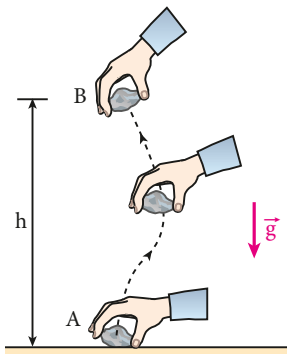
Ilustrações: CJT/Zapt



Utilizando o piso do quarto como plano horizontal de referência, o estudante poderá dizer que o caderno **A**, colocado sobre o armário, tem energia potencial de gravidade não nula, enquanto o caderno **B**, de espessura desprezível, apoiado sobre o solo, possui energia potencial de gravidade nula.

Na situação da figura a seguir, uma pessoa ergue um corpo de massa **m** da posição **A** à posição **B**. Seja **h** a altura de **B** em relação ao nível horizontal da posição **A** e **g** o módulo da aceleração da gravidade.

Por ocupar a posição **B**, o corpo está energizado, apresentando, em relação à posição **A**, **energia potencial de gravidade** (E_p). De onde veio, essa energia? Veio da pessoa, que, ao erguer o corpo, exerceu uma força que realizou um trabalho assimilado pelo corpo sob a forma de energia potencial de gravidade.



Uma vez em **B** e abandonado, o corpo cai, buscando atingir o nível da posição **A**. Esse fato mostra que, em **B**, o corpo está realmente energizado, pois cai quando largado à ação da gravidade. Assim, ocorre transformação de energia potencial de gravidade em energia cinética. Calculando a energia potencial de gravidade do corpo na posição **B**, temos:

$$E_p = \tau \qquad (I)$$

No Capítulo **10**, vimos que o trabalho motor realizado no erguimento de um corpo sem variação de energia cinética é calculado por:

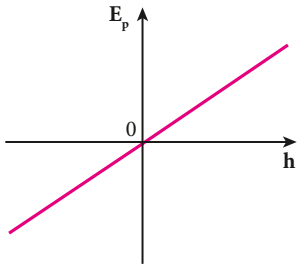
$$\tau = P\,h \Rightarrow \tau = m\,g\,h \qquad (II)$$

De (**I**) e (**II**), obtemos:

$$E_p = P\,h \quad \text{ou} \quad E_p = m\,g\,h$$

Devemos destacar que a energia potencial de gravidade deve ser definida em relação a um determinado **plano horizontal de referência** (**PHR**), a partir do qual são medidas as alturas. Um mesmo corpo pode ter energia potencial de gravidade positiva, nula ou negativa, dependendo do PHR adotado.

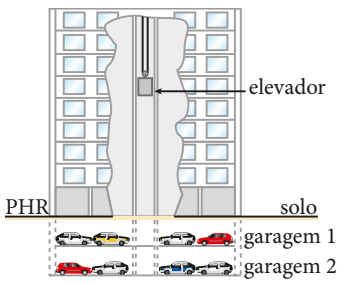
Veja ao lado a representação gráfica da variação da E_p em função de **h**. Convém observar que valores negativos de **h** implicam valores negativos de E_p, que estão associados a posições abaixo do PHR.



Vamos, agora, analisar outro exemplo, em que representamos um edifício cujo elevador serve para transportar pessoas das garagens ao oitavo andar.

Consideremos o nível do solo (térreo) o plano horizontal de referência (PHR). Em relação a esse referencial, os passageiros do elevador, cujas dimensões serão admitidas desprezíveis, apresentarão energia potencial de gravidade positiva se estiverem em qualquer andar acima do solo, nula se estiverem no térreo e negativa se estiverem nas garagens **1** ou **2**.

Veja o significado físico de uma energia potencial de gravidade negativa: se a energia potencial de gravidade de um corpo vale $-\,m\,g\,h$, deve-se realizar sobre ele um trabalho equivalente a $+m\,g\,h$ para que esse corpo chegue ao nível zero de energia potencial, isto é, ao PHR adotado.



NOTAS

- A variação de energia potencial de gravidade (ΔE_p) é a diferença entre as energias potenciais final (E_{p_f}) e inicial (E_{p_i}): $\Delta E_p = E_{p_f} - E_{p_i}$
- Se o centro de massa de um corpo sobe, então $E_{p_f} > E_{p_i}$ e $\Delta E_p > 0$.
- Se o centro de massa de um corpo desce, então $E_{p_f} < E_{p_i}$ e $\Delta E_p < 0$.
- ΔE_p **independe** do PHR adotado.

A seguir podemos observar um *video game* em diferentes posições.

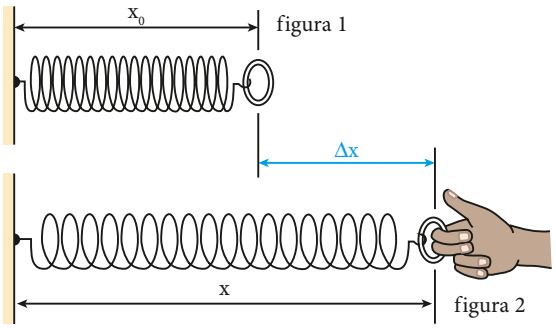
2013 Sony Computer Entertainment Inc.

Suponha que inicialmente o aparelho estivesse "deitado" e alguém o tenha colocado de pé. Nessa operação o centro de massa do *video game* sofre uma elevação, de modo que ocorre uma variação positiva de energia potencial de gravidade.

Energia potencial elástica (E_e)

É a forma de energia que encontramos armazenada em sistemas elásticos deformados. É o caso, por exemplo, de uma mola alongada ou comprimida ou de uma tira de borracha alongada.

Vamos analisar a situação das figuras a seguir, em que temos uma mola, suposta ideal, de constante elástica **K**, fixa em uma parede e inicialmente livre de deformações (figura **1**). Um operador puxa a extremidade livre da mola, alongando-a de modo que sofra uma deformação **Δx**, tal que $\Delta x = x - x_0$ (figura **2**).



Por estar deformada, dizemos que a mola está energizada, tendo armazenada em si **energia potencial elástica** ($\mathbf{E_e}$).

De onde vem, no entanto, essa energia? Vem do operador que, ao deformar a mola, exerce sobre ela uma força que realiza um trabalho, assimilado sob a forma de energia potencial elástica.

A evidência de que a mola deformada está energizada consiste no fato de que ela pode ser usada para impulsionar objetos, dotando-lhes de energia cinética.

Vamos calcular a energia potencial elástica que a mola armazena quando deformada:

$$E_e = \tau \qquad \text{(I)}$$

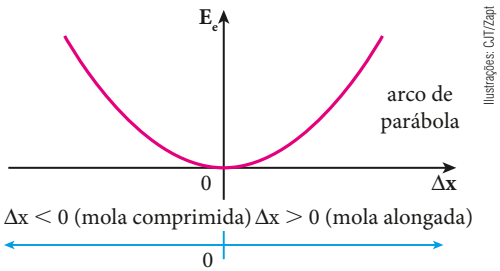
O trabalho realizado pela força do operador ao deformar a mola é dado por:

$$\tau = \frac{K(\Delta x)^2}{2} \qquad \text{(II)}$$

De (**I**) e (**II**), obtemos:

$$E_e = \frac{K(\Delta x)^2}{2}$$

Observe que a energia potencial elástica ($\mathbf{E_e}$) nunca é negativa: é **positiva** ou **nula**. Ela é diretamente proporcional ao quadrado da deformação (**Δx**). Assim, o gráfico $\mathbf{E_e}$ *versus* **Δx** é um arco de parábola, como representamos a seguir.



Ilustrações: CJT/Zapt

AMPLIANDO O **OLHAR**

Skate radical: o *Big Air*

Desenhada nos Estados Unidos por praticantes muito ousados, a pista do *Skate Big Air* é a mais desafiadora – e perigosa – de todas. Seu percurso total dura cerca de 10 segundos, intervalo de tempo que certamente aparenta ser bem maior para um ás que ousar fazer manobras nessa incrível modalidade, incluída nos *X-Games*, olimpíada dos esportes radicais.

Rodrigo Paiva/REUTERS/Latinstock

Grandes intercâmbios de energia podem ser notados no *Skate Big Air*. Nas descidas, o esqueitista acelera, havendo conversão de energia potencial em energia cinética. Nas subidas ocorre o inverso, ou seja, a energia cinética transforma-se em energia potencial. Há, porém, durante todo o percurso, a dissipação de parte da energia mecânica, que se degrada principalmente em forma de energia térmica e acústica.

Pista do *Big Air* no Sambódromo de São Paulo. Novembro de 2008. O ponto de partida situa-se a uma altura de 26 metros, o que corresponde, aproximadamente, a um prédio de seis andares. Há um vão central que exige um incrível voo balístico, de alcance horizontal equivalente a 21,8 metros. Se isso não bastasse, a rampa final é vertical, o que projeta o atleta verticalmente a alturas da ordem de 16 metros em relação ao solo.

10 segundos de pura adrenalina

Acompanhemos uma "volta" na pista, destacando as ocorrências físicas nos principais momentos.

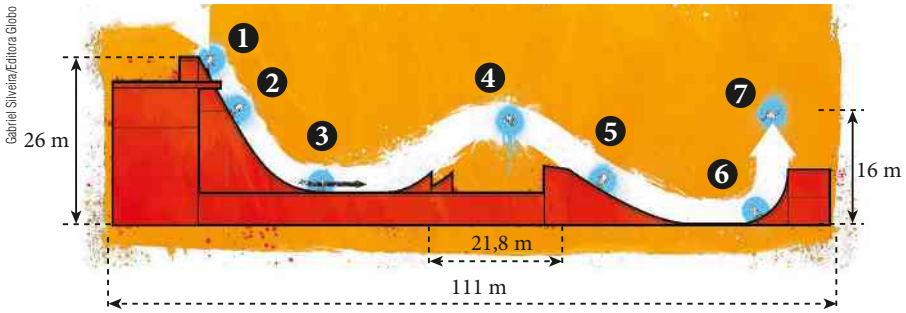


Ilustração esquemática de uma pista de *Big Air*.

1. O esqueitista parte do repouso após um pequeno período de concentração.
2. Ele ganha velocidade ao longo da rampa. Nessa fase, o atleta deve posicionar seu corpo adequadamente sobre o *skate* para não se desequilibrar pela ação das forças de resistência do ar, que são muito significativas. Perdas do controle nesse trecho podem provocar quedas espetaculares, com consequências desastrosas para o esqueitista.
3. O atleta atinge a base da rampa com velocidade da ordem de 80 km/h e, no curto percurso horizontal, deve se agachar sobre a prancha em uma atitude intuitiva que determina um ganho de velocidade propício ao voo balístico que virá a seguir. A ação de agachar é procedente, já que rebaixa o centro de massa do conjunto homem-prancha, provocando a redução de energia potencial com consequente ganho de energia cinética.
4. O esqueitista lança-se, então, em um voo balístico de grande risco, mas de impressionante beleza plástica. O alcance horizontal almejado equivale, aproximadamente, a 12 automóveis estacionados lado a lado (21,8 m). Nessa etapa, o atleta praticamente levita sobre a prancha, já que ambos descrevem um arco de parábola sob a ação quase exclusiva da gravidade.
5. O atleta retoma o contato com a pista. No ato da colisão ele recebe uma força de impacto de grande intensidade, cerca de duas vezes seu peso, que é transferida principalmente aos joelhos, além de outras articulações do corpo. Isso exige muita técnica do esportista para que não haja tombos ou traumas nesse momento.
6. Na curva de acesso à rampa vertical, bastante fechada (com um pequeno raio de curvatura), o esqueitista sofre… e muito, porque se estabelece nessa manobra uma gravidade aparente da ordem de 7 g, em que **g** é a intensidade da aceleração da gravidade (10 m/s^2). Afinal, a força centrípeta exigida nesse percurso traz várias implicações, devendo-se inferir que, no caso de um atleta de peso equivalente a 70 kg, seria necessário girar 490 kg com a prancha em um plano vertical, com todas as solicitações inerentes a esse tipo de ação.
7. O esqueitista é projetado verticalmente e atinge alturas de mais de 16 m contados do nível do chão. Mais uma vez a plateia se extasia, porém a retomada de contato com a pista é bastante perigosa, exigindo total precisão do atleta, que retorna à borda da rampa com velocidades bastante elevadas.

É importante destacar que a perda de altura (26 m − 16 m = 10 m) – e, consequentemente, de energia potencial – entre as posições inicial e final denota dissipação de energia mecânica, que se transforma essencialmente em energia térmica e acústica pela ação das forças de atrito.

A prática do *skate* em qualquer estágio – da aprendizagem aos níveis mais avançados e radicais – requer acessórios de segurança específicos, como capacete, joelheiras, cotoveleiras etc., além de orientação e monitoramento indispensáveis a esse tipo de esporte.

QUESTÕES COMENTADAS

1 Uma partícula **A** tem massa **M** e desloca-se verticalmente para cima com velocidade de módulo **v**. Uma outra partícula **B** tem massa 2M e desloca-se horizontalmente para a esquerda com velocidade de módulo $\frac{v}{2}$. Qual é a relação entre as energias cinéticas das partículas **A** e **B**?

RESOLUÇÃO

A energia é uma grandeza física escalar. Por isso, não importam as orientações dos movimentos das partículas **A** e **B**. A energia cinética de uma partícula é calculada por:

$E_c = \frac{m\,v^2}{2}$

Para a partícula **A**, temos: $E_{c_A} = \frac{M\,v^2}{2}$ (I)

Para a partícula **B**: $E_{c_B} = \frac{2M\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2} = \frac{2M\,v^2}{8}$ (II)

Dividindo (**I**) por (**II**), obtemos:

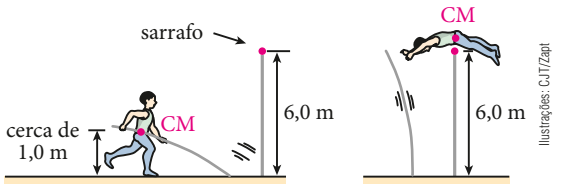
$$\frac{E_{c_A}}{E_{c_B}} = \frac{\frac{M\,v^2}{2}}{\frac{2M\,v^2}{8}} \Rightarrow \boxed{\frac{E_{c_A}}{E_{c_B}} = 2}$$

Resposta: 2

2 Um atleta de massa igual a 60 kg realiza um salto com vara, transpondo o sarrafo colocado a 6,0 m de altura. Calcule o valor aproximado do acréscimo da energia potencial de gravidade do atleta nesse salto. Adote $g = 10\ m/s^2$.

RESOLUÇÃO

No caso, o atleta é um **corpo extenso** (dimensões não desprezíveis) e, por isso, deve-se raciocinar em termos do seu **centro de massa**.



Sendo $m = 60\ kg$, $g = 10\ m/s^2$ e a elevação do centro de massa do atleta $\Delta h \cong 5{,}0\ m$, calculemos o acréscimo de energia potencial de gravidade (ΔE_p): $\Delta E_p = m\,g\,\Delta h$

Assim: $\Delta E_p = 60 \cdot 10 \cdot 5{,}0\ (J) \Rightarrow \boxed{\Delta E_p = 3{,}0 \cdot 10^3\ J}$

Resposta: $3{,}0 \cdot 10^3\ J$

3 Um bloco de peso **P** é dependurado na extremidade livre de uma mola vertical de constante elástica **K**. Admitindo o sistema em equilíbrio, calcule:

a) a distensão da mola;

b) a energia potencial elástica armazenada na mola.

RESOLUÇÃO

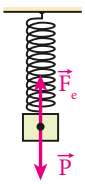
a) Na situação de equilíbrio, o peso $(\vec{P})$ do bloco é equilibrado pela força elástica exercida pela mola $(\vec{F}_e)$.

$F_e = P \Rightarrow K\,\Delta x = P \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{P}{K}}$

b) A energia potencial elástica armazenada na mola é, então, determinada por:

$E_e = \frac{K(\Delta x)^2}{2} \Rightarrow E_e = \frac{K}{2}\left(\frac{P}{K}\right)^2$

Logo: $\boxed{E_e = \frac{P^2}{2K}}$



Respostas: a) $\frac{P}{K}$; b) $\frac{P^2}{2K}$

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

4. Apesar das tragédias ocorridas com os ônibus espaciais estadunidenses Challenger e Columbia, que puseram fim à vida de 14 astronautas, esses veículos reutilizáveis foram fundamentais na exploração do cosmo. Admita que um ônibus espacial com massa igual a 100 t esteja em procedimento de reentrada na atmosfera, apresentando velocidade de intensidade 10 800 km/h em relação à superfície terrestre. Qual é a energia cinética desse veículo em relação à Terra?

5. Um elevador, junto com sua carga, tem massa de 2,0 toneladas. Qual é a potência de dez que melhor expressa o acréscimo de energia potencial de gravidade do elevador – dado em joules – quando este sobe do terceiro ao sétimo andar?

6. Um corpo de massa **m** e velocidade $\vec{v}_0$ possui energia cinética E_0. Se o módulo da velocidade aumentar em 20%, a nova energia cinética do corpo será:

a) $1{,}56E_0$
b) $1{,}44E_0$
c) $1{,}40E_0$
d) $1{,}20E_0$
e) $1{,}10E_0$

7. Um garoto chuta uma bola de massa 400 g que, em determinado instante, tem velocidade de 72 km/h e altura igual a 10 m em relação ao solo. Adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e considerando um referencial no solo, determine a energia cinética e a energia potencial de gravidade da bola no instante considerado.

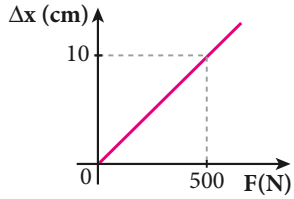
8. Três corpos, **A**, **B** e **C**, têm as características indicadas no quadro a seguir.

	A	B	C
Massa	M	$\frac{M}{2}$	2M
Velocidade escalar	v	2v	$\frac{v}{2}$

Sendo E_A, E_B e E_C, respectivamente, as energias cinéticas de **A**, **B** e **C**, aponte a alternativa correta:

a) $E_A = E_B = E_C$
b) $E_A = 2E_B = 4E_C$
c) $E_B = 2E_A = 4E_C$
d) $E_C = 2E_A = 4E_B$
e) $E_A = E_B = 8E_C$

9. A deformação (Δx) em uma mola varia com a intensidade da força ($\vec{F}$) que a traciona, conforme o gráfico abaixo.



Determine:

a) a constante elástica da mola, dada em N/m;
b) a intensidade da força de tração quando a deformação da mola for de 6,0 cm;
c) a energia potencial elástica armazenada na mola quando esta estiver deformada de 4,0 cm.

5. CÁLCULO DA ENERGIA MECÂNICA

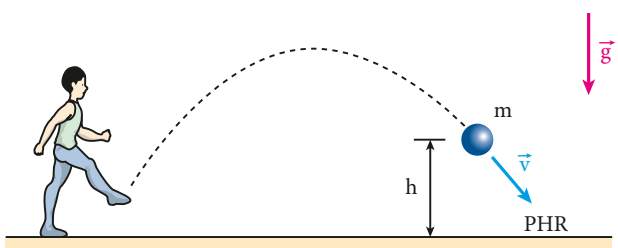
Calculamos a energia mecânica (E_m) de um sistema adicionando a energia cinética à energia potencial, que pode ser de gravidade ou elástica:

$$E_m = E_{cinética} + E_{potencial}$$

Observe os exemplos a seguir, em que mostramos o cálculo em cada caso:

Exemplo 1

Um jogador chuta uma bola de massa **m**, que descreve a trajetória indicada. No instante da figura, a velocidade da bola é $\vec{v}$ e sua altura em relação ao solo (PHR) é **h**.



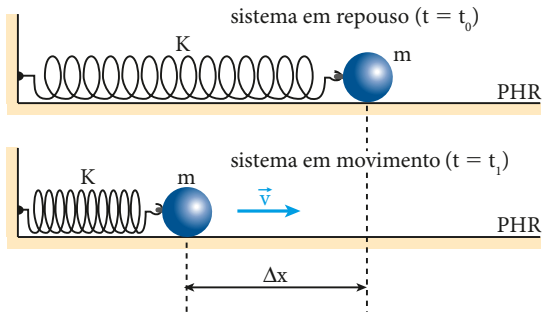
Ilustrações: CJT/Zapt

Sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade, a energia mecânica da bola no instante considerado é calculada por:

$$E_m = \frac{m v^2}{2} + m g h$$

Exemplo 2

Uma partícula de massa **m** oscila horizontalmente, em condições ideais, ligada a uma mola leve, de constante elástica **K**.



No instante $t = t_1$ indicado na figura, a velocidade da partícula é $\vec{v}$, e a energia mecânica do sistema massa-mola é calculada por:

$$E_m = \frac{m v^2}{2} + \frac{K(\Delta x)^2}{2}$$

6. SISTEMA MECÂNICO CONSERVATIVO

Sistema mecânico conservativo é todo aquele em que as forças que realizam trabalho transformam **exclusivamente** energia potencial em energia cinética e vice-versa.

É o que ocorre com as forças de gravidade, elásticas e eletrostáticas que, por sua vez, são denominadas **forças conservativas**.

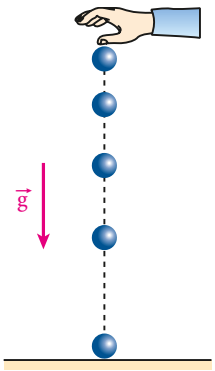
As forças de atrito cinético, de resistência viscosa – exercidas pelos líquidos em corpos movendo-se em seu interior – e de resistência do ar, transformam energia mecânica em outras formas de energia, principalmente térmica. Essas forças são denominadas **forças dissipativas**.

Podemos dizer, então, que um sistema mecânico só é conservativo quando o trabalho é realizado **exclusivamente por forças conservativas**.

Vejamos alguns exemplos:

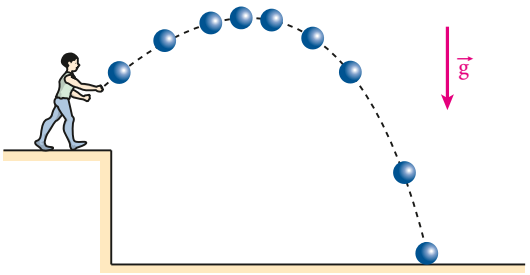
Exemplo 1

Uma partícula cai em movimento vertical sob a ação exclusiva do campo gravitacional terrestre, como podemos ver na figura ao lado. Nesse caso, a única força que realiza trabalho sobre a partícula é a da gravidade, que é uma força conservativa.



Exemplo 2

Uma partícula é lançada obliquamente, ficando sob a ação exclusiva do campo gravitacional terrestre:

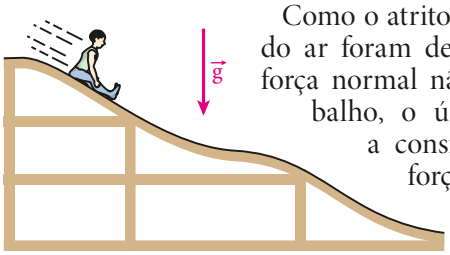


Ilustrações: CJT/Zapt

Também, nesse caso, a única força que realiza trabalho é a da gravidade, que é uma força conservativa.

Exemplo 3

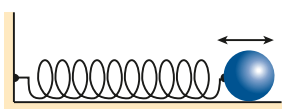
Um garoto desce por um tobogã praticamente sem atrito, movimentando-se sem sofrer a influência do ar.



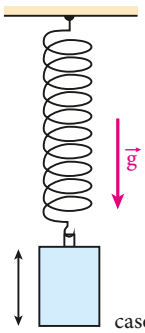
Como o atrito e a influência do ar foram desprezados e a força normal não realiza trabalho, o único trabalho a considerar é o da força peso, que é uma força conservativa.

Exemplo 4

Uma partícula, presa a uma mola leve e elástica, oscila sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar:



caso A



caso B

No caso **A**, somente a força elástica (conservativa) realiza trabalho. Em **B**, são duas forças conservativas realizando trabalho: a força elástica e a força peso.

Um esporte radical que exige do praticante muita técnica e precaução é o *bungee-jump*. Alguém devidamente atado à extremidade de uma corda elástica específica para esse fim, sob os cuidados de monitores especializados, projeta-se a partir de uma plataforma elevada, despencando em um voo que termina em grandes oscilações. Desprezando-se a influência do ar, apenas a força peso e a força elástica realizam trabalho, o que caracteriza o conjunto pessoa-corda como um sistema conservativo.

Thinkstock/Getty Images

Salto de *bunguee-jump*.

7. PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

Trata-se de uma aplicação particular do **Princípio da Conservação da Energia** em sistemas mecânicos:

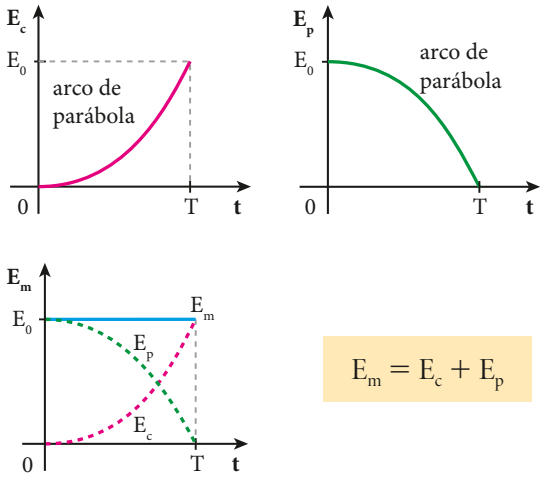
> Em um sistema mecânico conservativo, a energia mecânica total é sempre **constante**.

$$E_m = E_{cinética} + E_{potencial} \rightarrow \textbf{constante}$$

Concluímos, então, que qualquer aumento de energia cinética observado nesse sistema ocorre a partir de uma redução igual de energia potencial (de gravidade ou elástica) e vice-versa.

Tomemos, por exemplo, uma partícula em queda livre nas vizinhanças da superfície terrestre. Temos aí um sistema mecânico conservativo, no qual deve permanecer constante a energia mecânica. De fato, durante a queda livre, a energia cinética da partícula aumenta, enquanto a energia potencial de gravidade diminui na mesma quantidade. Isso faz com que a soma da energia cinética com a energia potencial não varie, de modo que a energia mecânica permaneça sempre constante. Admita que a partícula tenha iniciado sua queda no instante $t_0 = 0$ s, a partir do repouso. Considere **T** o tempo de queda até o solo (altura zero) e $\mathbf{E_0}$ a energia mecânica inicial.

Observe a seguir os gráficos das energias cinética, potencial de gravidade e mecânica, em função do tempo:



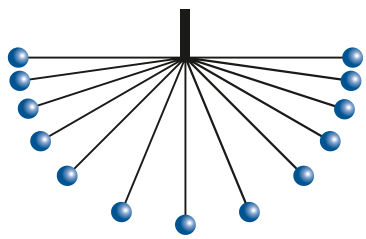
Ilustrações: CJT/Zapt

$$E_m = E_c + E_p$$

Vejamos outro exemplo. Observe o caso da figura a seguir, em que um pêndulo é abandonado do repouso, iniciando movimento descendente:

Durante a descida, a energia cinética do pêndulo é crescente enquanto a potencial é decrescente.

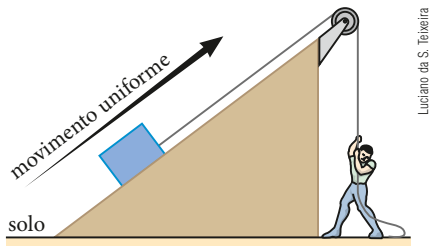
Na subida, ocorre o processo inverso, isto é, enquanto a energia potencial cresce, a cinética decresce.



Não levando em conta as forças dissipativas, o movimento do pêndulo constitui um sistema conservativo, no qual a energia mecânica se mantém constante.

É correto afirmar que um sistema mecânico não conservativo sempre é dissipativo? A resposta é **não**, como exemplifica a situação a seguir.

Na figura a seguir, um homem ergue um bloco apoiado sobre um plano inclinado, perfeitamente liso, utilizando uma corda e uma polia ideais. Suponhamos que o bloco se desloque em **movimento uniforme**.



Luciano da S. Teixeira

Podemos afirmar que a energia cinética do bloco se mantém constante ao longo da rampa. À medida que o bloco sobe, porém, sua altura em relação ao solo aumenta, provocando também um aumento na respectiva energia potencial de gravidade.

A energia cinética constante, adicionada à energia potencial crescente, determina uma **energia mecânica total crescente**, o que caracteriza um sistema não conservativo. Esse aumento da energia mecânica do sistema é proveniente do trabalho realizado pelas forças musculares (não conservativas) que o homem exerce sobre a corda. Nesse caso, o sistema é também **não dissipativo**, já que não há forças dissipativas presentes.

EM BUSCA DE EXPLICAÇÕES

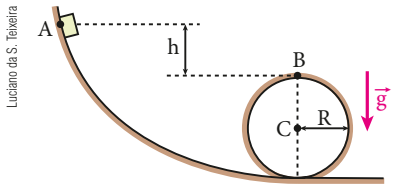
Emoção no *looping* vertical

Em parques de diversões, há vários brinquedos em que veículos desafiam a gravidade, realizando *loopings* contidos em um plano vertical. Para isso, é fundamental que a construção desses brinquedos leve em conta o desnível entre o ponto de partida dos veículos e o ponto mais alto do *looping*.

Tommaso di Girolamo/Age Fotostock/Easypix Brasil

Montanha-russa em parque de diversão. Gardaland, Itália. Abril de 2008. Desafiar a gravidade em uma montanha-russa é muito emocionante e divertido, especialmente quando a aceleração se aproxima de $\vec{g}$. É disso que surge aquela sensação de "frio na barriga", causada pela aparente "perda de peso" das vísceras, que praticamente levitam no interior do abdome.

Consideremos o caso ideal de uma partícula que deverá percorrer o trilho esquematizado na figura a seguir, sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar. O trilho está contido em um plano vertical, e o *looping* circular tem raio **R**.



Se a partícula partir do repouso do ponto **A**, qual deverá ser o menor desnível **h** entre os pontos **A** e **B** para que ela consiga descrever toda a trajetória sem perder o contato com o trilho?

Sabe-se que $h \neq 0$, isto é, o ponto **A** está acima do ponto **B**, pois, se esses pontos estivessem no mesmo nível horizontal, a partícula teria em **B** uma parcela de energia (energia cinética) a mais que no ponto **A**, o que contrariaria o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**.

Raciocinando em termos de **h** mínimo, a partícula não trocará forças com o trilho no ponto **B** e, por isso, seu peso $(\vec{P})$ fará o papel de resultante centrípeta $(\vec{F}_{cp})$.

Assim, no ponto **B**, temos: $\vec{P} = \vec{F}_{cp}$

Sendo **m** a massa, **g** o valor da aceleração da gravidade e $\mathbf{v}_B$ a intensidade da velocidade em **B**, temos:

$$mg = \frac{m(v_B)^2}{R} \Rightarrow gR = (v_B)^2 \qquad (I)$$

Adotando o nível horizontal do ponto **B** como referência e aplicando o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**, temos:

$$mgh = \frac{m(v_B)^2}{2} \Rightarrow 2gh = (v_B)^2 \qquad (II)$$

Comparando (**I**) e (**II**), calculamos **h** mínimo:

$$2gh = gR \Rightarrow h = \frac{R}{2}$$

Se **h** for menor que $\frac{R}{2}$, a partícula não realizará o *looping*, perdendo o contato com o trilho antes de atingir o ponto **B**.

Se não houvesse atrito nem resistência do ar, o desnível deveria ser no mínimo igual à metade do raio do *looping*, como acabamos de demonstrar.

Na prática, entretanto, ocorrem dissipações de energia mecânica. Por esse motivo, e também por questões de segurança, é necessário que esses brinquedos sejam operados com um desnível sempre maior que a metade do raio do *looping*.

JÁ PENSOU NISTO?

Energia do interior da Terra?

O carvão mineral e o petróleo e seus derivados são considerados fontes não renováveis de energia, já que sua extração tem duração finita. Além disso, o uso em larga escala dessas matrizes energéticas contribui sobremaneira para o aumento do efeito estufa, já que sua combustão lança na atmosfera grandes quantidades de gás carbônico (CO_2).

Sustentabilidade é um termo amplo, muito em voga atualmente, que envolve meios de produção continuada a partir de energia limpa e mínima degradação ambiental. Nesse sentido, tem-se utilizado de maneira crescente a **energia geotérmica** (ou geotermal) proveniente do interior da Terra. A crosta do planeta abriga sob si o magma, que se constitui de material rochoso fundido. As temperaturas do magma são extremamente altas, aquecendo lençóis freáticos mais superficiais. A evidência da presença de água aquecida em alta pressão no subsolo são os **gêiseres**, encontrados em diversas partes do mundo. Por meio de dutos verticais, que se estendem a profundidades de centenas (e até milhares) de metros, usinas como a da fotografia abaixo – localizada na Islândia, onde mais de um quarto da energia elétrica do país é de origem geotérmica – colhem vapor de água em altíssima pressão, capaz de se expandir e girar turbinas conectadas a geradores de eletricidade.

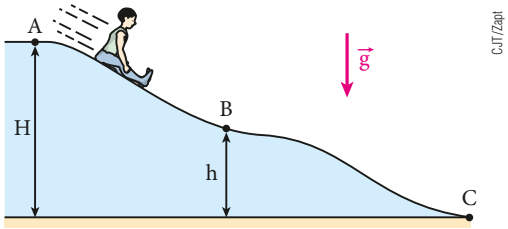
A despeito do seu baixo rendimento, as usinas movidas a energia geotermal podem produzir eletricidade ininterruptamente – 24 horas por dia –, de forma limpa, sustentável e com mínima agressão ao meio ambiente.

Konstantin Kalishko/Alamy/Fotoarena

Usina geotérmica de Nesjavellir, Islândia. Julho de 2013.

QUESTÕES COMENTADAS

10 Um garoto de massa **m** parte do repouso no ponto **A** do tobogã da figura a seguir e desce sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar:



Sendo dadas as alturas **H** e **h** e o valor da aceleração da gravidade (**g**), calcule o módulo da velocidade do garoto:
a) no ponto **B**; b) no ponto **C**.

RESOLUÇÃO

O sistema é conservativo, o que nos permite aplicar o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica.**

a) $E_{m_B} = E_{m_A} \Rightarrow E_{c_B} + E_{p_B} = E_{c_A} + E_{p_A}$

$$\frac{m(v_B)^2}{2} + m g h = \frac{m(v_A)^2}{2} + m g H$$

Sendo $v_A = 0$, calculemos $\mathbf{v}_B$: $v_B = \sqrt{2g(H - h)}$

b) $E_{m_C} = E_{m_A} \Rightarrow E_{c_C} + E_{p_C} = E_{c_A} + E_{p_A}$

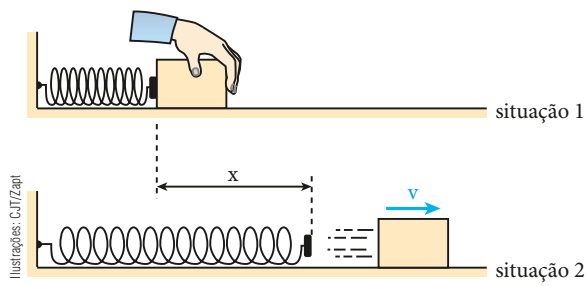
$$\frac{m(v_c)^2}{2} + m g h_C = \frac{m(v_A)^2}{2} + m g H$$

Como $h_C = 0$ e $v_A = 0$, temos: $v_c = \sqrt{2gH}$

As velocidades calculadas **independem** da massa do garoto e do formato da trajetória descrita por ele.

Respostas: a) $\sqrt{2g(H - h)}$; b) $\sqrt{2gH}$

11 No experimento realizado a seguir, uma mola ideal, de constante elástica **K**, é comprimida por um operador, lançando um bloco de massa **m** sobre uma mesa horizontal perfeitamente polida.



Na situação **1**, a mola está comprimida de um comprimento **x** e o bloco está em repouso.

Na situação **2**, a mola está sem deformação e o bloco encontra-se em movimento, com velocidade de intensidade **v**. Desprezando a influência do ar, determine o valor de **v**.

RESOLUÇÃO

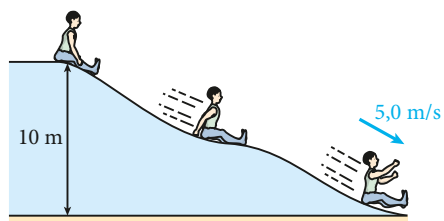
Como não há atritos nem influência do ar, o sistema é conservativo, devendo ocorrer conservação da energia mecânica total. Isso significa que a energia potencial elástica armazenada inicialmente na mola é totalmente transferida para o bloco, que a assimila em forma de energia cinética.

$$E_c = E_e \Rightarrow \frac{m v^2}{2} = \frac{K x^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{K}{m}}\, x$$

É interessante destacar que **v** é diretamente proporcional a **x**.

Resposta: $\sqrt{\frac{K}{m}}\, x$

12 Um garoto de massa 40 kg parte do repouso de uma altura de 10 m, desliza ao longo de um tobogã e atinge a parte mais baixa com velocidade de 5,0 m/s:



Admitindo a aceleração da gravidade de intensidade igual a 10 m/s², calcule a energia mecânica degradada pelas forças dissipativas durante a descida do garoto.

RESOLUÇÃO

A energia mecânica inicial, associada ao garoto no alto do tobogã, era do tipo potencial de gravidade (referencial no solo).

$E_{m_i} = E_p = m g h$

$E_{m_i} = 40 \cdot 10 \cdot 10\,(J) \Rightarrow E_{m_i} = 4{,}0 \cdot 10^3\ J$

A energia mecânica final com que o garoto atinge a parte mais baixa do tobogã é do tipo cinética:

$$E_{m_f} = E_c = \frac{m v^2}{2}$$

$$E_{m_f} = \frac{40 \cdot (5{,}0)^2}{2}\,(J) \Rightarrow E_{m_f} = 5{,}0 \cdot 10^2\ J$$

A energia mecânica degradada pelas forças dissipativas é $\mathbf{E}_d$. Essa energia é calculada por:

$E_d = E_{m_i} - E_{m_f} \Rightarrow E_d = 4{,}0 \cdot 10^3\ J - 5{,}0 \cdot 10^2\ J$

Logo: $E_d = 3{,}5 \cdot 10^3\ J$

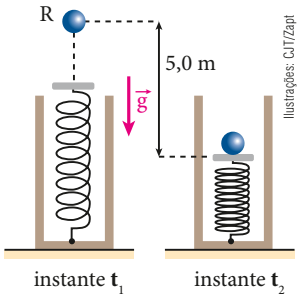
Resposta: $3{,}5 \cdot 10^3\ J$

13 Na figura a seguir, uma esfera de massa m = 5,0 kg é abandonada do ponto **R** no instante t_1, caindo livremente e colidindo com o aparador, que está ligado a uma mola de constante elástica igual a $2{,}0 \cdot 10^3$ N/m. As massas da mola e do aparador são desprezíveis, como também o são todas as dissipações de energia mecânica.

Considerando g = 10 m/s² e supondo que no instante t_2 a mola está sob compressão máxima, calcule:

a) a compressão da mola quando a esfera atinge sua máxima velocidade;

b) a compressão da mola no instante t_2.



Ilustrações: CJT/Zapt

RESOLUÇÃO

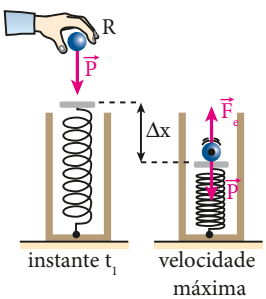
a) Durante a queda livre, o movimento da esfera é uniformemente acelerado pela ação do peso constante $\vec{P}$.

Após a colisão com o aparador, entretanto, além do peso $\vec{P}$, passa a agir na esfera a força elástica $\vec{F}_e$ exercida pela mola, que, pela **Lei de Hooke**, tem intensidade proporcional à deformação **Δx**.

Assim, logo após a colisão, como a deformação da mola ainda é pequena, o mesmo ocorre com a intensidade de $\vec{F}_e$, havendo predominância de $\vec{P}$. Isso faz com que o movimento continue acelerado (não uniformemente).

A velocidade da esfera tem **intensidade máxima** no instante em que a força elástica equilibra o peso.

Na posição em que a velocidade é máxima:



$$|\vec{F}_e| = |\vec{P}|$$

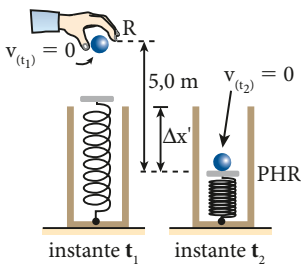
$$K\,\Delta x = m\,g$$

$$2{,}0 \cdot 10^3\,\Delta x = 5{,}0 \cdot 10$$

$$\Delta x = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 2{,}5\ \text{cm}$$

Da posição de máxima velocidade para baixo, a esfera realiza um movimento retardado (não uniformemente) até parar (instante t_2).

b) Considere o esquema a seguir:



Adotando o nível do aparador na situação da mola sob máxima compressão como referência e observando que o sistema é conservativo, podemos dizer que a energia potencial elástica acumulada na mola no instante t_2 é igual à energia potencial de gravidade da esfera no instante t_1.

$$E_{e_{(t_2)}} = E_{P_{(t_1)}} \Rightarrow \frac{K(\Delta x')^2}{2} = m\,g\,h$$

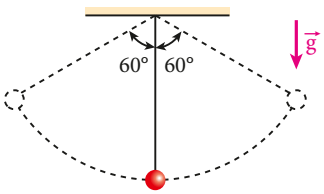
$$\text{Assim: } \frac{2{,}0 \cdot 10^3\ (\Delta x')^2}{2} = 5{,}0 \cdot 10 \cdot 5{,}0$$

$$\text{Logo: } \Delta x' = 5{,}0 \cdot 10^{-1}\ \text{m} = 50\ \text{cm}$$

Respostas: a) 2,5 cm; b) 50 cm

14 O pêndulo da figura oscila para ambos os lados, formando um ângulo máximo de 60° com a vertical.

O comprimento do fio é de 90 cm e, no local, o módulo da aceleração da gravidade vale 10 m/s². Supondo condições ideais, determine:

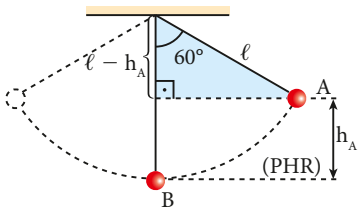


a) o módulo da velocidade da esfera no ponto mais baixo de sua trajetória;

b) a intensidade da força que traciona o fio quando este se encontra na vertical (adotar, para a massa da esfera, o valor 50 g).

RESOLUÇÃO

Considerando o triângulo retângulo destacado na figura, temos:



$$\cos 60° = \frac{\ell - h_A}{\ell}$$

$$\frac{1}{2}\ell = \ell - h_A$$

$$\text{Logo: } h_A = \frac{1}{2}\ell = \frac{90\ \text{cm}}{2} \Rightarrow h_A = 45\ \text{cm}$$

a) Como a única força que realiza trabalho é a da gravidade, o sistema é conservativo, permitindo-nos aplicar o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**:

$$E_{m_B} = E_{B_A} \Rightarrow E_{c_B} + E_{p_B} = E_{c_A} + E_{p_A}$$

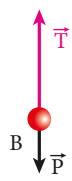
$$\text{Logo: } \frac{m\,(v_B)^2}{2} + m\,g\,h_B = \frac{m\,(v_B)^2}{2} + m\,g\,h_A$$

Sendo $h_B = 0$ e $v_A = 0$, calculamos $\mathbf{v}_B$:

$$v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}45} \Rightarrow v_B = 3{,}0\ \text{m/s}$$

b) No ponto **B**, agem na esfera seu peso $(\vec{P})$ e a força aplicada pelo fio $(\vec{T})$:

A resultante entre $\vec{P}$ e $\vec{T}$ deve ser centrípeta.



$$T - P = F_{cp_B} \Rightarrow T = m\left(\frac{(v_B)^2}{\ell} + g\right)$$

$$T = 50 \cdot 10^{-3}\left(\frac{3{,}0^2}{0{,}90} + 10\right) \Rightarrow T = 1{,}0\ \text{N}$$

Respostas: a) 3,0 m/s; b) 1,0 N

QUESTÕES PROPOSTAS

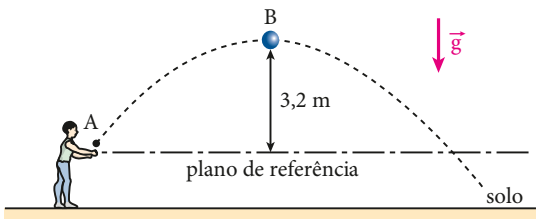
FAÇA NO CADERNO.

15. Uma partícula de massa 1,0 kg é lançada verticalmente para cima com velocidade de módulo 20 m/s em um local em que a resistência do ar é desprezível e $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Adotando o nível horizontal do ponto de lançamento como plano de referência, calcule:

a) a energia mecânica da partícula;

b) a altura do ponto em que a energia cinética é o triplo da potencial de gravidade.

16. Um jogador de voleibol, ao dar um saque, comunica à bola uma velocidade inicial de 10 m/s. A bola, cuja massa é de 400 g, passa a se mover sob a ação exclusiva do campo gravitacional ($|\vec{g}| = 10\ m/s^2$), descrevendo a trajetória indicada na figura:

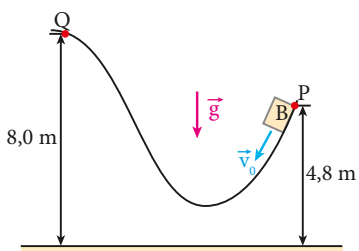


Calcule:

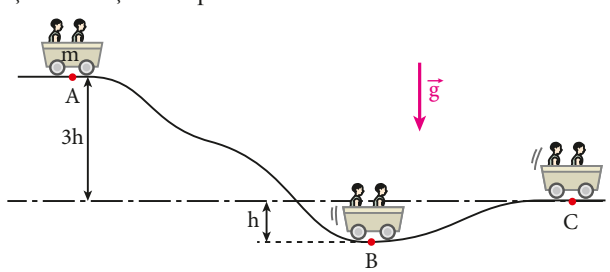
a) a energia mecânica da bola no ponto **A** em relação ao plano de referência indicado;

b) o módulo da velocidade da bola ao passar pelo ponto **B** (mais alto da trajetória).

17. Um pequeno bloco **B**, lançado do ponto **P** com velocidade de intensidade $\mathbf{v}_0$, desliza sem atrito e sem sofrer influência do ar sobre a superfície PQ, contida em um plano vertical. Sabendo que **B** inverte o sentido do movimento no ponto **Q** e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, calcule o valor de $\mathbf{v}_0$.



18. Um carrinho de dimensões desprezíveis, com massa igual a **m**, parte do repouso no ponto **A** e percorre o trilho ABC da figura, contido em um plano vertical, sem sofrer a ação de forças dissipativas:

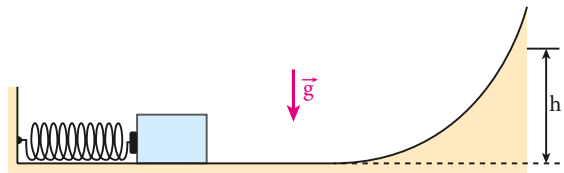


Supõe-se conhecida a altura **h** e adota-se para a aceleração da gravidade o valor **g**. Considerando como plano horizontal de referência aquele que passa pelo ponto **C**, determine:

a) a energia potencial de gravidade do carrinho no ponto **B**;

b) a relação $\frac{v_B}{v_C}$ entre os módulos da velocidade do carrinho nos pontos **B** e **C**.

19. No arranjo experimental da figura, desprezam-se o atrito e o efeito do ar:

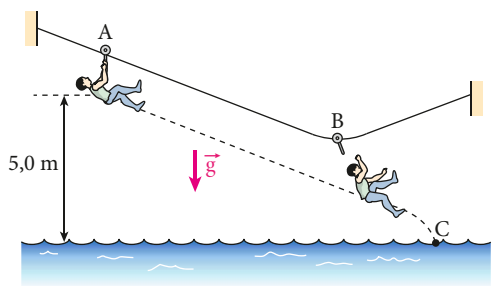


O bloco (massa de 4,0 kg), inicialmente em repouso, comprime a mola ideal (constante elástica de $3{,}6 \cdot 10^3$ N/m) de 20 cm, estando apenas encostado nela. Largando-se a mola, esta distende-se impulsionando o bloco, que atinge a altura máxima **h**. Adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) o módulo da velocidade do bloco imediatamente após desligar-se da mola;

b) o valor da altura **h**.

20. A figura a seguir ilustra um brinquedo conhecido como tirolesa, existente em alguns parques, originário do Tirol, região alpina da Áustria. Nesse brinquedo, uma pessoa desce de determinada altura segurando-se em uma roldana apoiada em um cabo de aço tracionado. Em determinado ponto do percurso, a pessoa se solta e cai na água de um lago, o que completa a diversão.



Ilustrações: CJT/Zapt

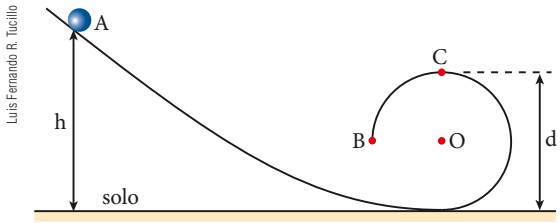
Considere que uma pessoa de massa 50,0 kg parta do repouso no ponto **A** e desça até o ponto **B** segurando-se na roldana, e que nesse trajeto ocorra dissipação de 36% da energia mecânica do sistema devido aos atritos entre a roldana e o cabo. A energia mecânica foi medida em relação a um referencial coincidente com a superfície da água. Em seu movimento de **A** até **C**, o centro de massa da pessoa desce 5,0 m, conforme mostrado no esquema.

Desprezando-se a massa da roldana bem como a resistência do ar e adotando-se $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) A energia mecânica da pessoa no ponto **B**;

b) A intensidade da velocidade com que a pessoa atinge o ponto **C**.

21. Uma partícula, saindo do repouso do ponto **A**, percorre a guia representada no esquema, disposta em um plano vertical:



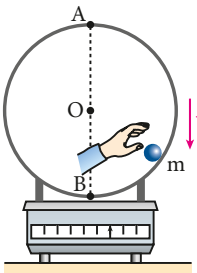
Luis Fernando R. Tucillo

Sendo **h** a altura do ponto **A** em relação ao solo e **d** o diâmetro do arco de circunferência indicado, calcule o máximo valor admissível à relação $\frac{d}{h}$ para que a partícula consiga chegar ao ponto **B** sem perder o contato com a guia. Despreze os atritos e a resistência do ar.

22. Calcule o módulo da velocidade que adquiriria um corpo se, partindo do repouso de um ponto **B**, infinitamente afastado, caísse livremente na superfície da Terra em um ponto **A**. Despreze todos os movimentos da Terra (raio igual a $6{,}4 \cdot 10^6$ m), a influência do ar e adote o módulo da aceleração da gravidade na superfície do planeta igual a $10\ m/s^2$.

23. Considere a situação esquematizada na figura em que um aro circular de raio $R = 50$ cm e massa $M = 3{,}0$ kg, disposto verticalmente, é apoiado sobre uma balança graduada em newtons. Uma pequena esfera de massa $m = 200$ g é lançada por um operador de modo que percorra a parte interna do aro, sem perder o contato com a trajetória e sem sofrer a ação de forças de atrito.

No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10\ m/s^2$. Supondo que nos instantes em que a esfera passa no ponto **A**, o mais alto do aro, a balança indique zero, determine:



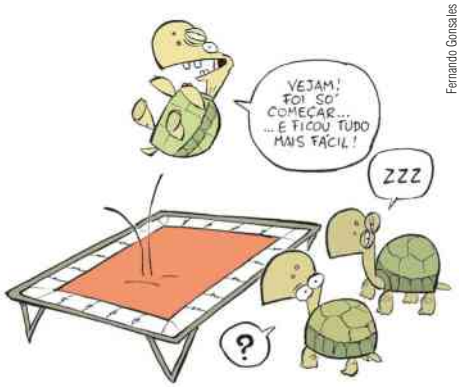
Luis Fernando R. Tucillo

a) a intensidade da velocidade da esfera no ponto **B**, o mais baixo do aro;

b) a indicação da balança nos instantes da passagem da esfera no ponto **B**.

DESCUBRA **MAIS**

1 Observe o quadrinho ao lado, em que uma tartaruga está se exercitando com entusiasmo em uma cama elástica. Como foi possível iniciar essa série de saltos considerando que o quelônio estava inicialmente em repouso sobre a lona? Explique as conversões de energia envolvidas no processo.



Fernando Gonsales

2 Considere uma granada explodindo e fragmentando-se em vários estilhaços lançados nas diversas direções ao redor do local da explosão com velocidades de grande intensidade. Nessa situação, há conversão entre que modalidades de energia? A energia total do sistema, que inclui o meio em que ocorre a explosão, permanece constante? No ato da explosão, a granada constitui um sistema mecânico conservativo?

3 A energia emanada das estrelas provém de um processo contínuo, que ocorre em seu interior, denominado fusão nuclear. Do que consiste esse processo? Fusão nuclear e fissão nuclear são um mesmo processo? Pesquise sobre esse assunto para responder às questões.

4 Com base nos preceitos da gravitação newtoniana, com que velocidade mínima se deveria lançar um objeto sem propulsão a partir da superfície da Terra para ele escapar do Sistema Solar? Pesquise os dados necessários a esse cálculo que justifiquem uma resposta próxima de 43,5 km/s. Observe que essa velocidade é denominada **cósmica terceira**.

INTERSABERES

Salvo pelo neutrino

A água tem energia potencial de gravidade convertida em energia cinética quando despenca do topo de uma cachoeira. Há também nessa queda produção de energias térmica e acústica, formas menos nobres desse ente físico. Se contabilizarmos, no entanto, a energia final do sistema, que inclui a água e o ambiente, veremos que o total obtido coincidirá com a energia mecânica inicial do líquido, no começo de sua precipitação. Esse e outros contextos compõem um amplo cenário que torna plausível considerarmos a manutenção da quantidade total da energia de um sistema amplo em uma transformação qualquer.

A conservação da energia, talvez a mais abrangente e importante concepção da Física, foi colocada na berlinda nas primeiras décadas do século XX. Isso aconteceu por ocasião dos estudos preliminares do decaimento β, um fenômeno atômico muito em voga na época.

O salvador do **Princípio da Conservação da Energia**, por assim dizer, foi o físico austríaco Wolfgang **Pauli** (1900-1958), que explicou o decaimento β. O físico italiano Enrico **Fermi** (1901-1954) corroborou com as ideias de Pauli e chamou a misteriosa partícula de **neutrino**.

Mary Evans/Diomedia

Wolfgang **Pauli** ganhou o Prêmio Nobel em 1945 pela formulação do seu Princípio da Exclusão.

A hipótese de neutrino

[...] Durante a década de 1930, um dos grandes problemas da Física Nuclear era explicar o decaimento β. Nesse tipo de processo, um núcleo atômico instável pode transformar-se em outro núcleo pela emissão de uma partícula β (um elétron ou um pósitron). Hoje, há duas formas de explicá-lo: no caso da emissão de elétrons, um nêutron (**n**) do núcleo se transforma em um próton (**p**), um elétron ($\mathbf{e}^-$) e um neutrino ($\bar{\nu}$); na emissão de pósitrons, um próton do núcleo se transforma em um nêutron, um pósitron ($\mathbf{e}^+$) e um antineutrino.

Essas transformações são representadas, respectivamente, por: $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$; e $p^+ \rightarrow n + e^+ + \bar{\nu}$

Nos anos 1930, no entanto, os neutrinos ainda não eram conhecidos. Em um experimento realizado em 1911, a física Lise Meitner (1878-1968) e o químico Otto Hahn (1879-1968) mostraram que a energia do elétron emitido não era igual à diferença entre a energia final e inicial do núcleo, indicando que parte da energia era carregada por alguma partícula ainda não detectada. Medidas do *spin* do núcleo e dos elétrons emitidos indicavam, por outro lado, uma aparente violação da conservação total do *spin* do sistema.

Por isso, vários físicos, entre eles Bohr, chegaram a pensar em abandonar o **Princípio da Conservação da Energia**. Até que, em 1931, Pauli propôs uma alternativa menos drástica, supondo a existência de uma partícula com massa extremamente pequena e com *spin* 1/2, emitida junto com o elétron no processo de decaimento. Para distinguir tal partícula do nêutron, Fermi batizou-a de neutrino, usando um diminutivo de nêutron em italiano. Isso estava de acordo com a conservação da energia e do *spin*, e a razão de o neutrino não ser observado estaria na sua fraca interação com a matéria.

Em razão dessa pequena interação, os neutrinos só foram detectados quase 25 anos após a proposição teórica de Pauli. Isso ocorreu em 1956, em um experimento com reatores nucleares feito pelos físicos americanos Clyde Cowan e Frederick Reines, que deu a Reines o Prêmio Nobel de Física de 1995. [...]

SILVA, Cibelle Celestino. Wolfgang Pauli. *Scientific American Brasil*, Gênios da Ciência, São Paulo, ed. 13, p. 82-89, dez. 2006.

Compreensão, pesquisa e debate

1. Pense nos diversos intercâmbios energéticos existentes na natureza. Em sua opinião, haveria algum processo em que não se verifica o **Princípio da Conservação da Energia**? Discuta o assunto com seus colegas e professor.
2. Procure saber mais sobre o decaimento β e outros processos radioativos. Além disso, pesquise também sobre cientistas envolvidos nesses estudos, dentre eles, Marie Curie (1867-1934).

CAPÍTULO 12

QUANTIDADE DE MOVIMENTO E SUA CONSERVAÇÃO

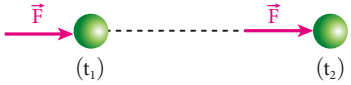
1. IMPULSO DE UMA FORÇA CONSTANTE

Os impulsos mecânicos estão presentes em uma série de fenômenos do dia a dia, como nas situações em que há empurrões, puxões, impactos e explosões.

Um jogador de futebol, por exemplo, impulsiona a bola no ato de um chute. Seu pé aplica na bola uma força que, agindo durante certo intervalo de tempo, determina um impulso. Ao se dar um tiro com uma arma de fogo qualquer, o projétil é impulsionado pelos gases provenientes da detonação do explosivo. Esses gases agem muito rapidamente sobre o projétil, porém de forma intensa, determinando um impulso considerável. Também recebem impulsos uma flecha ao ser lançada por um arco e uma pedra ao ser disparada por um estilingue.

Em nosso estudo vamos nos restringir à definição do **impulso de uma força constante** (intensidade, direção e sentido invariáveis), uma vez que a definição geral dessa grandeza requer elementos de Matemática normalmente não estudados no Ensino Médio.

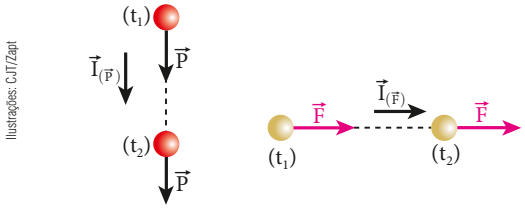
Para isso, considere o esquema a seguir, em que uma força $\vec{F}$ constante age sobre uma partícula do instante t_1 ao instante t_2:



O impulso de uma força $\vec{F}$ no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ é a grandeza vetorial $\vec{I}$, definida por:

$$\vec{I} = \vec{F}\,\Delta t$$

Sendo Δt um escalar positivo, $\vec{I}$ tem sempre a mesma orientação de $\vec{F}$, como representado a seguir.



Ilustrações: C.JT/Zapt

As unidades de impulso decorrem da própria definição: unid (I) = unid (F) · unid (Δt)

No Sistema Internacional (SI), temos:

unid (I) = newton · segundo = N · s

Se a força tiver direção constante, mas intensidade variável, também podemos utilizar a definição particular dada para a grandeza impulso. Basta raciocinar em termos de uma **força média** que exerça, no mesmo intervalo de tempo, o mesmo efeito dinâmico da força considerada.

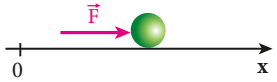
Durante o curto intervalo de tempo em que estabelece contato com as cordas da raquete, uma bola de tênis recebe um impulso de considerável intensidade, capaz de provocar significativas variações de sua velocidade vetorial.

James Russell sport/Alamy/Fotoarena

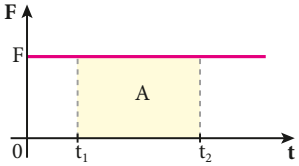
O impulso exercido pela raquete sobre a bola tem mesma direção e sentido da força que a raquete aplica sobre ela.

Cálculo gráfico do valor algébrico do impulso

Considere o esquema a seguir, em que uma partícula se movimenta ao longo do eixo 0x sob a ação da força $\vec{F}$ constante.



Tracemos o gráfico do valor algébrico de $\vec{F}$ (dado em relação ao eixo 0x) em função do tempo:



Seja a "área" **A** destacada no gráfico, teria essa "área" algum significado especial? Sim: ela fornece uma medida do valor algébrico do impulso da força $\vec{F}$, desde o instante t_1 até o instante t_2.

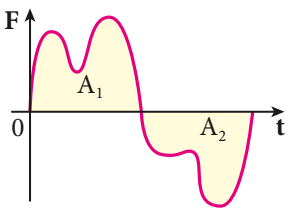
De fato, isso pode ser facilmente verificado:

$$A = F(t_2 - t_1)$$

Mas $t_2 - t_1$ é o intervalo de tempo Δt considerado. Logo: $A = F\,\Delta t$.

Como o produto $F\,\Delta t$ corresponde ao valor algébrico do impulso de $\vec{F}$, segue que: $A = I$

Embora a última propriedade tenha sido apresentada com base em um caso simples e particular, sua validade estende-se também a situações em que a força envolvida tem direção constante, porém valor algébrico variável. Nesses casos, entretanto, sua verificação requer um tratamento matemático mais elaborado.



$A_1 + A_2 = I$
(soma algébrica)

F é o valor algébrico da força responsável pelo impulso.

Tendo em conta o exposto, podemos fazer a seguinte generalização:

Dado um diagrama do valor algébrico da força atuante em uma partícula em função do tempo, a "área" compreendida entre o gráfico e o eixo dos tempos expressa o valor algébrico do impulso da força. No entanto, a força considerada deve ter direção constante.

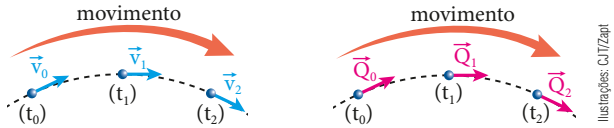
2. QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Em diversos fenômenos físicos, é necessário agrupar os conceitos de massa e de velocidade vetorial. Isso ocorre, por exemplo, nas colisões mecânicas e nas explosões. Nesses casos, torna-se conveniente a definição de **quantidade de movimento** (ou momento linear), que é uma das grandezas fundamentais da Física.

Considere uma partícula de massa **m** que, em certo instante, tem velocidade vetorial igual a $\vec{v}$. Por definição, a quantidade de movimento da partícula nesse instante é a grandeza vetorial $\vec{Q}$, expressa por:

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

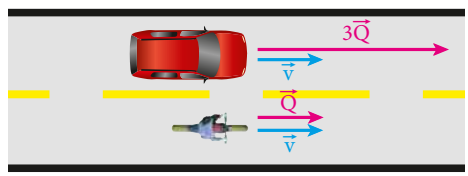
A quantidade de movimento é uma grandeza instantânea, já que sua definição envolve o conceito de velocidade vetorial instantânea.Sendo **m** um escalar positivo, $\vec{Q}$ tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido de $\vec{v}$, isto é, em cada instante é tangente à trajetória e dirigida no sentido do movimento.



Ilustrações: CJT/Zapt

Nas figuras há uma partícula nos instantes t_0, t_1 e t_2 do seu movimento curvilíneo. Na primeira representação estão indicadas as velocidades vetoriais $\vec{v}_0$, $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e, na segunda, as respectivas quantidades de movimento $\vec{Q}_0$, $\vec{Q}_1$ e $\vec{Q}_2$.

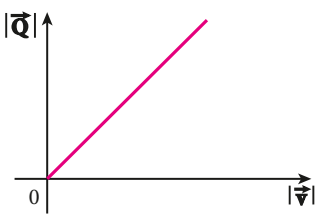
Na figura a seguir estamos admitindo que o carro e a moto se movimentam lado a lado, com velocidades iguais. Supondo que a massa do carro seja o triplo da massa da moto, teremos para o carro uma quantidade de movimento de intensidade igual ao triplo da definida para a moto. É interessante ressaltar que, quanto maior for a intensidade da quantidade de movimento de um corpo, maior será seu "poder de impacto".



Um carro que trafega sob uma forte chuva de granizo geralmente fica bastante danificado, o que certamente não seria verificado sob chuva em estado líquido. Isso acontece porque as pedras de gelo que despencam das nuvens – água no estado sólido, de massa geralmente maior que a de gotas de água individuais – atingem o veículo com uma quantidade de movimento relativamente intensa, o que, juntamente com a rigidez própria do gelo, determina um maior "poder de impacto", capaz mesmo de causar estragos à lataria.

Um outro exemplo é o de um caminhão a 60 km/h que vai colidir frontalmente com um poste. Esse veículo provocará um dano muito maior ao poste do que aquele que seria observado no impacto frontal de um carro popular igualmente rígido à mesma velocidade.

Para **m** constante, $\vec{Q}$ tem módulo diretamente proporcional ao módulo de $\vec{v}$. O gráfico ao lado representa tal proporcionalidade.



Declividade da reta:

$$\frac{|\vec{Q}|}{|\vec{v}|} = m$$

A energia cinética (E_c) pode ser relacionada com o módulo da quantidade de movimento $|\vec{Q}|$, fazendo-se:

$$E_c = \frac{m\,|\vec{v}|^2}{2} \qquad \text{(I)}$$

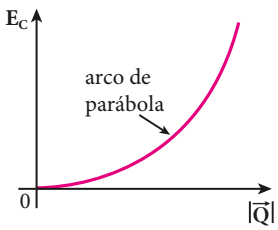
$$|\vec{Q}| = m\,|\vec{v}| \quad \Rightarrow \quad |\vec{v}| = \frac{|\vec{Q}|}{m} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (**II**) em (**I**), temos:

$$E_c = \frac{m}{2}\left(\frac{|\vec{Q}|}{m}\right)^2 \Rightarrow \boxed{E_c = \frac{|\vec{Q}|^2}{2m}}$$

Para **m** constante, E_c é diretamente proporcional ao quadrado de $|\vec{Q}|$.

O gráfico ao lado representa tal proporcionalidade.



As unidades de quantidade de movimento decorrem da própria definição:

$$\text{unid}\,(Q) = \text{unid}\,(m) \cdot \text{unid}\,(v)$$

No Sistema Internacional (SI), temos:

$$\boxed{\text{unid}\,(Q) = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

3. TEOREMA DO IMPULSO

Um arco dispara uma flecha conferindo-lhe um impulso, que provoca no dardo certa variação de quantidade de movimento. Um jogador de futebol cobra uma falta, imprimindo à bola no momento do chute um forte impulso. Este, por sua vez, determina expressiva variação de quantidade de movimento na bola. Você lança uma pedra e o impulso exercido no ato do lançamento provoca no projétil uma dada variação de quantidade de movimento...

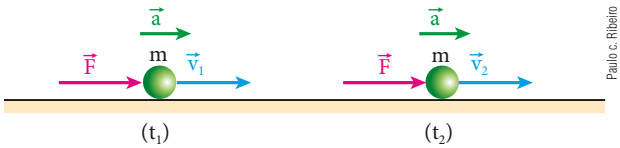
Haveria alguma conexão entre as noções de impulso e variação de quantidade de movimento? Certamente que sim! O **Teorema do Impulso**, apresentado a seguir, estabelece uma relação matemática entre essas grandezas.

O impulso da resultante (impulso total) das forças sobre uma partícula é igual à variação de sua quantidade de movimento:

$$\vec{I}_{total} = \Delta\vec{Q} \quad \Rightarrow \quad \vec{I}_{total} = \vec{Q}_{final} - \vec{Q}_{inicial}$$

Demonstração (particular):

Na figura a seguir, temos uma partícula de massa **m** sujeita à ação da força resultante $\vec{F}$, constante e de mesma orientação que o movimento. Sejam $\vec{a}$ a aceleração comunicada por $\vec{F}$, $\vec{v}_1$, a velocidade inicial da partícula no instante $\mathbf{t_1}$, e $\vec{v}_2$, sua velocidade final no instante $\mathbf{t_2}$.



O impulso da força $\vec{F}$ no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ é $\vec{I}_{total}$, tal que $\vec{I}_{total} = \vec{F}\,\Delta t$ (I)

Como $\vec{F}$ é a resultante, a aplicação do **Princípio Fundamental da Dinâmica** conduz a:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \qquad \text{(II)}$$

Sendo $\vec{F}$ constante, $\vec{a}$ será constante. Logo.

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (**III**) em (**II**), temos:

$$\vec{F} = m\frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} \qquad \text{(IV)}$$

Substituindo agora (**IV**) em (**I**), segue que:

$$\vec{I}_{total} = m\frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t}\Delta t \quad \Rightarrow \quad \vec{I}_{total} = m\,\vec{v}_2 - m\,\vec{v}_1$$

Como os produtos $m\,\vec{v}_2$ e $m\,\vec{v}_1$ são as respectivas quantidades de movimento da partícula nos instantes final ($\mathbf{t_2}$) e inicial ($\mathbf{t_1}$), temos:

$$\vec{I}_{total} = \Delta\vec{Q} \quad \Rightarrow \quad \vec{I}_{total} = \vec{Q}_{final} - \vec{Q}_{inicial}$$

Embora tenhamos demonstrado o **Teorema do Impulso** a partir de uma situação simples e particular, sua aplicação é geral, estendendo-se ao cálculo do impulso de forças constantes ou variáveis. Devemos observar apenas que a força, cujo impulso é igual à variação da quantidade de movimento, deve ser a **resultante**. Podemos dizer, ainda, que o impulso da força resultante é equivalente à soma vetorial dos impulsos de todas as forças que atuam na partícula.

O **Teorema do Impulso** permite concluir que as unidades N · s e kg · m/s, respectivamente de impulso e de quantidade de movimento, são equivalentes. Isso ocorre porque essas grandezas têm as mesmas dimensões físicas.

O **Teorema do Impulso** aplicado a uma partícula solitária equivale à **2ª Lei de Newton** (Princípio Fundamental da Dinâmica).

AMPLIANDO O **OLHAR**

Air bags: frenagens menos traumáticas

Na fotografia a seguir, observa-se um teste de colisão em que um carro equipado com *air bags* se choca contra um obstáculo fixo. No ato do impacto, os *air bags* são prontamente inflados, minimizando os efeitos da inércia de movimento inerente aos corpos situados dentro do veículo.

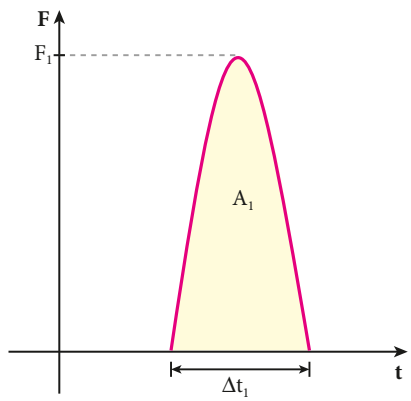
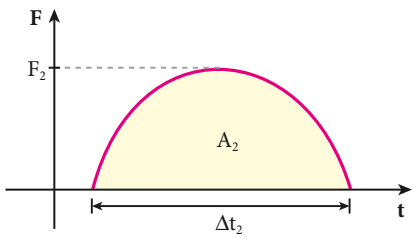
Masterfile/Latinstock

Carro em teste de colisão.

Vale destacar que o *air bag* de um carro é constituído por um sensor que detecta súbitas reduções de velocidade, uma bolsa inflável e um dispositivo contendo azida de sódio (NaN_3), além de outras substâncias secundárias. O sensor, ao constatar uma intensa aceleração de retardamento, produz uma descarga elétrica que provoca o aquecimento e a decomposição da azida de sódio. O nitrogênio (N_2) liberado na reação enche rapidamente a bolsa do acessório.

A proteção proporcionada pelo dispositivo ocorre porque, em contato com ele, a frenagem fica suavizada, ocorrendo em um intervalo de tempo maior do que aquele no qual ocorreria sem o equipamento. Com isso, uma mesma variação de quantidade de movimento, obtida em um intervalo de tempo maior, requer uma força de intensidade menor, o que reduz os possíveis danos.

Nos gráficos a seguir você poderá assimilar melhor o que foi dito até aqui. As escalas utilizadas para intensidade de força (**F**) e valores de tempo (**t**) são as mesmas, respectivamente, e, nas duas situações, uma mesma pessoa dentro de um carro vai sofrer uma freada súbita, provocada por uma colisão frontal do veículo. Em ambos os casos a velocidade inicial é a mesma, o que impõe ao corpo da pessoa uma mesma variação de quantidade de movimento até sua completa imobilização. Assim, será exigido, nas duas frenagens, o mesmo impulso de retardamento, o que implica a igualdade entre as áreas $\mathbf{A}_1$ e $\mathbf{A}_2$ destacadas nos dois gráficos.

Carro não equipado com *air bag*	Carro equipado com *air bag*
	
Neste caso, o corpo da pessoa é freado pelas forças exercidas pelas partes internas rígidas do veículo.	Neste caso, o corpo da pessoa é freado pelas forças aplicadas pelo acessório.

Com a utilização do *air bag*, o intervalo de tempo de frenagem é maior, isto é, $\Delta t_2 > \Delta t_1$. Sendo assim, como $A_1 = A_2$, conclui-se que $F_2 < F_1$, o que significa que, com o *air bag*, os possíveis traumas no corpo da pessoa são menores, já que as forças impactantes exercidas sobre ele são de intensidade menor.

QUESTÕES COMENTADAS

1 Uma partícula de massa 8,0 kg desloca-se em trajetória retilínea, quando lhe é aplicada, no sentido do movimento, uma força resultante de intensidade 20 N. Sabendo que no instante de aplicação da força a velocidade da partícula valia 5,0 m/s, determine:

a) o módulo do impulso comunicado à partícula, durante 10 s de aplicação da força;

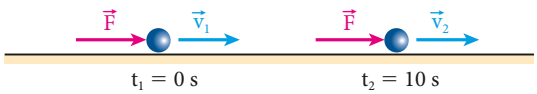
b) o módulo da velocidade da partícula ao fim do intervalo de tempo referido no item anterior.

RESOLUÇÃO

a) A intensidade do impulso da força referida no enunciado, suposta constante, é calculada por: $I = F\,\Delta t$.
Sendo $F = 20$ N e $\Delta t = 10$ s, calculemos **I**:

$I = 20 \cdot 10\ (N \cdot s) \Rightarrow \boxed{I = 2{,}0 \cdot 10^2\ N \cdot s}$

b) A força aplicada na partícula é a resultante. Por isso, o impulso exercido por ela deve ser igual à variação da quantidade de movimento da partícula (**Teorema do Impulso**):



Luciano da S. Teixeira

$I = \Delta Q \Rightarrow I = Q_2 - Q_1$

Logo: $I = m\,v_2 - m\,v_1 \Rightarrow I = m\,(v_2 - v_1)$

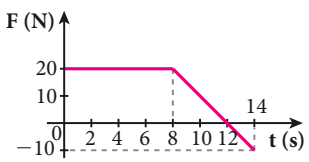
Com $I = 2{,}0 \cdot 10^2$ N · s, $m = 8{,}0$ kg e $v_1 = 5{,}0$ m/s, calculemos $\mathbf{v_2}$:

$2{,}0 \cdot 10^2 = 8{,}0 \cdot (v_2 - 5{,}0) \Rightarrow \boxed{v_2 = 30\ m/s}$

Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^2$ N · s; b) 30 m/s

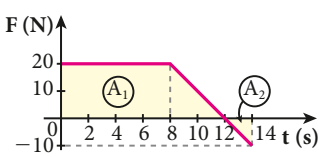
2 Um corpo de massa 38 kg percorre um eixo orientado com velocidade escalar igual a 15 m/s. No instante $t_0 = 0$ s, aplica-se sobre ele uma força resultante cujo valor algébrico varia em função do tempo, conforme o gráfico.

Admitindo que a força seja paralela ao eixo, calcule a velocidade escalar do corpo no instante $t = 14$ s.



RESOLUÇÃO

Determinemos, inicialmente, o valor algébrico do impulso que a força resultante comunica ao corpo de $t_0 = 0$ s a $t = 14$ s. Isso pode ser feito calculando-se a "área" destacada no gráfico a seguir.



$I = A_1 + A_2 = \dfrac{(12 + 8{,}0) \cdot 20}{2} + \dfrac{2{,}0 \cdot (-10)}{2}$ (N · s)

Logo: $I = 190$ N · s

Aplicando ao corpo o **Teorema do Impulso**, temos:

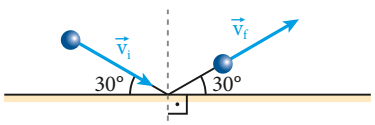
$I = Q_{14} - Q_0 = m\,v_{14} - m\,v_0$

Sendo $I = 190$ N · s, $m = 38$ kg e $v_0 = 15$ m/s, calculemos $\mathbf{v_{14}}$, que é a velocidade escalar da partícula no instante $t = 14$ s:

$190 = 38 \cdot (v_{14} - 15) \Rightarrow \boxed{v_{14} = 20\ m/s}$

Resposta: 20 m/s

3 Uma bola de tênis de massa **m** é lançada contra o solo, com o qual interage, refletindo-se em seguida sem perdas de energia cinética. O esquema abaixo representa o evento.



CJT/Zapt

Sabendo que $|\vec{v}_i| = v$ e que a interação tem duração Δt, calcule a intensidade média da força que o solo exerce na bola.

RESOLUÇÃO

Como não há perdas de energia cinética, temos:

$$|\vec{v}_i| = |\vec{v}_f| = v$$

Aplicando à bola o **Teorema do Impulso**, obtemos:

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{I} = m\,\Delta\vec{v} \qquad \text{(I)}$$

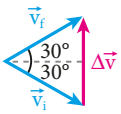
$$\text{Mas: } \vec{I} = \vec{F}_m\,\Delta t \qquad \text{(II)}$$

Comparando (**I**) e (**II**), segue que:

$$\vec{F}_m\,\Delta t = m\,\Delta\vec{v} \Rightarrow \vec{F}_m = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Em módulo, temos: $|\vec{F}_m| = \dfrac{m|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$

Com base no diagrama vetorial, determinamos $|\Delta\vec{v}|$:



$\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i$

O triângulo formado pelos vetores é equilátero, o que permite escrever: $|\Delta\vec{v}| = |\vec{v}_i| = |\vec{v}_f| = v$

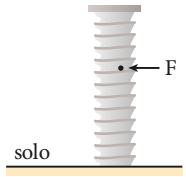
Assim, finalmente, calculamos $|\vec{F}_m|$: $\boxed{|\vec{F}_m| = \dfrac{mv}{\Delta t}}$

Resposta: $\dfrac{mv}{\Delta t}$

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

4. Uma formiga **F** sobe com velocidade escalar constante a "rosca" de um grande parafuso, colocado de pé sobre um solo plano e horizontal, como indica a figura. Em relação a um referencial no solo, podemos afirmar que:



a) as energias cinética e potencial de gravidade da formiga permanecem constantes.

b) a energia cinética e a quantidade de movimento da formiga permanecem constantes.

c) a energia cinética da formiga permanece constante, mas sua energia potencial de gravidade aumenta.

d) a quantidade de movimento da formiga permanece constante, mas sua energia potencial de gravidade aumenta.

e) a energia mecânica total da formiga permanece constante.

5. Os leões são animais carnívoros que habitam savanas, matas abertas e planícies em parte da Ásia e em quase toda a África. A tarefa de caçar é desincumbida pelas fêmeas, que geralmente andam em grupos, sorrateiras, em busca de uma presa que, uma vez abatida, serve de banquete para toda a alcateia.

Tom Brakefield/ Digital Vision/Getty Images

Admita que em um instante $t_0 = 0$ s uma leoa, de massa $m_l = 120$ kg, correndo em linha reta com velocidade constante de intensidade $v_l = 8{,}0$ m/s, está em procedimento de ataque a uma zebra, de massa $m_z = 200$ kg, inicialmente em repouso. Nesse instante, a distância entre os dois animais é 20 m, quando a zebra inicia uma fuga desesperada, acelerando com intensidade constante de 2,0 m/s^2 ao longo da mesma reta percorrida pela leoa.

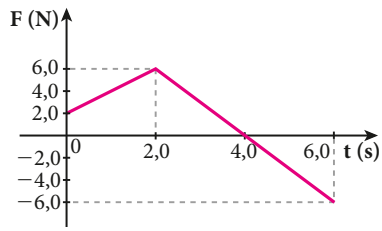
a) A leoa consegue êxito em seu ataque, isto é, consegue alcançar a zebra?

b) Qual é a distância mínima verificada entre os dois animais, admitidos pontos materiais?

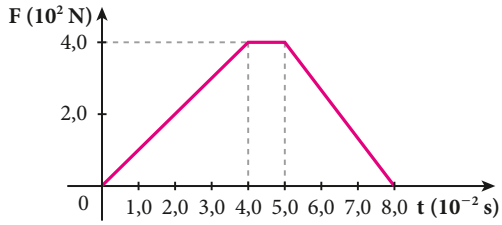
c) Qual é a intensidade da quantidade de movimento da zebra em relação à leoa no instante em que a distância entre os dois animais for mínima?

6. Um carrinho de massa 2,0 kg está em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. No instante $t_0 = 0$ s, passa a agir sobre ele uma força $\vec{F}$ de direção constante, paralela ao plano, cujo valor algébrico é dado em função do tempo, conforme o gráfico a seguir.

Desprezando a influência do ar, determine as velocidades escalares do carrinho nos instantes $t_1 = 2{,}0$ s, $t_2 = 4{,}0$ s e $t_3 = 6{,}0$ s.



7. Ao cobrar uma falta, um jogador de futebol chuta uma bola de massa igual a $4{,}5 \cdot 10^2$ g. No lance, seu pé comunica à bola uma força resultante de direção constante, cuja intensidade varia com o tempo, conforme o seguinte gráfico.



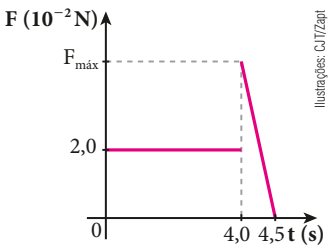
Em $t_0 = 0$ s (início do chute) a bola estava em repouso. Calcule:

a) o módulo da quantidade de movimento da bola no instante $t_1 = 8{,}0 \cdot 10^{-2}$ s (fim do chute);

b) o trabalho realizado pela força que o pé do jogador exerce na bola.

8. Os gafanhotos são insetos pertencentes à subordem *Caelifera*, da ordem *Orthoptera*. Caracterizam-se por terem patas posteriores longas e fortes, o que lhes permite deslocar-se aos saltos. Algumas espécies formam enormes enxames que podem devastar grandes plantações. Considere o gráfico a seguir, que mostra o comportamento da intensidade da força vertical que uma superfície plana e horizontal exerce sobre um gafanhoto. No intervalo em que **F** é constante, o inseto encontra-se em repouso sobre a superfície e, no intervalo em que **F** é variável, ele está realizando um salto vertical, com perda de contato com a superfície no instante t = 4,5 s.

Desprezando as dimensões do gafanhoto e também a influência do ar, adotando-se para a intensidade da aceleração da gravidade o valor 10 m/s^2 e sabendo que a altura máxima atingida no salto é de 20 cm, determine:



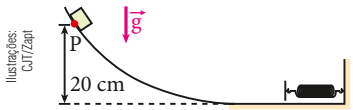
Ilustrações: CJT/Zapt

a) a massa do gafanhoto, em gramas;

b) o valor de $F_{máx}$ indicado no gráfico.

9. Uma bola de massa igual a 40 g, ao chegar ao local em que se encontra um tenista, tem velocidade horizontal de módulo 12 m/s. A bola é golpeada pela raquete do atleta, com a qual interage durante $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ s, retornando horizontalmente em sentido oposto ao do movimento inicial. Supondo que a bola abandone a raquete com velocidade de módulo 8,0 m/s, calcule a intensidade média da força que a raquete exerce sobre a bola.

10. Na situação da figura, o bloco de massa m = 2,0 kg é abandonado no ponto **P**, de onde desce sem sofrer atritos ou resistência do ar:



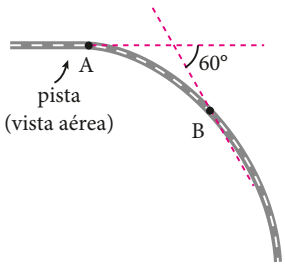
O bloco colide com a mola e, após a interação, que acontece sem dissipação de energia mecânica, adquire movimento de sentido oposto em relação ao inicial. Sabendo que o bloco permanece em contato com a mola durante $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ s e que $|\vec{g}| = 10\ m \cdot s^{-2}$, determine:

a) a intensidade média da força que o bloco troca com a mola durante a interação;

b) a altura máxima que o bloco atinge após a interação com a mola.

11. Considere um carro de massa igual a $8{,}0 \cdot 10^2$ kg que entra em uma curva com velocidade $\vec{v}_1$ de intensidade 54 km/h e sai dessa mesma curva com velocidade $\vec{v}_2$ de intensidade 72 km/h. Sabendo que $\vec{v}_2$ é perpendicular a $\vec{v}_1$, calcule a intensidade do impulso total (da força resultante) comunicado ao carro.

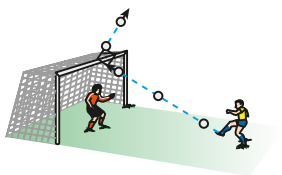
12. Um carro de massa igual a 1,0 tonelada percorre uma pista como a esquematizada na figura, deslocando-se do ponto **A** ao ponto **B** em movimento uniforme, com velocidade de intensidade igual a 90 km/h. Sabendo que o comprimento do trecho AB é igual a 500 m, calcule:



a) o intervalo de tempo gasto pelo carro no percurso de **A** até **B**;

b) a intensidade da força capaz de provocar a variação de quantidade de movimento sofrida pelo carro de **A** até **B**.

13. Em uma importante final futebolística, um jogador cobra um pênalti e a bola, depois de chocar-se contra o travessão, sai em uma direção perpendicular à do movimento inicial. A bola, que tem 0,50 kg de massa, incide no travessão com velocidade de módulo 80 m/s e recebe deste uma força de intensidade média $5{,}0 \cdot 10^3$ N. Sabendo que o impacto da bola no travessão dura $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ s, calcule:



a) o módulo da velocidade da bola imediatamente após o impacto;

b) a energia mecânica dissipada no ato da colisão.

EM BUSCA DE EXPLICAÇÕES

Mochila voadora

Projetada originalmente por uma empresa de brinquedos aquáticos alemã, essa mochila propulsionada por água permite a um homem se manter em equilíbrio pairando no ar, como se pudesse voar. Trata-se do *jetlev*, que deixa o usuário a cerca de 8,5 m de altura mediante um jato de água que circula pela mochila, produzindo uma força vertical dirigida para cima que equilibra o peso total.

A água é introduzida em uma mangueira gigante por meio de uma bomba existente em um pequeno barco conectado ao equipamento. Essa injeção de água ocorre em grande vazão: algo em torno de 20,0 litros por segundo. Depois de fazer uma curva de 180° na mochila, com mudança na intensidade da velocidade, mas com conservação da vazão, o líquido provoca a sustentação da pessoa que se mantém elevada sobre um lago ou sobre o mar.

O usuário também pode deslocar-se horizontalmente a uma velocidade próxima de 40 km/h, bastando para isso inclinar adequadamente os jatos por onde a água é ejetada, além de controlar a vazão.

Kevork Djansezian/AFP

"Voo" realizado com *jetlev* em Newport Beach, Califórnia. Setembro 2012.

Considerando-se a vazão de 20,0 L/s, citada no texto, levando-se em conta que a densidade da água vale d = 1,0 kg/L, que g = 10,0 m/s² e que a água é introduzida na mochila verticalmente para cima a 20,0 m/s e ejetada verticalmente para baixo a 30,0 m/s, que massa ficaria suspensa em equilíbrio nessas condições?

KEVORK DJANSEZIAN/AFP

I. Sendo $\vec{F}$ a força vertical aplicada pela água no sistema, $\vec{P}$ o peso e considerando **M** a massa suspensa em equilíbrio, tem-se o seguinte:

$$F = P \Rightarrow F = M\,g$$

II. Aplicando-se o **Teorema do Impulso** à água, temos:

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{F}_A \Delta t = m\,\Delta\vec{v}$$

$\vec{F}_A$ é a força (vertical para baixo) que o equipamento aplica na água, **m** é a massa de água e $\Delta\vec{v}$ é a variação de sua velocidade vetorial.

Pela Lei da Ação e Reação, $F_A = F$, ou seja, $F_A = M\,g$.

Chamando-se de **Z** a vazão (em massa) de água que circula pelo equipamento, com $Z = \frac{m}{\Delta t}$, em módulo, segue-se que:

$$M\,g\,\Delta t = m\left[v_f - (-v_i)\right] \Rightarrow M\,g = Z\left[v_f - (-v_i)\right]$$

Na expressão anterior se levou em conta o fato de que a água inverteu o sentido do seu movimento.

Como d = 1,0 kg/L, podemos dizer que Z = 20,0 kg/s.

Logo, com $v_f = 30{,}0$ m/s, $v_i = 20{,}0$ m/s e g = 10,0 m/s², calculemos **M**:

$$M \cdot 10{,}0 = 20{,}0\,[30{,}0 - (-20{,}0)] \Rightarrow \mathbf{M = 100\ kg}$$

- Que parâmetro(s) envolvido(s) nesse contexto você modificaria para manter uma massa ainda maior em equilíbrio e em suspensão? Discuta o assunto com os colegas e o professor.

JÁ PENSOU NISTO?

"Deixa a vida me levar..."

Imagine que você esteja sob uma intensa chuva constituída, não de gotas de água em queda vertical, como ocorre normalmente, mas de enormes pneus de caminhão...

Com certeza, esse bombardeio, felizmente fictício, seria fatal, já que você teria que absorver toda a energia de impacto transmitida pelas forças exercidas pelos pneus e o solo durante o curto intervalo de tempo de cada colisão. As forças impulsivas provocariam gravíssimas lesões, como ocorre em qualquer trombada severa.

Guardadas as devidas proporções, e em relação a pequenos insetos como moscas e muriçocas, em voo durante uma chuva regular, não ocorreria a mesma coisa? Esses pobres animais não seriam impactados por gotas de água, em certos casos, muitas vezes mais pesadas que eles?

Tim Nowack/TimNowackPhotography.com

Inseto voando sob chuva.

Estudos desenvolvidos pelo Instituto de Tecnologia da Geórgia, nos Estados Unidos, e publicados na prestigiada revista *Proceedings of the National Academy of Sciences*, demonstraram que, ao contrário do que se imagina, os insetos em geral suportam muito bem o "impacto" das gotas de chuva, já que, ao melhor estilo "deixa a vida me levar...", uma vez em contato com o material líquido, deslocam-se de modo a acompanhar a trajetória da gota, minimizando assim os efeitos da colisão. Dessa forma, o impacto ocorre em um intervalo de tempo maior, o que reduz a intensidade das forças sobre o corpo do animal. Por isso, durante momentos de tempestade, eles voam a altitudes maiores de maneira a disporem de mais espaço vertical para realizar a manobra descendente.

Se impactados em solo, muitos insetos seriam abatidos pelas forças exercidas pelas gotas de água e pela superfície de apoio, podendo ainda sofrer afogamento, uma vez envoltos pela massa líquida derramada sobre eles.

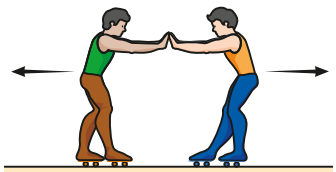
Vídeos produzidos na pesquisa estão disponíveis em: <http://cienciahoje.uol.com.br/noticias/2012/06/voando-na-chuva>. Acesso em: 4 dez. 2015.

4. SISTEMA MECÂNICO ISOLADO

Um sistema mecânico é denominado **isolado de forças externas** quando a resultante das forças externas atuantes sobre ele for nula.

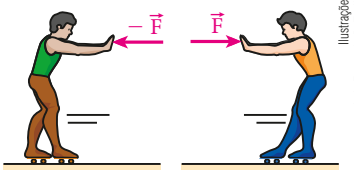
Uma partícula em equilíbrio é o caso mais elementar de sistema mecânico isolado. Estando em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme, a resultante das forças que agem sobre ela é nula.

Vejamos outro exemplo: admita que dois patinadores, inicialmente em repouso sobre uma plataforma plana e horizontal, se empurrem mutuamente, conforme representa a figura.



Desprezando os atritos e a influência do ar, os dois patinadores constituem um sistema mecânico isolado, pois a resultante das forças externas atuantes no conjunto é nula. De fato, as únicas forças externas que agem em cada patinador são a força da gravidade (peso) e a força de sustentação da plataforma (normal), que se equilibram.

Entretanto, uma pergunta surge naturalmente: as forças trocadas entre eles no ato do empurrão não seriam resultantes, uma vez que cada patinador, pela ação da força recebida, tem seu corpo acelerado a partir do repouso? E a resposta é simples: sim, essas forças (ação e reação) são as resultantes que aceleram **cada corpo**, porém são **forças internas** ao sistema, não devendo ser consideradas no estudo do sistema como um todo.



Ilustrações: Luis Fernando R. Tucillo

De fato, a soma dos impulsos das forças internas $\vec{F}$ e $-\vec{F}$ (forças de ação e reação trocadas pelos patinadores no ato do mútuo empurrão) é **nula** e, por isso, essas forças não participam da composição do impulso total externo exercido sobre o sistema.

FAÇA VOCÊ MESMO — Canhão de sal de frutas

Suponha que você seja um astronauta e que esteja em repouso fora de sua espaçonave, estacionada nas proximidades de um local onde as influências gravitacionais possam ser consideradas desprezíveis. Você saca uma ferramenta do seu traje espacial e então lança esse objeto vigorosamente para a frente. O que você imagina que ocorreria com seu corpo e seus equipamentos logo após esse lançamento?

De certa forma, o experimento que apresentamos a seguir propõe uma situação análoga que poderá servir de base para suas conclusões.

Material necessário

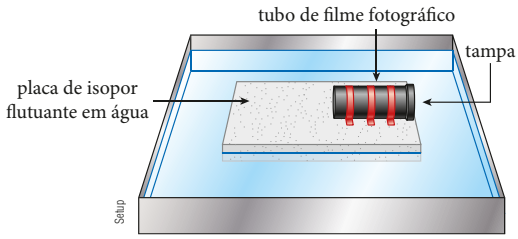
- 1 tubo cilíndrico com tampa de pressão, desses utilizados para acondicionar filmes fotográficos. Você poderá conseguir um desses em lojas de revelação de fotografias;
- 1 placa retangular de isopor com dimensões aproximadas de 10 cm por 15 cm;
- 1 tampa plástica de caneta esferográfica com a haste cortada;
- sal de frutas utilizado para alívio de indisposições estomacais;
- fita adesiva;
- 1 recipiente com água (uma assadeira rasa, bacia ou mesmo o tanque de lavar roupas).

Procedimento

I. Utilizando a fita adesiva, fixe firmemente o tubo cilíndrico na placa de isopor de modo que este fique posicionado em uma das bordas da placa com o eixo disposto paralelamente à superfície de fixação.

II. Encha a cavidade da tampa de caneta com sal de frutas e coloque-a dentro do tubo previamente preenchido com água até um terço da sua capacidade. Cuide para que a tampa de caneta fique de "boca para cima" de modo a não molhar inicialmente o sal de frutas.

III. Tampe o tubo, chacoalhe o conjunto, agora, de modo a molhar o sal de frutas. Coloque rapidamente a placa de isopor em repouso flutuando na água do recipiente e aguarde alguns instantes. Observe a ilustração.



Subitamente, o "canhão" irá disparar seu "projétil". A tampa do tubo de filme fotográfico será ejetada horizontalmente e o tubo de filme fotográfico fixado em sua base de isopor será projetado em sentido oposto. Verifique atentamente.

Analisando o experimento

1. Que reações químicas fazem o sal de frutas se tornar efervescente em contato com a água?
2. Que intercâmbios energéticos você destaca nesse experimento?
3. Como você explica o princípio de funcionamento do canhão de sal de frutas proposto?
4. O canhão de sal de frutas flutuante em água pode ser considerado um sistema isolado de forças externas?
5. Quem adquire velocidade mais intensa após a "explosão": o "projétil" ou o "canhão"? Faça observações e justifique sua resposta.
6. Compare a quantidade de movimento do sistema imediatamente após a "explosão" com o valor nulo verificado antes desse evento. A partir dessa comparação, o que você conclui?
7. Você identifica comportamento semelhante ao observado nesse experimento em algum processo da natureza ou do dia a dia? Exemplifique.

5. PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

As leis mais importantes e gerais da Física são os **princípios de conservação**, ou **princípios de simetria**, dentre os quais destacamos o da conservação da energia, o da conservação da quantidade de movimento (ou momento linear), o da conservação do momento angular e o da conservação da carga elétrica.

Veremos, agora, o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**, mas, antes da apresentação formal de seu enunciado, analisemos a situação a seguir.

Consideremos um pequeno bote em repouso nas águas tranquilas de um lago. Admitamos que no local não haja correnteza nem ventos. Um homem está parado na proa da embarcação. Você pode concluir, então, que, nessa situação, a quantidade de movimento total do sistema homem-bote é nula. De repente, o homem lança-se horizontalmente, mergulhando diretamente na água. O que ocorre com o bote? Tomando-se por base uma série de ocorrências similares de nosso dia a dia, a resposta imediata seria: a embarcação é impulsionada para trás, em sentido oposto ao da velocidade do homem.

Nesse contexto, desprezando-se a resistência da água ao movimento do bote, houve a conservação da quantidade de movimento total do sistema homem-bote, que permaneceu nula do início ao final do episódio. Se adicionarmos vetorialmente as quantidades de movimento do homem e do bote em qualquer instante, desde o momento imediatamente anterior ao mergulho até a situação imediatamente posterior, a soma será nula.

Isso ocorre porque estamos diante de um sistema isolado de forças externas, como foi descrito na seção anterior, e, nesse caso, deve ocorrer a conservação da quantidade de movimento total do sistema.

A conservação da quantidade de movimento também pode ser notada no mundo atômico, como acontece no decaimento radioativo α, em que o núcleo de um dos isótopos radioativos do urânio (U^{232}), inicialmente em repouso, se divide em um núcleo de tório e uma partícula α (núcleo de hélio), que adquirem movimento em sentidos opostos, de modo que a quantidade de movimento total do sistema se mantém igual a zero.

A validade desse princípio fundamental ainda pode ser verificada nas imensidões cósmicas, por ocasião de explosões estelares ou de colisões entre asteroides e astros maiores, como planetas e satélites.

Em um sistema mecânico isolado de forças externas, conserva-se a quantidade de movimento total.

$$\Delta\vec{Q} = \vec{0}, \text{ ou } \vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

Façamos a verificação desse enunciado.

Segundo o **Teorema do Impulso**, temos:

$$\vec{I}_{total} = \Delta\vec{Q}$$

Entretanto, em um sistema mecânico isolado, a resultante das forças externas é nula, o que permite dizer que o impulso total (da força resultante externa) também é nulo. Então: $\vec{I}_{total} = \vec{0}$

Assim, temos $\Delta\vec{Q} = \vec{0}$ e, portanto:

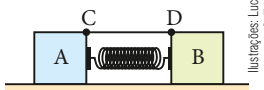
$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

Vejamos alguns exemplos típicos em que se aplica o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**.

Exemplo 1

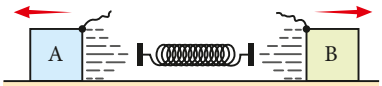
Considere o esquema a seguir, em que dois blocos, **A** e **B**, amarrados pelo fio CD, repousam sobre uma superfície horizontal e sem atrito.

Os blocos estão inicialmente separados por uma mola ideal, que se encontra comprimida.



Ilustrações: Luciano da S. Teixeira

Admita que, em determinado instante, o fio CD seja cortado. O que ocorre? A mola distende-se bruscamente, impulsionando um bloco para cada lado.



Desprezando a influência do ar, temos, nesse caso, um sistema isolado de forças externas (as forças que os blocos recebem da mola são internas ao sistema), o que possibilita dizer que, nele, a quantidade de movimento total permanece constante. Assim: $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

Como os blocos estavam inicialmente em repouso, temos $\vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$.

Logo: $\vec{Q}_{final} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \vec{0}$

Portanto: $\vec{Q}_A = -\vec{Q}_B$ (movimentos em sentidos opostos).

Em módulo, temos: $Q_A = Q_B$

Sendo $\mathbf{m_A}$ e $\mathbf{v_A}$, $\mathbf{m_B}$ e $\mathbf{v_B}$, respectivamente, a massa e o módulo da velocidade de **A** e **B**, temos:

$$m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

Observe que, se $m_B > m_A$, teremos $v_B < v_A$. Na situação estudada, as velocidades e as respectivas massas são inversamente proporcionais.

Exemplo 2

Na fotografia seguinte, duas bolas de bilhar realizam uma colisão mecânica.

Reinar Gaertner/AGE Fotostock/Grupo Keystone

Fotografia estroboscópica mostrando bolas de bilhar ao realizarem uma colisão mecânica.

Por causa da breve duração da interação (da ordem de 10^{-2} s), os impulsos de eventuais forças externas – atritos, por exemplo – sobre cada bola são desprezíveis. Assim, essas forças não alteram de modo significativo a quantidade de movimento total do sistema, que permanece praticamente constante desde o imediato instante antes da colisão até o imediato instante após sua ocorrência.

Portanto, é correto afirmar que, nessa colisão, o sistema é isolado de forças externas, valendo o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

De modo geral, os corpos que participam de uma colisão mecânica podem ser considerados um sistema isolado de forças externas, o que possibilita aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**.

Exemplo 3: Outra situação importante em que podemos aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento** é a de uma explosão.

Também nesse caso, em razão da breve duração do fenômeno, os impulsos de eventuais forças externas são desprezíveis, não alterando de modo significativo a quantidade de movimento total do sistema, que se conserva, obedecendo à equação $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$.

Na explosão de uma bomba, a soma vetorial das quantidades de movimento dos fragmentos imediatamente após o evento deve ser igual à quantidade de movimento inicial do artefato.

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$\vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 + \ldots = \vec{Q}_{inicial}$$

NOTAS

- Nos exemplos vistos, em virtude da existência de forças internas aos sistemas, as quantidades de movimento de suas partes variam e apenas a quantidade de movimento total (soma vetorial das quantidades de movimento parciais) permanece constante.
- Não se deve confundir **sistema isolado** com **sistema conservativo**. Observe que nem todo sistema isolado é conservativo e nem todo sistema conservativo é isolado.
- O **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento** é muito amplo, porém, aplicado a um sistema de duas partículas isoladas de forças externas, conduz a resultados equivalentes àqueles obtidos pela aplicação da 3ª e da 2ª leis de Newton, o **Princípio da Ação e Reação** e o **Princípio Fundamental da Dinâmica**, respectivamente.

FAÇA VOCÊ MESMO — Propulsão de dispositivos

A atividade experimental que apresentamos a seguir possibilita verificar de maneira qualitativa uma das leis mais fundamentais da Física: o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**.

Material necessário

- 1 carrinho de brinquedo de pequenas dimensões, sem autopropulsão, feito de plástico leve;
- 1 bexiga (balão de festas);
- fita adesiva ou cola.

Procedimento

I. Cole a bexiga (balão de festas) no teto do carrinho com o bico voltado para trás. A fixação deve ser bem firme e pode ser realizada com a fita adesiva ou a cola.

II. Encha a bexiga, pressionando seu bico para impedir a saída do ar.

III. Com a bexiga cheia e o bico travado, coloque o brinquedo em repouso sobre uma mesa horizontal e deixe o ar escapar subitamente. Você notará que o carrinho será propulsionado, adquirindo movimento para a frente, em sentido oposto ao do escape gasoso. Nas ilustrações, é possível observar a situação imediatamente anterior à ejeção do ar (figura **1**) e a situação imediatamente posterior à desobstrução do bico da bexiga (figura **2**).

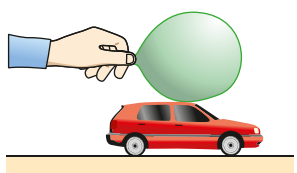


figura 1

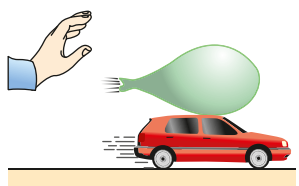


figura 2

Ilustrações: Luciano da S. Teixeira

Analisando o experimento

1. Com base no **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**, elabore uma explicação detalhada para a propulsão do conjunto carrinho-bexiga.
2. A propulsão verificada poderia ser explicada também pela 3ª Lei de Newton (**Princípio da Ação e Reação**)?
3. As naves espaciais que se deslocam em regiões do cosmo onde não existe atmosfera funcionam de maneira semelhante ao conjunto carrinho-bexiga que você estudou? Pesquise a respeito dos mecanismos propulsores dessas espaçonaves, sobretudo a respeito do tipo de combustível que elas utilizam.
4. As "motos" aquáticas podem atingir alta velocidade, permitindo ao piloto, devidamente treinado, manobras radicais. Como é propulsionada uma moto aquática? Na propulsão desses veículos é válido o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**? E a **Lei da Ação e Reação**?

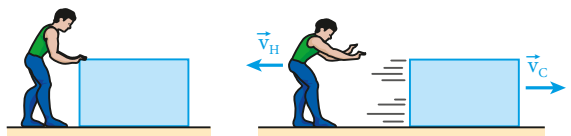
QUESTÕES COMENTADAS

14 Sobre um plano horizontal e perfeitamente liso, repousam, frente a frente, um homem e uma caixa, de massas respectivamente iguais a 80 kg e 40 kg. Em dado instante, o homem empurra a caixa, que se desloca com velocidade de módulo 10 m/s. Desprezando a influência do ar, calcule o módulo da velocidade do homem após o empurrão.

RESOLUÇÃO

Nos elementos componentes do sistema (homem e caixa), a resultante das forças externas é nula. Por isso, o sistema é **isolado**, o que permite aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**.

Ilustrações: CJT/Zapt



Imediatamente antes. Imediatamente após.

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

Como $\vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$ (o sistema estava inicialmente em repouso), temos: $\vec{Q}_{final} = \vec{0}$

Nesse caso, temos: $\vec{Q}_H + \vec{Q}_C = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_H = -\vec{Q}_C$ (movimentos em sentidos opostos)

Considerando apenas os módulos das quantidades de movimento, podemos escrever: $Q_H = Q_C$

Então: $m_H v_H = m_C v_C \Rightarrow \frac{v_H}{v_C} = \frac{m_C}{m_H}$

Sendo $v_C = 10$ m/s, $m_C = 40$ kg e $m_H = 80$ kg, calculemos $\mathbf{v}_H$:

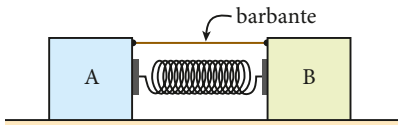
$\frac{v_H}{10} = \frac{40}{80} \Rightarrow \boxed{v_H = 5{,}0 \text{ m/s}}$

Nesse caso e em situações similares, as velocidades adquiridas pelos corpos têm intensidade inversamente proporcional às respectivas massas.

Resposta: 5,0 m/s

15 Dois blocos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 4,0 kg, encontram-se em repouso sobre um plano horizontal perfeitamente polido. Entre os blocos, há uma mola de massa desprezível, comprimida, que está impedida de se expandir por causa de um barbante que conecta os blocos.

Em determinado instante, queima-se o barbante e a mola se expande, impulsionando os blocos. Sabendo que o bloco **B** adquire velocidade de intensidade 3,0 m/s e que a influência do ar é desprezível, determine:



a) a intensidade da velocidade adquirida pelo bloco **A**;
b) a energia potencial elástica armazenada na mola antes da queima do barbante.

RESOLUÇÃO

a) O sistema é isolado de forças externas, o que permite aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**: $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

Com o sistema inicialmente em repouso, porém, temos:

$\vec{Q}_{inicial} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_{final} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \vec{0}$

Assim: $\vec{Q}_A = -\vec{Q}_B$ (movimentos em sentidos opostos)

Em módulo: $Q_A = Q_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B$

Com $m_A = 2{,}0$ kg, $m_B = 4{,}0$ kg e $v_B = 3{,}0$ m/s, calculemos $\mathbf{v}_A$:

$2{,}0\, v_A = 4{,}0 \cdot 3{,}0 \Rightarrow \boxed{v_A = 6{,}0 \text{ m/s}}$

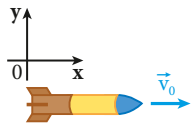
b) A energia elástica armazenada inicialmente na mola pode ser calculada adicionando-se as energias cinéticas adquiridas pelos blocos:

$E_e = E_{c_A} + E_{c_B} \Rightarrow E_e = \frac{m_A (v_A)^2}{2} + \frac{m_B (v_B)^2}{2}$

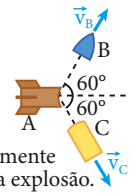
$E_e = \frac{2{,}0 \cdot (6{,}0)^2}{2} + \frac{4{,}0 \cdot (3{,}0)^2}{2}$ (J) $\Rightarrow \boxed{E_e = 54 \text{ J}}$

Respostas: a) 6,0 m/s; b) 54 J

16 Na situação do esquema a seguir, um míssil move-se no sentido do eixo 0x com velocidade $\vec{v}_0$, de módulo 40 m/s. Em dado instante, ele explode, fragmentando-se em três partes **A**, **B** e **C**, de massas **M**, 2M e 2M, respectivamente.



Imediatamente antes da explosão.



Imediatamente depois da explosão.

Sabendo que, imediatamente após a explosão, as velocidades das partes **B** e **C** valem $v_B = v_C = 110$ m/s, determine as características da velocidade vetorial da parte **A**, levando em conta o referencial 0xy.

RESOLUÇÃO

Como a explosão do míssil constitui um **sistema isolado de forças externas**, podemos aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**: $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

Segundo a direção 0y, podemos escrever:

$\vec{Q}'_{y_A} + \vec{Q}'_{y_B} + \vec{Q}'_{y_C} = \vec{Q}_{y_A} + \vec{Q}_{y_B} + \vec{Q}_{y_C}$

$M\, v'_{y_A} + 2M\, v \cdot \text{sen } 60° - 2M\, v \cdot \text{sen } 60° = 0$

$M\, v'_{y_A} = 0 \Rightarrow v'_{y_A} = 0$

O último resultado leva-nos a concluir que, segundo a direção 0y, a velocidade vetorial do fragmento **A** não apresenta componente imediatamente após a explosão.

Segundo a direção 0x, podemos escrever:

$$\vec{Q}'_{x_A} + \vec{Q}'_{x_B} + \vec{Q}'_{x_C} = \vec{Q}_{x_A} + \vec{Q}_{x_B} + \vec{Q}_{x_C}$$

$$M\,v'_{x_A} + 2M\,v \cdot \cos 60° + 2M\,v \cdot \cos 60° = 5M\,v_0$$

$$v'_{x_A} + 4v \cdot \cos 60° = 5v_0$$

$$v'_{x_A} + 4v\,\frac{1}{2} = 5v_0 \Rightarrow v'_{x_A} = 5v_0 - 2v$$

Sendo $v_0 = 40$ m/s e $v = 110$ m/s, calculemos $\mathbf{v}'_{x_A}$, que é a componente, segundo 0x, da velocidade vetorial do fragmento **A** imediatamente após a explosão:

$$v'_{x_A} = 5 \cdot 40 - 2 \cdot 110 \Rightarrow \boxed{v'_{x_A} = -20 \text{ m/s}}$$

Tendo em vista os valores obtidos para $\mathbf{v}'_{y_A}$ e $\mathbf{v}'_{x_A}$, devemos responder:

Imediatamente após a explosão, o fragmento **A** tem velocidade na direção do eixo 0x, sentido oposto ao do referido eixo e módulo de 20 m/s.

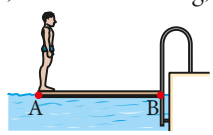
Resposta: Velocidade na direção do eixo 0x, sentido oposto ao desse eixo e módulo de 20 m/s.

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

17. Um astronauta de massa 70 kg encontra-se em repouso em uma região do espaço em que as ações gravitacionais são desprezíveis. Ele está fora de sua nave, a 120 m dela, mas consegue mover-se com o auxílio de uma pistola que dispara projéteis de massa 100 g, os quais são expelidos com velocidade $5{,}6 \cdot 10^2$ m/s.
Dando um único tiro, qual é o intervalo de tempo que o astronauta leva para atingir sua nave, supostamente em repouso?

18. A figura a seguir representa um homem de massa 60 kg, de pé sobre uma prancha de madeira, de massa 120 kg, em repouso na água de uma piscina. Inicialmente, ele ocupa o ponto **A**, oposto de **B**, onde a prancha está em contato com a escada.



Em determinado instante, o homem começa a andar, objetivando alcançar a escada. Não levando em conta os atritos entre a prancha e a água, ventos ou correntezas, e considerando para a prancha comprimento de 1,5 m, calcule:

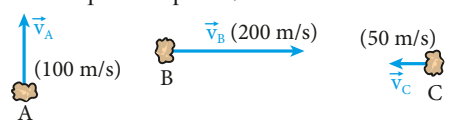
a) a relação entre os módulos das quantidades de movimento do homem e da prancha, enquanto o homem não alcança o ponto **B**;
b) a distância **x** do homem à escada depois de ter atingido o ponto **B**;
c) o módulo da velocidade escalar média do homem em relação à escada e em relação à prancha, se, ao se deslocar de **A** até **B**, ele gasta 2,0 s.

19. Considere uma espaçonave em movimento retilíneo, com velocidade escalar de $2{,}0 \cdot 10^3$ m/s em uma região de influências gravitacionais desprezíveis. Em determinado instante, ocorre uma explosão e a espaçonave se fragmenta em duas partes, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a **M** e 2M.
Se a parte **A** adquire velocidade escalar de $8{,}0 \cdot 10^3$ m/s, qual é a velocidade escalar adquirida pela parte **B**?

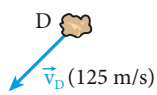
20. Uma bomba, em queda vertical nas proximidades da superfície terrestre, explode no instante em que a intensidade de sua velocidade é 20 m/s. A bomba fragmenta-se em dois pedaços, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 1,0 kg. Sabendo que, imediatamente após a explosão, o pedaço **A** se move para baixo, com velocidade de intensidade 32 m/s, determine:

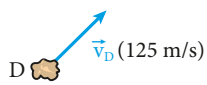
a) a intensidade e o sentido da velocidade do pedaço **B** imediatamente depois da explosão;
b) o aumento da energia mecânica do sistema devido à explosão.

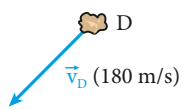
21. Um artefato explosivo, inicialmente em repouso, é detonado, fragmentando-se em quatro partes, **A**, **B**, **C** e **D**, de massas respectivamente iguais a 3,0 kg, 2,5 kg, 2,0 kg e 4,0 kg. Despreze a perda de massa do sistema no ato da explosão e admita que os quatro fragmentos sejam lançados com velocidades contidas em um mesmo plano. No esquema a seguir, são fornecidas as características das velocidades vetoriais adquiridas por **A**, **B** e **C**.

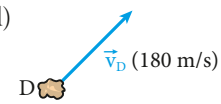


Aponte a alternativa que melhor traduz as características da velocidade vetorial adquirida por **D**:

a) 

b) 

c) 

d) 

e)

Ilustrações: Luis Fernando R. Tucillo

6. ESTUDO DAS COLISÕES MECÂNICAS

Um jogo de sinuca é um excelente cenário para observarmos um bom número de colisões mecânicas. As bolas, lançadas umas contra as outras, interagem, alterando as características de seus movimentos iniciais.

As colisões mecânicas têm, em geral, breve duração. Quando batemos um prego usando um martelo, por exemplo, o intervalo de tempo médio de contato entre o martelo e o prego em cada impacto é da ordem de 10^{-2} s.

Duas fases podem ser distinguidas em uma colisão mecânica: a de **deformação** e a de **restituição**. A primeira tem início no instante em que os corpos entram em contato, passando a se deformar mutuamente, e termina quando um corpo para **em relação ao outro**. Nesse instante começa a segunda fase, que tem seu fim no momento em que os corpos se separam. A fase de restituição, entretanto, não ocorre em todas as colisões. Em uma batida entre dois automóveis que não se separam após o choque, por exemplo, praticamente não há restituição.

Dizemos que uma colisão mecânica é **unidimensional** (ou **frontal**) quando os centros de massa dos corpos se situam sobre uma mesma reta antes e depois do choque. Em nosso estudo, trataremos preferencialmente das colisões unidimensionais.

Quantidade de movimento e energia mecânica nas colisões

Conforme comentamos na seção **5** deste capítulo, os corpos que participam de qualquer tipo de colisão mecânica podem ser considerados um **sistema isolado de forças externas**. De fato, recordemos que, em razão da breve duração da interação, os impulsos das eventuais forças externas sobre o sistema são praticamente desprezíveis, não modificando de modo sensível a quantidade de movimento total.

Portanto, para qualquer colisão, podemos aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**, que significa o seguinte:

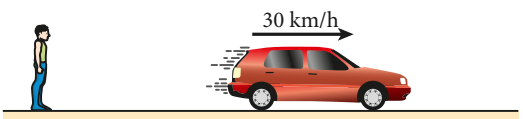
> Em qualquer tipo de colisão mecânica, a quantidade de movimento total do sistema mantém-se constante. A quantidade de movimento imediatamente após a interação é igual à quantidade de movimento imediatamente antes: $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

É importante observar, entretanto, que, embora a quantidade de movimento total se conserve nas colisões, o mesmo não ocorre, necessariamente, com a energia mecânica (cinética) total do sistema. Quando dois corpos colidem, há, geralmente, degradação de energia mecânica (cinética) em energia térmica, acústica e trabalho de deformação permanente, entre outras dissipações. Por isso, na maior parte das situações, os corpos que participam de uma colisão mecânica constituem um **sistema dissipativo**.

Excepcionalmente, porém, no caso de as perdas de energia mecânica serem desprezíveis – e somente nesse caso –, os corpos que participam da colisão constituem um **sistema conservativo**. Ratificando, pois, frisemos que os corpos que participam de colisões mecânicas constituem normalmente sistemas isolados, sendo sistemas conservativos apenas excepcionalmente.

Velocidade escalar relativa entre duas partículas que percorrem uma mesma reta

Considere a figura a seguir, em que um carro trafega em uma rua, tendo seu velocímetro indicando permanentemente 30 km/h.



Ilustrações: CJT/Zapt

A velocidade acusada pelo velocímetro do veículo é referente ao solo, ou seja, é dada, por exemplo, em relação a uma pessoa que, parada na calçada, observa o carro passar.

Movimentos no mesmo sentido

Considere, agora, o caso em que dois carros, **A** e **B**, trafegam por uma mesma avenida retilínea, no mesmo sentido. Admita que os módulos das velocidades escalares de **A** e **B** em relação ao solo sejam, respectivamente, 60 km/h e 40 km/h, com **A** à frente de **B**.

Se o motorista do carro **B** observar o carro da frente, verá este se afastar dele com uma velocidade escalar de módulo 20 km/h, tudo se passando como se ele próprio estivesse parado e apenas o carro **A** se movesse a 20 km/h. Diz-se, então, que a velocidade escalar relativa entre os dois carros tem módulo 20 km/h.

Assim:

Se duas partículas percorrem uma mesma reta no mesmo sentido, o módulo da velocidade escalar relativa entre elas é dado pelo módulo da diferença entre as velocidades escalares das duas, medidas em relação ao solo.

Exemplos:

a)

$$|v_{r_{A,B}}| = |v_A - v_B| = |10 - 50|$$

Logo: $|v_{r_{A,B}}| = 40 \text{ m/s}$

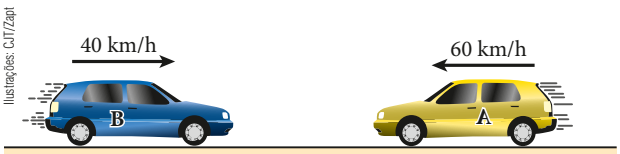
b)

$$|v_{r_{A,B}}| = |v_A - v_B| = |60 - 20|$$

Logo: $|v_{r_{A,B}}| = 40 \text{ m/s}$

Movimentos em sentidos opostos

Imagine agora uma outra situação, em que os carros **A** e **B** trafegam por uma mesma estrada retilínea, em sentidos opostos. Sejam 60 km/h e 40 km/h, respectivamente, os módulos das velocidades escalares de **A** e de **B** em relação ao solo.



Ilustrações: CJT/Zapt

Se o motorista do carro **B** observar o carro **A**, verá este se aproximar dele com uma velocidade escalar de módulo 100 km/h, tudo se passando como se ele próprio estivesse parado e apenas o carro **A** se movesse ao seu encontro a 100 km/h. Diz-se, então, que a velocidade escalar relativa entre os dois carros tem módulo 100 km/h.

Assim:

Se duas partículas percorrem uma mesma reta em sentidos opostos, o módulo da velocidade escalar relativa entre elas é dado pela soma dos módulos das velocidades escalares das duas, medidas em relação ao solo.

Exemplos:

a)

$$|v_{r_{A,B}}| = |v_A| + |v_B| = |10| + |-50|$$

Logo: $|v_{r_{A,B}}| = 60 \text{ m/s}$

b)

$$|v_{r_{A,B}}| = |v_A| + |v_B| = |-10| + |50|$$

Logo: $|v_{r_{A,B}}| = 60 \text{ m/s}$

NOTA

Os critérios apresentados para o cálculo da velocidade escalar relativa são aplicáveis somente aos casos em que as partículas têm velocidades muito menores que a da luz no vácuo ($c \cong 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s). Para partículas dotadas de grandes velocidades, os efeitos relativísticos não podem ser desprezados e os critérios de cálculo sofrem alterações, como se estuda em **Física Moderna**.

Coeficiente de restituição ou de elasticidade (e)

Sejam $|v_{r_{af}}|$ e $|v_{r_{ap}}|$, respectivamente, os módulos das velocidades escalares relativas de **afastamento** (após a colisão) e de **aproximação** (antes da colisão) de duas partículas que realizam uma colisão unidimensional. O **coeficiente de restituição** ou **de elasticidade** (**e**) para a referida colisão é definido pelo quociente:

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|}$$

NOTAS

- O coeficiente de restituição (**e**) não depende da massa, mas dos materiais dos corpos que participam da colisão.
- O coeficiente de restituição (**e**) é adimensional por ser calculado pelo quociente de duas grandezas medidas nas mesmas unidades.
- Pode-se demonstrar que: $0 \leqslant e \leqslant 1$

Classificação das colisões quanto ao valor de e

De acordo com o valor assumido pelo coeficiente de restituição **e**, as colisões mecânicas unidimensionais classificam-se em duas categorias: **elásticas** e **inelásticas**.

Colisões elásticas (ou perfeitamente elásticas)

Constituem uma situação ideal em que o coeficiente de restituição é máximo, isto é: $e = 1$

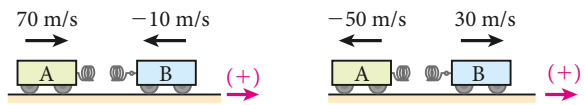
Sendo $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|}$, decorre que: $|v_{r_{af}}| = |v_{r_{ap}}|$

Em uma colisão elástica, as partículas aproximam-se (antes da colisão) e afastam-se (depois da colisão) com a mesma velocidade escalar relativa, em módulo.

Exemplos:

a) Antes da colisão: Depois da colisão:

Luis Fernando R. Tucillo



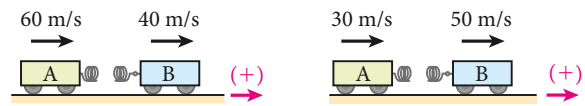
$|v_{r_{ap}}| = 70 + 10$ $\qquad$ $|v_{r_{af}}| = 50 + 30$

$|v_{r_{ap}}| = 80$ m/s $\qquad$ $|v_{r_{af}}| = 80$ m/s

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{80}{80} \Rightarrow e = 1$$

b) Antes da colisão: Depois da colisão:

Luis Fernando R. Tucillo



$|v_{r_{ap}}| = 60 - 40$ $\qquad$ $|v_{r_{af}}| = 50 - 30$

$|v_{r_{ap}}| = 20$ m/s $\qquad$ $|v_{r_{af}}| = 20$ m/s

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{20}{20} \Rightarrow e = 1$$

Nas colisões elásticas, o sistema, além de isolado, também é conservativo. A energia mecânica (cinética) total do sistema, imediatamente após a interação, é igual à energia mecânica (cinética) total do sistema imediatamente antes da interação.

Colisão elástica $\Rightarrow$ Sistema conservativo

$E_{c_{final}} = E_{c_{inicial}}$

Nas colisões elásticas, não há degradação da energia mecânica do sistema. Durante a fase de deformação há transformação de energia cinética em energia potencial elástica. Durante a fase de restituição ocorre o processo inverso, isto é, a energia potencial elástica armazenada é totalmente reconvertida em energia cinética.

Colisões inelásticas

I. Colisões totalmente inelásticas

São aquelas em que o coeficiente de restituição é nulo: $e = 0$

Sendo $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|}$, decorre que: $|v_{r_{af}}| = 0$

Nas colisões totalmente inelásticas, como a velocidade escalar relativa de afastamento tem módulo nulo, concluímos que, após a interação, os corpos envolvidos **não se separam**.

Exemplos:

a) Antes da colisão:

Ilustrações: CJT/Zapt

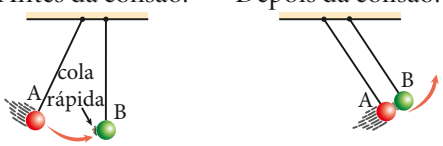
$|v_{r_{ap}}| = 80 + 60 \Rightarrow |v_{r_{ap}}| = 140$ km/h

Depois da colisão:

$|v_{r_{af}}| = 0$

Assim: $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \dfrac{0}{140} \Rightarrow e = 0$

b) Antes da colisão: Depois da colisão:



Como não há separação entre as partículas após a colisão, temos $|v_{r_{af}}| = 0$; logo, $e = 0$.

Pelo fato de os corpos permanecerem unidos (juntos) após uma colisão totalmente inelástica, inexiste a fase de restituição, ocorrendo apenas a fase de deformação. Os corpos que participam de colisões totalmente inelásticas constituem sistemas dissipativos. A energia mecânica (cinética) total imediatamente após a interação é menor que a energia mecânica (cinética) total imediatamente antes da interação.

Colisão totalmente inelástica $\Rightarrow$ Sistema dissipativo

$E_{c_{final}} < E_{c_{inicial}}$

Destaquemos que, nas colisões totalmente inelásticas, a dissipação de energia mecânica é relativamente grande. Há casos, como o da colisão entre os carros, representados anteriormente, em que toda a energia mecânica se degrada, transformando-se em energia térmica, energia acústica e trabalho de deformação permanente, entre outras formas de energia, havendo, portanto, dissipação total.

II. Colisões parcialmente elásticas

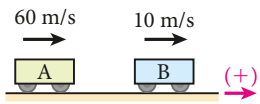
São aquelas em que o coeficiente de restituição se situa entre zero e um: $0 < e < 1$

Sendo $e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|}$, decorre que: $0 < |v_{r_{af}}| < |v_{r_{ap}}|$

Nas colisões parcialmente elásticas, os corpos envolvidos separam-se após a interação, existindo, assim, a fase de restituição. Os corpos afastam-se, entretanto, com velocidade escalar relativa de módulo **menor** que o da aproximação.

Exemplos:

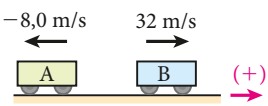
a) Antes da colisão:



$|v_{r_{ap}}| = 60 - 10$

$|v_{r_{ap}}| = 50$ m/s

Depois da colisão:



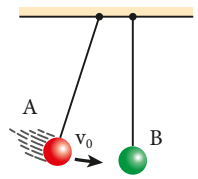
$|v_{r_{af}}| = 32 + 8{,}0$

$|v_{r_{af}}| = 40$ m/s

Ilustrações: Luis Fernando R. Tucillo

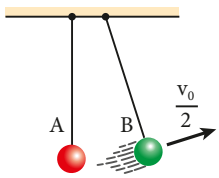
$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{40}{50} \Rightarrow e = 0{,}8$$

b) Imediatamente antes da colisão:



$|v_{r_{ap}}| = v_0$

Imediatamente após a colisão:



$|v_{r_{af}}| = \frac{v_0}{2}$

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{\frac{v_0}{2}}{v_0} \Rightarrow e = 0{,}5$$

Os corpos que participam de colisões parcialmente elásticas também constituem sistemas dissipativos. A energia mecânica (cinética) total imediatamente após a interação é **menor** que a energia mecânica (cinética) total imediatamente antes da interação.

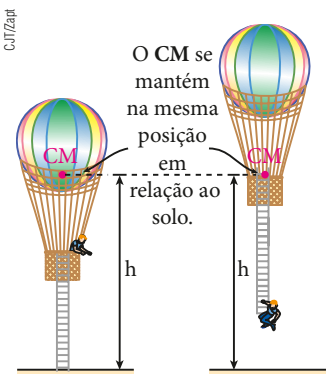
Colisão parcialmente elástica $\Rightarrow$ Sistema dissipativo

$E_{c_{final}} < E_{c_{inicial}}$

EM BUSCA DE EXPLICAÇÕES

O balão teimoso

Na figura a seguir, está esquematizado um balão tripulado, inicialmente em repouso em relação ao solo, em um local onde não há correntes de ar. Do cesto do balão pende uma escada de corda, que tangencia o chão. Nessas condições, o centro de massa (**CM**) do sistema balão-homem está a uma altura **h** em relação ao solo. Admita que o homem resolva descer a escada na tentativa de abandonar o balão. Ele se frustrará, pois, ao atingir a extremidade inferior da escada, ele notará que esta já não mais tangenciará o chão como antes, tendo se elevado em relação ao solo.

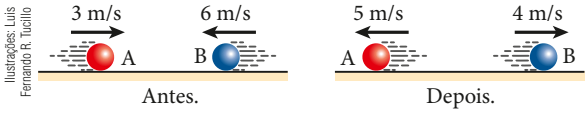


CJT/Zapt

A explicação é esta: o sistema balão-homem é isolado de forças externas $(\vec{F}_{externa} = \vec{0})$ e, por isso, a velocidade do seu centro de massa deve permanecer constante.

Como o centro de massa estava inicialmente em repouso, assim vai permanecer todo o tempo. Com a descida do homem há um deslocamento de massa para as partes mais baixas do balão, o que tenderia a rebaixar o centro de massa do sistema. Mas a altura do centro de massa se mantém igual a **h**, pois, à medida que o homem desce, o balão sobe. Ao retornar ao cesto, o homem perceberá que, novamente, a extremidade inferior da escada estará tangenciando o chão.

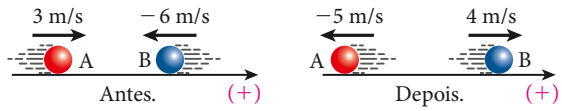
22 No esquema seguinte, estão representadas as situações imediatamente anterior e imediatamente posterior à colisão unidimensional ocorrida entre duas partículas **A** e **B**:



Sendo conhecidos os módulos das velocidades escalares das partículas, calcule a relação $\frac{m_A}{m_B}$ entre suas massas.

RESOLUÇÃO

Qualquer colisão mecânica constitui um **sistema isolado** de forças externas, o que permite a aplicação do **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:



$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow \vec{Q}_{f_A} + \vec{Q}_{f_B} = \vec{Q}_{i_A} + \vec{Q}_{i_B}$$

Como a colisão é unidimensional, levando em conta a orientação atribuída à trajetória, raciocinemos em termos escalares:

$$Q_{f_A} + Q_{f_B} = Q_{i_A} + Q_{i_B}$$

$$m_A v_{f_A} + m_B v_{f_B} = m_A v_{i_A} + m_B v_{i_B}$$

$$m_A (-5) + m_B (4) = m_A (3) + m_B (-6)$$

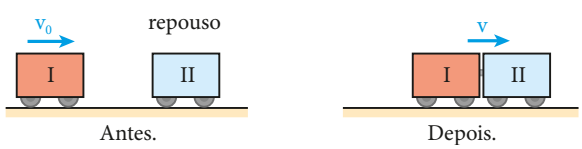
$$8 m_A = 10 m_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{5}{4}$$

Resposta: $\frac{5}{4}$

23 Um vagão (**I**) de massa **M**, movendo-se sobre trilhos retos e horizontais com velocidade de intensidade v_0, colide com um vagão (**II**) de massa **m**, inicialmente em repouso. Se o vagão (**I**) fica acoplado ao vagão (**II**), determine a intensidade da velocidade do conjunto imediatamente após a colisão.

RESOLUÇÃO

Os esquemas seguintes representam as situações imediatamente anterior e imediatamente posterior à colisão:



Aplicando o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**, temos:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$(M + m) v = M v_0 \Rightarrow v = \frac{M}{M + m} v_0$$

Destaquemos que a colisão é totalmente inelástica e que $v < v_0$.

Resposta: $\frac{M}{M + m} v_0$

24 Duas pequenas esferas de massas iguais realizam um choque unidimensional e perfeitamente elástico sobre uma mesa do laboratório. No esquema abaixo, observe a situação imediatamente anterior e a imediatamente posterior ao evento.

Supondo conhecidos os módulos de $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ (v_A e v_B), determine os módulos de $\vec{v}'_A$ e $\vec{v}'_B$ (v'_A e v'_B).

RESOLUÇÃO

Aplicando ao choque o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**, temos:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow \vec{Q}'_A + \vec{Q}'_B = \vec{Q}_A + \vec{Q}_B$$

Em termos escalares, temos:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B$$

$$m v'_A + m v'_B = m v_A + m v_B$$

$$\text{Logo: } v'_A + v'_B = v_A + v_B \qquad (I)$$

Sabemos também que: $e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B}$

Sendo o choque perfeitamente elástico, temos $e = 1$, decorrendo que:

$$1 = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} \Rightarrow v'_B - v'_A = v_A - v_B \qquad (II)$$

Resolvendo o sistema constituído pelas equações (**I**) e (**II**), obtemos:

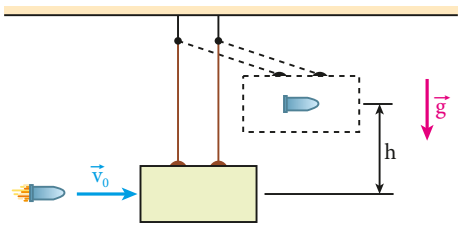
$$v'_A = v_B \text{ e } v'_B = v_A$$

Cabe aqui uma observação importante:

> Em um choque unidimensional e perfeitamente elástico entre partículas de massas iguais, estas **trocam suas velocidades**.

Resposta: $v'_A = v_B$ e $v'_B = v_A$

25 O dispositivo representado na figura a seguir denomina-se **pêndulo balístico** e pode ser utilizado para a determinação da intensidade da velocidade de projéteis:



Luis Fernando R. Tucillo

Considere desprezíveis os pesos das hastes e o efeito do ar. Um projétil de massa **m** é disparado horizontalmente com velocidade $\vec{v}_0$ contra o bloco de massa **M**, inicialmente em repouso. O projétil fica incrustado no bloco e o conjunto eleva-se a uma altura máxima **h**. Sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade, determine, em função de **M**, **m**, **g** e **h**, a intensidade de $\vec{v}_0$.

RESOLUÇÃO

Se o projétil fica incrustado no bloco, a colisão é totalmente inelástica. Calculemos o módulo **v** da velocidade do conjunto bloco-projétil, imediatamente após o impacto. Para tanto, apliquemos à colisão o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow (M + m)\, v = m\, v_0$$

Logo: $v = \dfrac{m}{M + m}\, v_0$ (I)

Devido às condições ideais, imediatamente após a colisão, o sistema torna-se conservativo, valendo, a partir daí, o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**.

Adotemos o plano horizontal de referência passando pela posição inicial do centro de massa do conjunto bloco-projétil. Assim, imediatamente após o impacto, a energia mecânica do conjunto será puramente cinética e, no ponto de altura máxima, puramente potencial de gravidade.

$$E_{m_{final}} = E_{m_{inicial}} \Rightarrow E_p = E_c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (M + m)\, g\, h = \frac{(M + m)\, v^2}{2} \Rightarrow g\, h = \frac{v^2}{2} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (**I**) em (**II**), obtemos:

$$g\, h = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{M + m}\right)^2 v_0^2 \Rightarrow \boxed{v_0 = \frac{M + m}{m}\sqrt{2g\, h}}$$

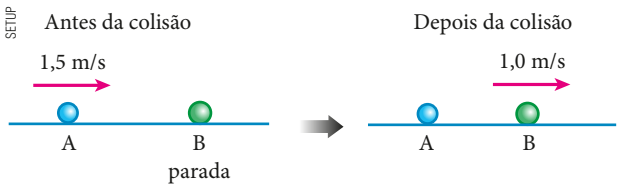
Embora imediatamente após o impacto o sistema seja conservativo, analisado do início ao fim do fenômeno, ele assim não pode ser considerado, pois, devido à colisão totalmente inelástica ocorrida, uma fração da energia mecânica total é dissipada.

Resposta: $\dfrac{M + m}{m}\sqrt{2g\, h}$

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

26. Em um jogo de bolinhas de gude, após uma pontaria perfeita, um garoto lança uma bolinha **A** de massa 10 g, que rola com velocidade constante de módulo 1,5 m/s sobre o solo horizontal, em linha reta, no sentido da esquerda para a direita. Ela choca-se frontalmente contra outra bolinha **B**, de massa 20 g que estava parada. Devido ao impacto, a bolinha **B** parte com velocidade de módulo 1,0 m/s e dirigida para a direita.



Quais são as características da velocidade adquirida pela bolinha **A** após a colisão?

27. A fotografia mostrada a seguir expõe a reconstituição de um acidente, resultado de uma imprudência. Um carro de massa igual a 1 tonelada, ao tentar ultrapassar de maneira incorreta um caminhão, acabou batendo de frente em outro carro, de massa 800 kg, que estava parado no acostamento. Em virtude de a estrada estar muito lisa por causa de uma chuva ocorrida momentos antes da colisão, os carros se moveram juntos em linha reta, com uma velocidade de intensidade 54 km/h, após o impacto.

CTK - Photobank/Diomedia

Admitindo-se que a força que deformou os veículos agiu durante 0,10 s, são feitas as seguintes afirmações para a situação descrita:

I. O choque foi totalmente inelástico e, por isso, não houve conservação da quantidade de movimento total do sistema.

II. A intensidade da velocidade do carro de 1 tonelada antes da batida era de 97,2 km/h.

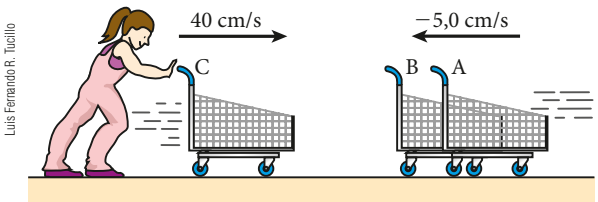
III. A intensidade do impulso em cada carro no ato da colisão foi de $1{,}2 \cdot 10^4\ N \cdot s$.

IV. A intensidade da força média que deformou os veículos foi de $1{,}2 \cdot 10^3\ N$.

Estão corretas somente:

a) **I** e **II**
b) **II** e **III**
c) **III** e **IV**
d) **I**, **II** e **III**
e) **II**, **III** e **IV**

28. Ao perceber que dois carrinhos vazios, **A** e **B**, se deslocam acoplados ao seu encontro com uma velocidade escalar de −5,0 cm/s, a funcionária de um supermercado lança contra eles um terceiro carrinho, **C**, também vazio, com velocidade escalar de 40 cm/s. Veja a figura:

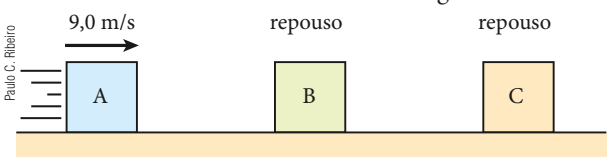


Luis Fernando R. Tucillo

Ao colidir com o conjunto A-B, **C** nele se encaixa e os três carrinhos seguem unidos com velocidade escalar **v**. Admitindo que os carrinhos sejam iguais e que se movimentem ao longo de uma mesma reta horizontal sem a ação de atritos nos eixos das rodas, tanto antes como depois da interação, pede-se determinar:

a) o valor de **v**;
b) a intensidade do impulso que **C** exerce no conjunto A-B no ato da colisão. Considere que cada carrinho tenha massa igual a 15 kg.

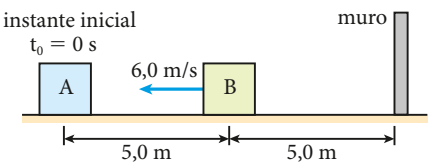
29. Três blocos, **A**, **B** e **C**, de dimensões idênticas e massas respectivamente iguais a 2M, **M** e **M**, estão inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal sem atrito, alinhados em um ambiente em que a influência do ar é desprezível. O bloco **A** é, então, lançado contra o bloco **B** com velocidade escalar de 9,0 m/s, conforme indica a figura.



Paulo C. Ribeiro

Admitindo que as colisões entre **A**, **B** e **C** sejam unidimensionais e perfeitamente elásticas, determine as velocidades escalares desses blocos depois de ocorridas todas as colisões possíveis entre eles.

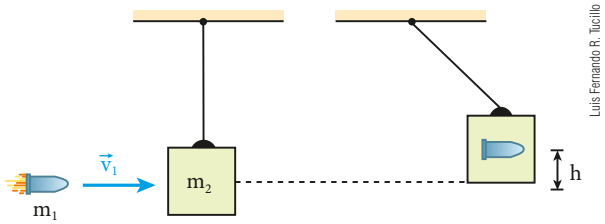
30. Apoiados sobre um piso horizontal desprovido de atrito estão um bloco **A**, em repouso, e um bloco **B**, de massa 5,0 kg se aproximando de **A** com velocidade constante de módulo 6,0 m/s, como indicado na figura a seguir.



Luis Fernando R. Tucillo

Considerando-se que as dimensões de **A** e **B** sejam desprezíveis, quando comparadas com as distâncias dadas, e que a colisão entre **A** e **B** seja perfeitamente elástica, qual será a distância entre **A** e **B** quando **B** atingir o muro?

31. (UFJF-MG) A figura **1** a seguir ilustra um projétil de massa $m_1 = 20$ g disparado horizontalmente com velocidade de módulo $v_1 = 200$ m/s contra um bloco de massa $m_2 = 1{,}98$ kg, em repouso, suspenso na vertical por um fio de massa desprezível. Após sofrerem uma colisão perfeitamente inelástica, o projétil fica incrustado no bloco e o sistema projétil-bloco atinge uma altura máxima **h**, conforme representado na figura **2**.



Luis Fernando R. Tucillo

figura 1 figura 2

Desprezando a força de resistência do ar e adotando $g = 10$ m/s^2, resolva os itens abaixo.

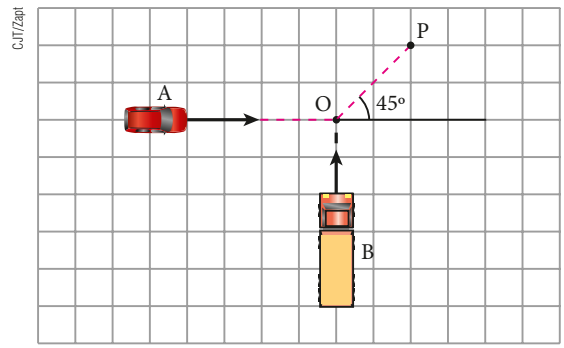
a) Calcule o módulo da velocidade que o sistema projétil-bloco adquire imediatamente após a colisão.
b) Aplicando-se o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**, calcule o valor da altura máxima **h** atingida pelo sistema projétil-bloco após a colisão.

32. O Large Hadron Collider, ou simplesmente, LHC, do CERN, é o maior acelerador de partículas e o de maior energia existente do mundo. Seu principal objetivo é obter dados sobre colisões de feixes de partículas, tanto de prótons, a uma energia de 7,0 TeV (1,12 microjoules) por partícula, como de núcleos de chumbo, a uma energia de 574 TeV (92,0 microjoules) por núcleo. O laboratório localiza-se em um túnel de 27 km de circunferência, a 175 metros abaixo do nível do solo, na fronteira franco-suíça próximo a Genebra, Suíça.

SPL/Latinstock

Considere duas partículas com cargas elétricas de mesmo sinal em rota de colisão dentro de um acelerador semelhante ao LHC. A partícula **1** tem massa 2m e a partícula **2** é um próton, de massa **m**. Quando a distância entre elas é muito grande, suas velocidades têm a mesma direção e sentidos opostos, mas intensidades iguais a $6{,}0 \cdot 10^4$ m/s. Desprezando-se os efeitos relativísticos, determine os módulos das velocidades das partículas **1** e **2** imediatamente após a colisão perfeitamente elástica que se verifica entre elas.

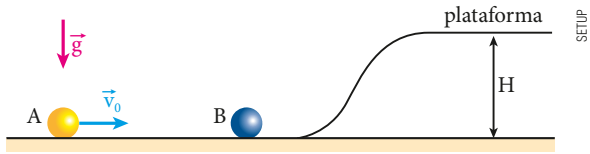
33. Um automóvel (**A**) e um caminhão (**B**) colidem no ponto **O** indicado, após o que prosseguem unidos, deslocando-se na direção OP. A massa do caminhão é quatro vezes a do automóvel e sua velocidade, imediatamente antes da batida, valia 30,0 km/h.



Ao narrar a colisão à Polícia Rodoviária, o motorista do automóvel argumentou que, antes do choque, a velocidade de seu veículo era inferior à máxima permitida (80,0 km/h).

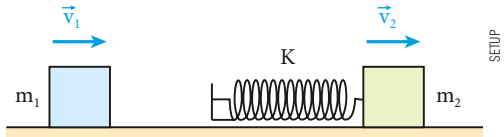
a) Verifique, justificando, se a afirmação do motorista do automóvel é falsa ou verdadeira.
b) Calcule a velocidade do conjunto automóvel-caminhão imediatamente após a batida.

34. Uma partícula **A** viaja com velocidade constante e horizontal de módulo v_0. Após a colisão com uma partícula **B**, que está inicialmente em repouso, verifica-se que as duas partículas sobem uma plataforma horizontal de altura H = 0,80 m, como representado na figura a seguir.



Porém, a partícula **A** entra em repouso quando atinge essa altura e **B** continua a se mover na plataforma com energia cinética igual a 240 J. Desprezando-se os efeitos do atrito e sabendo-se que as massas de **A** e **B** valem 5,0 kg e 10,0 kg, respectivamente, determine o coeficiente de restituição da colisão.
Adote g = 10 m/s² e não considere o efeito do ar.

35. Um bloco de massa m_1 = 2,0 kg desliza em linha reta sobre uma mesa sem atrito, com velocidade de módulo 7,0 m/s. Em frente a ele e deslocando-se na mesma direção e sentido há um bloco de massa m_2 = 4,0 kg, movendo-se com velocidade de módulo 4,0 m/s. Uma mola com massa desprezível, de constante elástica K = 300 N/m, é presa no bloco de massa $\mathbf{m_2}$. Quando os blocos se chocam, qual é a máxima compressão verificada na mola?



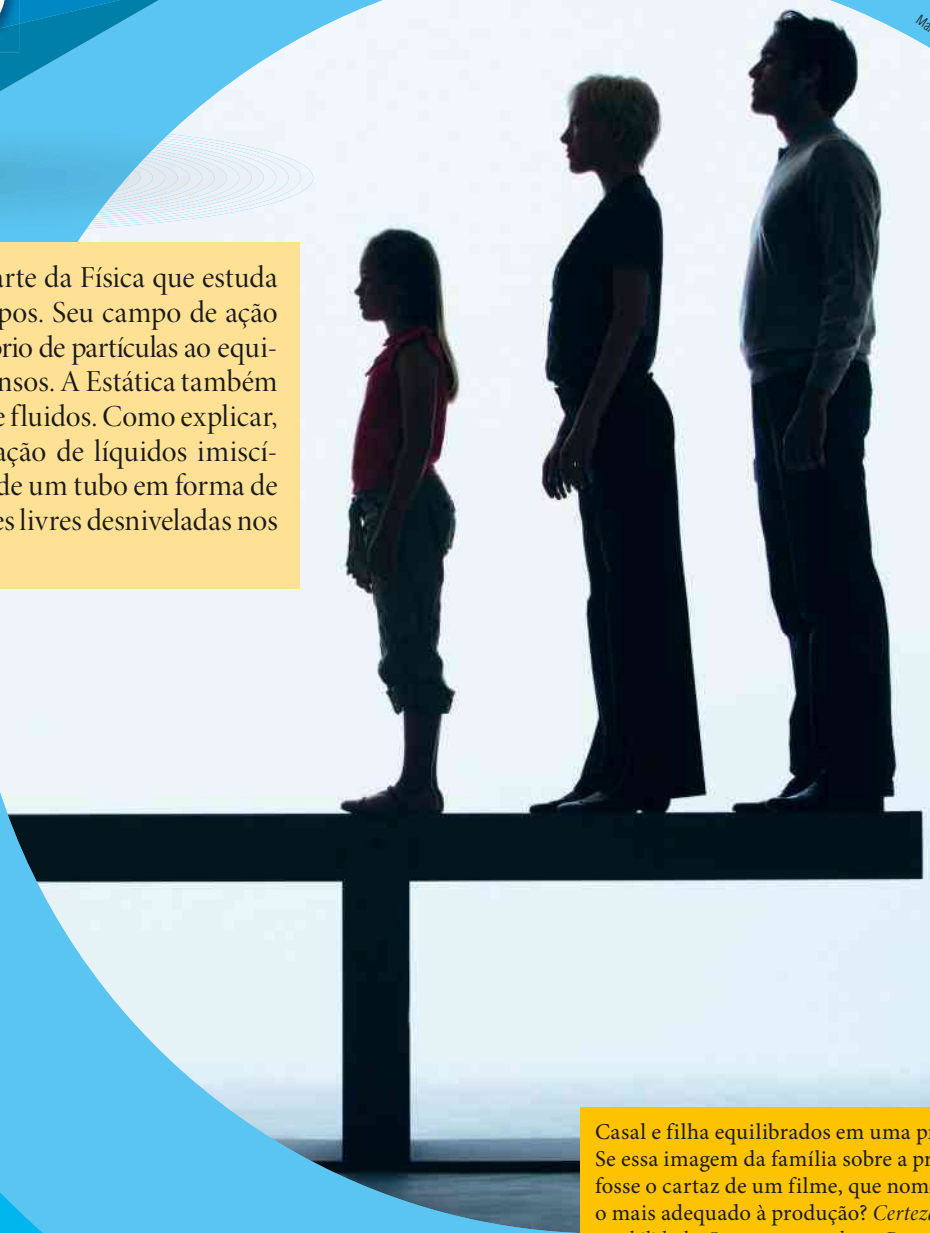
DESCUBRA **MAIS**

1. Admita que você esteja em repouso sobre a superfície horizontal e perfeitamente lisa de um grande lago congelado. Portanto, devido à inexistência de atritos, é impossível caminhar. Você tem em suas mãos um pesado bloco de gelo. Que procedimento você adotaria para atingir uma determinada borda do lago com maior rapidez?
2. O momento linear (ou quantidade de movimento), definido pelo produto da massa pela velocidade vetorial, é uma grandeza física de grande importância, essencial no estudo de explosões e colisões. Pesquise sobre o que vem a ser **momento angular**?
3. Suponha que você esteja sentado em uma cadeira giratória realizando rotações em torno de um eixo vertical. Você está de braços cruzados e, neste caso, sua velocidade angular é igual a ω_0. Se você abrir os braços posicionando-os horizontalmente, haverá uma alteração em sua velocidade angular que adquirirá um novo valor $\omega < \omega_0$. A explicação para essa variação na velocidade angular é fundamentada em que princípio físico?
4. Imaginemos que a Terra sofra, por alguma razão, um significativo "encolhimento" (redução de raio), sendo mantidas, porém, sua massa e sua forma esférica. Isso provocaria alguma alteração no período de rotação do planeta? Os dias terrestres ficariam mais curtos, mais longos ou manteriam a duração atual de 24 h?

UNIDADE 3

ESTÁTICA

A **Estática** é a parte da Física que estuda o equilíbrio dos corpos. Seu campo de ação estende-se do equilíbrio de partículas ao equilíbrio de corpos extensos. A Estática também trata do equilíbrio de fluidos. Como explicar, por exemplo, a situação de líquidos imiscíveis, estáveis dentro de um tubo em forma de **U** e com as superfícies livres desniveladas nos dois ramos do tubo?



Martin Barraud/Alamy/Fotoarena

Casal e filha equilibrados em uma prancha. Se essa imagem da família sobre a prancha fosse o cartaz de um filme, que nome seria o mais adequado à produção? *Certeza de estabilidade; O enorme peso do ar; Prestes a desabar?* Talvez esta última opção seja a melhor, pois, se a prancha, supostamente homogênea, estiver simplesmente apoiada sobre a base vertical, será uma situação de equilíbrio impossível.

NESTA UNIDADE

13 ESTÁTICA DOS SÓLIDOS

14 ESTÁTICA DOS FLUIDOS

CAPÍTULO 13

ESTÁTICA DOS SÓLIDOS

1. INTRODUÇÃO

O objetivo primordial deste capítulo é estudar as condições para que um sólido esteja em **equilíbrio estático**, isto é, as condições para que um sólido não apresente nenhum tipo de movimento macroscópico em relação a um dado referencial, que, muito frequentemente, é o solo. Para evidenciar a importância do assunto, basta lembrar que o equilíbrio estático precisa ser garantido no projeto das estruturas de edifícios, pontes, viadutos etc.

Getty Images

Ponte Harbour, Sidney (Austrália). Julho de 2015. Conhecimentos de Estática foram necessários para garantir as condições de equilíbrio dessa ponte.

Estudaremos um ponto, definido para qualquer corpo sujeito a um campo gravitacional, denominado **centro de gravidade** do corpo. Em um de seus livros, o grego Arquimedes (287-212 a.C.), nascido em Siracusa e considerado o pai da Mecânica, descreveu a determinação do centro de gravidade de um corpo qualquer.

No projeto de um avião, por exemplo, a posição desse ponto, estabelecida em solo, é fundamental para garantir a estabilidade da aeronave em voo.

Em várias outras situações, como veremos, a localização do centro de gravidade é decisiva para se saber se o sólido estará ou não em equilíbrio.

Neste capítulo, veremos conceitos que farão você entender o princípio de funcionamento de muitas máquinas elementares que facilitam sobremaneira a realização de tarefas em nosso cotidiano.

Há muitos casos em que essa realização nem seria possível sem as tais máquinas.

Imagine, por exemplo, que o pneu de um automóvel que trafegava por uma rodovia furou. Obviamente foi preciso substituir o pneu furado para que a viagem pudesse ter continuidade. Para isso, o "macaco" foi fundamental. Sem a chave de roda seria impossível desapertar os parafusos e, assim, remover a roda. Sem essa chave também seria impossível apertar corretamente os parafusos da roda sobressalente.

Abrir uma garrafa, como você pode ver na fotografia abaixo, fica muito mais fácil com um abridor.

Cristina Xavier

A Estática está presente até mesmo na simples tarefa de abrir uma garrafa: o abridor é um tipo de alavanca.

Introduzir um parafuso em uma tábua é outra tarefa que uma máquina elementar – a chave de fenda – facilita muito. Nessa operação, o fato de o parafuso ter rosca também é fundamental.

Cristina Xavier

A Estática também justifica a vantagem do uso de uma chave de fenda para apertar ou desapertar parafusos.

Antigamente as bicicletas não tinham marchas. Subir uma ladeira íngreme era uma tarefa muito árdua. Muitas vezes, o ciclista descia da bicicleta e a empurrava até o final da ladeira.

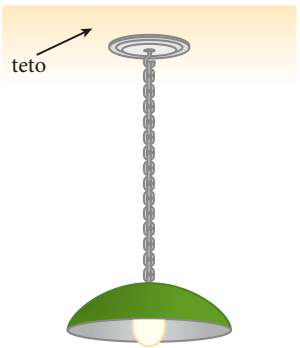
Veja na imagem a seguir um sistema constituído por dois garfos e um palito fincados em uma rolha, em equilíbrio, apoiado na borda da boca de uma garrafa.

Cristina Xavier

O sistema encontra-se em equilíbrio, apoiado na borda da boca da garrafa. O segredo desse equilíbrio está na posição do centro de gravidade do sistema.

2. ESTÁTICA DO PONTO MATERIAL E ESTÁTICA DO CORPO EXTENSO

O sistema abaixo é formado por um lustre em repouso, suspenso no teto de uma sala por meio de uma corrente.

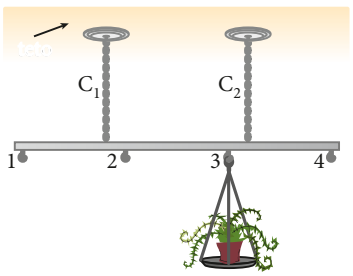


CJT/Zapt

Quando esse sistema foi fixado no teto, certamente ninguém teve a preocupação de que seu equilíbrio pudesse ser comprometido por uma possível rotação. De fato, a possibilidade de rotação não é um fator relevante nessa situação, pois, para o equilíbrio acontecer, basta que a corrente suporte a tração exercida pelo lustre sem se romper e que a fixação no teto seja bem-feita. Nesse caso, o lustre pode ser considerado uma partícula — com toda a sua massa concentrada nela — suspensa na extremidade da corrente.

A situação descrita anteriormente se enquadra no que chamamos de **estática do ponto material ou estática da partícula**.

Considere, agora, a situação de repouso ilustrada na figura ao lado, em que uma barra com ganchos para pendurar vasos está suspensa no teto por meio de duas correntes C_1 e C_2.



CJT/Zapt

Nesse caso, dependendo do gancho em que um mesmo vaso é dependurado, temos situações diferentes. Quando o vaso está no gancho **3**, por exemplo, a corrente C_2 suporta mais carga que a C_1. Suspenso, no gancho **2**, porém, a corrente C_1 passa a ser mais tracionada que a C_2. Observe que, nesse caso, a possibilidade de rotação da barra passa a ter importância, pois ela poderá ocorrer quando o vaso for colocado no gancho **1** (possível rotação em torno do ponto de suspensão da corrente C_1) ou no gancho **4** (possível rotação em torno do ponto de suspensão da corrente C_2).

O equilíbrio da barra representada na figura anterior se enquadra na **estática do corpo extenso**, porque os efeitos produzidos por uma mesma carga dependem da posição em que ela é colocada. Além disso, é importante destacar a possibilidade de ocorrer rotação em torno de um ponto. Por isso, a barra não pode ser encarada apenas como um ponto material.

3. EQUILÍBRIO DO PONTO MATERIAL

Como foi visto em **Dinâmica**, um ponto material está em equilíbrio em relação a um referencial adequado (como o solo) quando se encontra em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme em relação a esse referencial. O repouso corresponde ao equilíbrio estático, enquanto o movimento retilíneo e uniforme corresponde ao equilíbrio dinâmico.

> A condição para um ponto material estar em equilíbrio em relação a um referencial é que a resultante das forças que nele atuam seja nula.

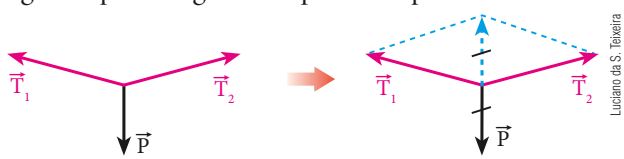
Observe a fotografia a seguir, em que uma pessoa está suspensa em um cabo de aço por meio de um aparato.

Alamy/Foto Arena

Menino brincando em tirolesa.

As forças que atuam no sistema (pessoa e aparato de suspensão) são o peso desse sistema e as trações do cabo de aço. Se o sistema estiver em equilíbrio, a resultante dessas forças será nula.

Note que a soma das trações $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$, obtida pela regra do paralelogramo, equilibra o peso $\vec{P}$.



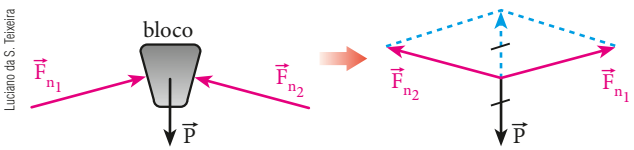
Luciano da S. Teixeira

Veja na próxima fotografia detalhes de um aqueduto romano em Segóvia.

Getty Images

Antigo arqueduto romano em Segóvia, Espanha. Julho de 2012.

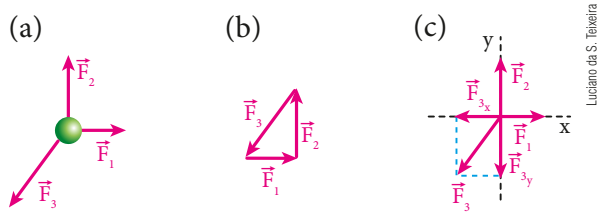
Esses arcos eram construídos com blocos de pedra simplesmente justapostos, sem nenhum material que ligasse um bloco ao outro. Isso era possível porque cada bloco é equilibrado pelas forças que recebe dos blocos adjacentes. Ao se considerar a não solicitação de atrito, as forças que cada bloco recebe são normais de compressão:



Luciano da S. Teixeira

Observe que a soma de $\vec{F}_{n_1}$ com $\vec{F}_{n_2}$, obtida novamente pela regra do paralelogramo, equilibra o peso $\vec{P}$.

A figura a seguir, mostrada esquematicamente em três situações, (a), (b) e (c), representa uma partícula em equilíbrio e tem como finalidade recordar o uso de outras regras de adição vetorial.



Luciano da S. Teixeira

Em (a), a partícula está sob a ação exclusiva de três forças no plano do papel. A soma de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, pela regra do paralelogramo, equilibra a força $\vec{F}_3$.

Em (b), as três forças são adicionadas pela regra do polígono, obtendo-se uma linha poligonal fechada, razão pela qual a força resultante é nula e a partícula encontra-se em equilíbrio.

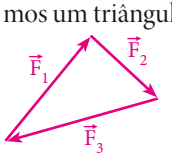
Em (c), analisamos a força resultante por meio da decomposição das forças segundo duas retas perpendiculares, **x** e **y**: $\vec{F}_{3_x}$ equilibra $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_{3_y}$ equilibra $\vec{F}_2$.

QUESTÕES COMENTADAS

1 Um ponto material está em equilíbrio, submetido a três forças. Que condição as intensidades dessas forças devem satisfazer?

RESOLUÇÃO

1ª possibilidade: As forças têm direções diferentes. Nesse caso, posicionando-as segundo a regra do polígono, obtemos um triângulo:

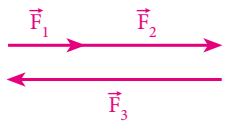


Suponha que as forças estejam representadas em escala, isto é, que cada 1 N delas corresponda a um segmento de reta de mesmo comprimento.

Para o triângulo existir, a medida de cada um dos seus lados deve ser menor que a soma das medidas dos outros dois. Então, **a intensidade de cada uma das três forças tem de ser menor que a soma das intensidades das outras duas**. Por exemplo: $F_1 = 4$ N, $F_2 = 3$ N e $F_3 = 6$ N.

Se a citada condição não for satisfeita, o triângulo não poderá existir. Então, a poligonal não será fechada e, portanto, a força resultante não será nula e a partícula não estará em equilíbrio. Isso ocorre, por exemplo, com $F_1 = 3$ N, $F_2 = 4$ N e $F_3 = 20$ N.

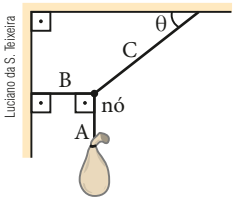
2ª possibilidade: As forças têm direções iguais. Agora, temos a situação a seguir:



Isso significa que **a intensidade de uma das três forças tem de ser igual à soma das intensidades das outras duas**.

Resposta: Na 1ª possibilidade, a intensidade de cada uma das três forças tem de ser menor que a soma das intensidades das outras duas. Na 2ª possibilidade, a intensidade de uma das três forças tem de ser igual à soma das intensidades das outras duas.

2 Na figura abaixo, um corpo de peso 120 N encontra-se em equilíbrio, suspenso por um conjunto de três fios supostos ideais **A**, **B** e **C**.



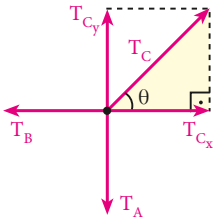
Luciano da S. Teixeira

Calcule as intensidades das trações $\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$ e $\vec{T}_C$, respectivamente, nos fios **A**, **B** e **C**, sabendo que sen θ = 0,60 e cos θ = 0,80.

RESOLUÇÃO

A tração no fio **A** tem a mesma intensidade do peso do corpo: $T_A = 120$ N

Representemos as forças de tração que os fios exercem no nó e façamos a decomposição dessas forças segundo a vertical e a horizontal.

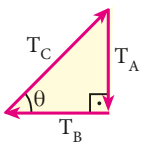


Do equilíbrio, temos:

- $T_{C_y} = T_A \Rightarrow T_C \cdot \text{sen}\,\theta = T_A \Rightarrow$
$\Rightarrow T_C \cdot 0{,}60 = 120 \Rightarrow \boxed{T_C = 200\ \text{N}}$
- $T_B = T_{C_x} \Rightarrow T_B = T_C \cdot \cos\theta \Rightarrow$
$\Rightarrow T_B = 200 \cdot 0{,}80 \Rightarrow \boxed{T_B = 160\ \text{N}}$

Observe que a tração mais intensa é a de intensidade $\mathbf{T_C}$, o que era esperado, já que ela está representada na **hipotenusa** do triângulo destacado na figura anterior.

Portanto, se os três fios forem igualmente resistentes, é o fio **C** que correrá mais riscos de se romper, se cargas maiores forem suspensas em **A**.



Também podemos determinar $\mathbf{T_B}$ e $\mathbf{T_C}$ lembrando que o polígono das forças de tração exercidas pelos fios no nó é fechado:

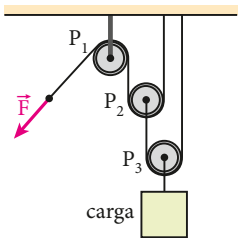
Assim, temos:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{T_A}{T_C} \Rightarrow 0{,}60 = \frac{120}{T_C} \Rightarrow \boxed{T_C = 200\ \text{N}}$$

$$\cos\theta = \frac{T_B}{T_C} \Rightarrow 0{,}80 = \frac{T_B}{200} \Rightarrow \boxed{T_B = 160\ \text{N}}$$

Resposta: 120 N, 160 N e 200 N.

3 A figura representa um sistema constituído de fios e três polias $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ e $\mathbf{P_3}$, todos considerados ideais.



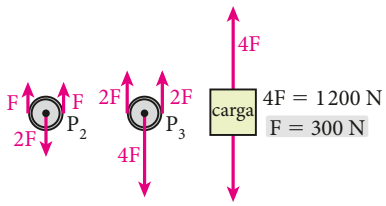
A força $\vec{F}$ aplicada na extremidade de um dos fios mantém o sistema em equilíbrio, sustentando uma carga de 1200 N. Calcule a intensidade da força $\vec{F}$.

RESOLUÇÃO

Para resolver esse tipo de exercício, é necessário lembrar que:

- em um **mesmo** fio ideal, a tração tem a mesma intensidade em todos os seus pontos;
- em qualquer corpo em equilíbrio, a força resultante é nula (nas polias, a força resultante seria nula mesmo que não estivessem em equilíbrio, porque, sendo consideradas ideais, têm massas nulas).

Observe que esse sistema de polias e fios quadruplicou a intensidade **F** da força aplicada por seu usuário. De fato, a força recebida pela carga tem intensidade 4F. Essa é a vantagem da utilização de sistemas como este.



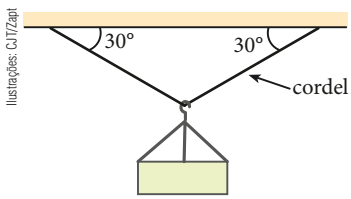
Em contrapartida, se a carga for erguida a uma altura **d** em relação à sua posição inicial, o ponto de aplicação da força **F** deverá ser deslocado de 4d (**Princípio da Conservação do Trabalho**).

Resposta: 300 N

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

4. Um bloco de peso 80 N está suspenso por um cordel, como indica a figura. No equilíbrio, calcule a intensidade da tração no cordel.

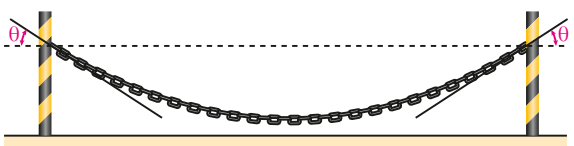


Ilustrações: CJ17/Zapt

5. Uma partícula encontra-se em equilíbrio sob a ação de um sistema constituído de apenas três forças, sendo o peso uma delas. A respeito das outras duas forças, podemos afirmar que:

a) elas são necessariamente horizontais;
b) elas são necessariamente verticais;
c) apenas uma pode ser vertical;
d) elas não podem ser ambas horizontais;
e) elas não podem ser ambas verticais.

6. A figura a seguir representa uma corrente de peso igual a 40 N, cujas extremidades estão em um mesmo nível horizontal, presas em dois suportes. Suponha o peso da corrente em seu ponto médio.



Considerando iguais a 45° os ângulos θ indicados na figura, determine a intensidade da força:

a) que a corrente exerce em cada suporte;
b) de tração no ponto mais baixo da corrente.

4. EQUILÍBRIO DO CORPO EXTENSO

Tratar um corpo como um ponto material equivale a admitir que, na situação em que está sendo estudado, só interessa considerar a possibilidade de ele adquirir algum movimento de translação, já que não se pode caracterizar o movimento de rotação de um corpo puntiforme. Por isso, dizemos que o equilíbrio de um ponto material é de translação.

O corpo extenso, por sua vez, pode apresentar tanto o movimento de translação como o de rotação. Por esse motivo, o estudo do equilíbrio do corpo extenso requer duas análises: uma referente à translação e outra referente à rotação.

Equilíbrio de translação

Um corpo extenso está em **equilíbrio de translação** quando seu centro de massa está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme em relação a um determinado referencial.

A condição para que o equilíbrio de translação de um corpo extenso ocorra é que a resultante das forças externas que nele atuam seja nula, pois, desse modo, também será nula a aceleração de seu centro de massa:

$$\vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_{CM} = m \cdot \vec{0} = \vec{0}$$

Equilíbrio de rotação

Um corpo extenso está em **equilíbrio de rotação** quando está em repouso (não rota) ou em movimento de rotação uniforme (rota com velocidade angular constante) em relação a um referencial determinado.

A condição para que o equilíbrio de rotação de um corpo extenso ocorra será vista na seção 7 deste capítulo.

Na **Estática**, são considerados apenas corpos extensos em **equilíbrio estático**, isto é, corpos em repouso tanto em relação à translação como em relação à rotação (corpos que não transladam nem rotam).

FAÇA VOCÊ MESMO — Investigando uma nova grandeza

Já sabemos que a condição para um corpo extenso estar em equilíbrio de translação é a nulidade da resultante das forças que atuam nele. Isso, entretanto, não garante o equilíbrio de rotação. Em uma bússola, por exemplo, se a agulha imantada for solta em uma direção diferente da direção norte-sul magnética, ela iniciará um movimento de rotação acelerado apesar de ser nula a resultante das forças que atuam na agulha.

Nesta atividade, vamos investigar a condição de equilíbrio de rotação do corpo extenso.

Material utilizado

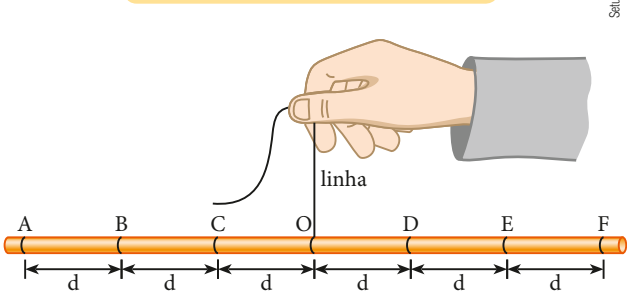
- 1 canudo comum de refrigerante;
- 1 tesoura;
- 1 caneta de ponta fina que escreva em plásticos, denominada marcador permanente;
- 1 agulha de costura;
- 1 régua escolar;
- cerca de 30 cm de linha de costura;
- 6 clipes metálicos **iguais** (tamanho 8/0).

ATENÇÃO!

Este experimento envolve objeto pontiagudo. Cuide para não se ferir.

Procedimento

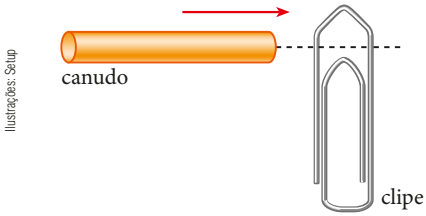
I. Com a régua, determine o centro do canudo e, com a caneta, faça uma marca em forma de um fino anel ao redor dele. A partir do centro do canudo, e a cada 3,5 cm, faça nele outras marcas iguais, tanto de um lado como do outro. Esses comprimentos de 3,5 cm serão representados por **d**. Com a agulha e o pedaço de linha, fure o canudo na marca central, perpendicularmente ao canudo, e amarre nele uma das pontas da linha. Suspenda-o como mostra a figura ao lado:



O canudo suspenso deve ficar em equilíbrio na horizontal. Se pender para a direita (ou para a esquerda), vá cortando com a tesoura finíssimos anéis da extremidade direita (ou esquerda) até que ele fique equilibrado na horizontal.

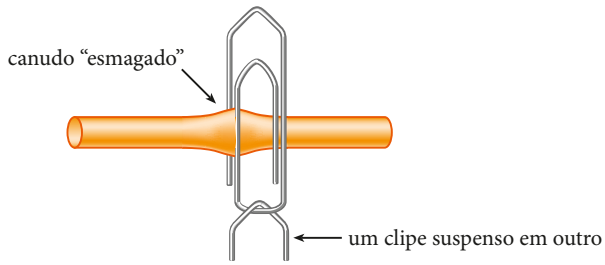
II. Em seguida, será preciso fixar clipes no canudo. Veja uma sugestão para fixá-los:

a) Introduza o canudo no vão indicado:



Ilustrações: Setup

b) Prenda o clipe na posição — que será indicada no procedimento **III**—, de modo que ele fique como na figura:



Quando tiver de colocar mais de um clipe em uma mesma posição do canudo, conecte um no outro como indica a figura do item **b**.

III. Tomando como referência a figura do procedimento **I**, realize o seguinte:

a) Fixe um clipe em **D** e um clipe em outra posição de modo a manter o canudo suspenso em equilíbrio na horizontal. Anote qual foi essa outra posição.

b) Acrescente um clipe ao que está suspenso em **D** e procure, escorregando o outro clipe no canudo, sua nova posição para manter o canudo equilibrado na horizontal. Anote essa nova posição.

c) Desloque o conjunto de dois clipes para a posição **E**, leve o outro para **C** e procure a posição em que deve ser fixado um quarto clipe de modo a manter o equilíbrio. Anote essa posição.

d) Mantendo em **E** o conjunto de dois clipes, verifique quantos clipes é preciso suspender, **apenas** em **C**, para manter o equilíbrio. Anote o resultado que você observou.

e) Mantendo em **E** o conjunto de dois clipes, suspenda dois em **D** e descubra em que posição deve suspender outros dois para manter o equilíbrio. Anote a posição encontrada.

Analisando o experimento

1. Representando por **F** o módulo da força recebida pelo canudo devido a **cada clipe** suspenso em equilíbrio, e lembrando que **d** é a distância entre marcas consecutivas no canudo, em cada um dos cinco itens do procedimento **III,** faça o que se pede:
   - Multiplique o módulo da força recebida pelo canudo em cada posição à direita de **O** (pode ser **F**, 2F etc.) pela distância dessa posição até **O** (pode ser **d**, 2d ou 3d). Adicione todos esses produtos.
   - Repita esses cálculos para as forças à esquerda de **O** e compare o resultado obtido de um lado e do outro.
2. Suspendendo três clipes entre **O** e **D**, a 3 cm de **O**, e um entre **E** e **F**, a 8 cm de **O**, a que distância de **O** devem ser suspensos os outros dois para equilibrar o canudo?
3. Desprezando o peso do canudo, qual é a intensidade **T** da força de tração exercida nele pela linha em cada uma das cinco situações de equilíbrio analisadas no procedimento **III**? Dê as respostas em função de **F**.

   Em cada uma dessas situações, o peso total do(s) clipe(s) suspenso(s) de um lado e de outro do ponto de suspensão **O** foram iguais?
4. Uma menina de 24 kg e um menino de 30 kg, sem tocar os pés no chão, estão em uma gangorra equilibrada.

   Se a menina está a 2,5 m do eixo de suspensão da gangorra, qual deve ser a distância entre o menino e a menina?

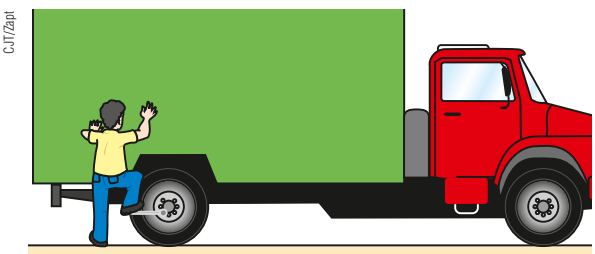
5. MOMENTO ESCALAR DE UMA FORÇA EM RELAÇÃO A UM EIXO

Estudaremos agora uma grandeza capaz de medir a eficiência de uma força em produzir rotação em um corpo. Para isso, consideremos três situações práticas.

Situação 1: Uma pessoa deseja fechar uma porta, como representa a figura a seguir. Para isso, ela precisa aplicar uma força que, vamos supor, seja perpendicular à porta.

É fácil constatar que a eficiência da força em fazer a porta rotar é tanto maior quanto maiores forem sua intensidade e a distância entre o local onde ela é aplicada e o eixo de rotação (eixo das dobradiças).

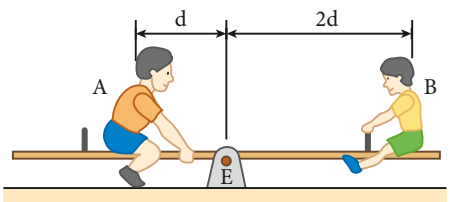
Situação 2: O motorista do caminhão representado na figura está tentando desapertar um parafuso de uma das rodas com uma chave.



CdT/Zapt

Se, esforçando-se ao máximo, ele não conseguir seu intento, poderá fazê-lo acoplando um cano de ferro à chave, de modo a aumentar a distância do local onde aplica a força até o eixo de rotação do parafuso.

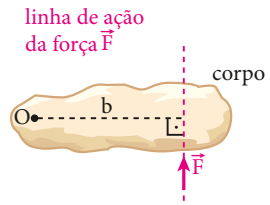
Situação 3: A gangorra também é um sistema que permite investigar a eficiência de uma força em produzir rotação:



Verifica-se que, se o peso do garoto **A** é o dobro do peso do garoto **B**, é necessário que a distância de **B** até o eixo **E** seja o dobro da distância de **A** até esse mesmo eixo para que ambos fiquem em equilíbrio (como mostra a figura anterior).

De acordo com as situações que acabamos de descrever, podemos concluir que a eficiência de uma força em produzir rotação em um corpo é tanto maior quanto maiores forem sua intensidade e a distância entre a reta que passa pela força – denominada **linha de ação** – e o eixo de rotação do corpo. A grandeza física que mede essa eficiência é denominada **momento** ou **torque**.

Para definir escalarmente essa grandeza, considere um corpo sob a ação da força $\vec{F}$ e um eixo de rotação (real ou imaginário) perpendicular ao plano da figura e passando pelo ponto **O** (polo do momento). A força $\vec{F}$ e o ponto **O** estão no plano do papel.



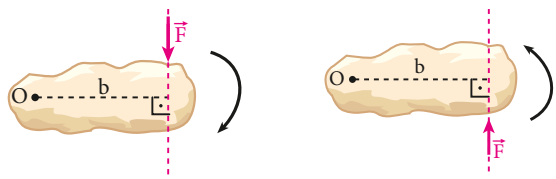
Ilustrações: Luis Fernando R. Tucillo

A distância **b**, de **O** até a linha de ação de $\vec{F}$, denomina-se **braço de $\vec{F}$** em relação a **O**.

Momento escalar (M) da força $\vec{F}$ em relação a **O** é o produto da intensidade dessa força por seu braço em relação a **O**, precedido de um sinal algébrico arbitrário: $M = \pm F\,b$

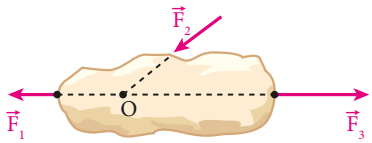
A finalidade do sinal algébrico (+ ou −) é distinguir os momentos que correspondem a uma tendência de rotação no sentido horário daqueles que correspondem a uma tendência de rotação no sentido anti-horário. Em cada problema, deve-se convencionar o sinal que será atribuído ao momento.

Pode-se considerar positivo, por exemplo, o momento de uma força capaz de produzir rotação no sentido horário e negativo o momento de uma força capaz de produzir rotação no sentido anti-horário:



$M = +F\,b$ $\qquad$ $M = -F\,b$

Observe que o momento será nulo em relação a **O** quando esse ponto pertencer à linha de ação da força, situação em que o braço é nulo:



Luis Fernando R. Tucillo

Os momentos das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ são nulos em relação ao polo **O**.

As unidades de medida de **momento** são obtidas pelo produto de uma unidade de força por uma unidade de comprimento:

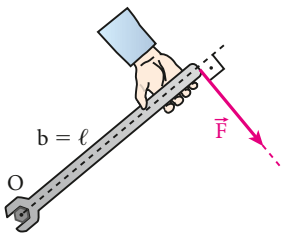
$$\text{unid}\,(M) = \text{unid}\,(F) \cdot \text{unid}\,(b)$$

Assim, a unidade de medida de momento, no SI, é o **newton · metro** (**Nm**), que **não** deve ser chamada de joule, reservando-se essa denominação para a unidade de trabalho e energia, que são grandezas físicas diferentes do momento de uma força.

EM BUSCA DE EXPLICAÇÕES

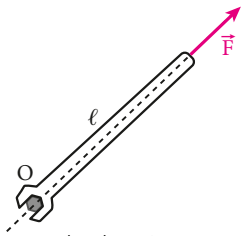
O braço do momento

Para apertar um parafuso, uma pessoa pode aplicar na extremidade de uma chave, de comprimento ℓ, uma força de intensidade **F** em diversas direções.



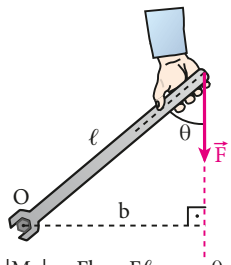
$|M_{\vec{F}}| = Fb = F\ell$

figura 1



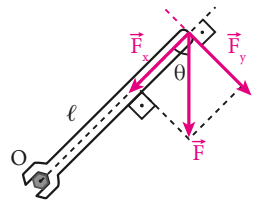
$|M_{\vec{F}}| = Fb = F \cdot 0 = 0$

figura 2



$|M_{\vec{F}}| = Fb = F\ell, \cdot \text{sen}\,\theta$

figura 3



CJT/Zapt

$|M_{\vec{F}_y}| = F_y b = F\ell, \cdot \text{sen}\,\theta$

figura 4

O momento (torque) **mais intenso** é conseguido quando a força é perpendicular à chave (veja na figura **1**).

Nesse caso, o braço da força em relação ao eixo **O** de rotação do parafuso é igual ao comprimento da chave, e o módulo do torque (F b) é igual a F ℓ. Com isso, podemos dizer que a força $\vec{F}$ está sendo integralmente aproveitada para produzir momento em relação a **O**.

Na figura **2**, o ponto **O** pertence à linha de ação de $\vec{F}$. Logo, o braço **b** de $\vec{F}$ em relação a **O** é nulo: b = 0.

Se a força não for perpendicular à barra, nem estiver alinhada com ela, a intensidade do momento não será nula, mas será menor que o valor máximo (F ℓ), como se pode observar na figura **3**. Veja que $\text{sen}\,\theta = \frac{b}{\ell}$. O módulo do momento (F b) é igual a F $\ell \cdot \text{sen}\,\theta$, que é menor que F ℓ. Podemos dizer, então, que a força $\vec{F}$ não está sendo integralmente aproveitada para produzir o torque desejado. De fato, se ela for substituída pelas componentes representadas na figura **4**, só a componente $\vec{F}_y$ produzirá momento em relação a **O**. Observe que o ponto **O** pertence à linha de ação da componente $\vec{F}_x$. Por isso, o braço de $\vec{F}_x$ em relação a **O** é igual a zero, ocorrendo o mesmo com seu momento.

Note também que o braço de $\vec{F}_y$ em relação a **O** é igual a ℓ.

Observe que $\text{sen}\,\theta = \frac{F_y}{F}$. Assim, o módulo do momento de $\vec{F}_y$ é dado por:

$$|M_{\vec{F}_y}| = F_y\, b = F_y\, \ell = (F \cdot \text{sen}\,\theta)\, \ell = F\, \ell \cdot \text{sen}\,\theta$$

que, por sua vez, é igual ao módulo do momento de $\vec{F}$.

Portanto, nesse caso: $|M_{\vec{F}}| = |M_{\vec{F}_y}|$

6. CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO DO CORPO EXTENSO

Para um corpo extenso estar em equilíbrio, é necessário satisfazer duas condições: uma referente ao equilíbrio de translação e outra ao equilíbrio de rotação.

Condição de equilíbrio de translação

Já determinamos essa condição no início deste capítulo, mas vamos recordá-la:

A condição de equilíbrio de translação de um corpo extenso (centro de massa em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme) é que a resultante das forças externas atuantes no corpo seja nula:

$$\vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

Condição de equilíbrio de rotação

Duas pessoas com pesos diferentes podem usar normalmente uma gangorra, equilibrando-a? Podem, desde que a pessoa mais pesada esteja sentada mais perto do eixo de rotação da gangorra do que a outra, de modo que as forças que elas exercem na gangorra sejam igualmente eficientes em produzir a rotação dela nos sentidos horário e anti-horário, ou seja, que a soma dos momentos dessas forças em relação ao eixo de rotação seja nula (ou que esses momentos tenham módulos iguais).

Generalizando, para um corpo extenso, sob a ação de um sistema de forças coplanares, temos:

A condição de equilíbrio de rotação de um corpo extenso é que a soma algébrica dos momentos escalares de todas as forças em relação a **qualquer** eixo perpendicular ao plano das forças seja nula:

$$\Sigma M = 0$$

Essa condição de equilíbrio pode ser expressa de outra maneira. Considerando todos os momentos **em módulo**, podemos escrever que a soma de todos os momentos horários (ΣM_H) é igual à soma de todos os momentos anti-horários (ΣM_{AH}):

$$\Sigma M_H = \Sigma M_{AH}$$

Atualmente, a grua é muito usada na construção civil para erguer cargas até os diversos andares de um prédio em construção. Nesse equipamento, um contrapeso fixo (bloco de concreto) tem a função de produzir um momento que contrabalance o momento correspondente à carga que está sendo erguida, garantindo a estabilidade do sistema.

Getty Images

Grua usada em obra no Aeroporto Internacional de Denver, Colorado (EUA). Setembro de 2014.

7. ALAVANCAS

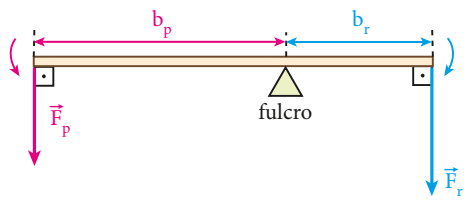
Alavancas são barras geralmente utilizadas para ampliar a intensidade de forças. Para que possam operar, elas necessitam de um ponto de apoio denominado **fulcro**.

Chamaremos de **força potente** $(\vec{F}_p)$ a força exercida na alavanca por quem a usa e de **força resistente** $(\vec{F}_r)$ a força que se pretende vencer com a alavanca.

Existem três tipos de alavanca: interfixa, inter-resistente e interpotente.

Alavanca interfixa

É um tipo de alavanca em que o fulcro (ponto de apoio) está entre os pontos de aplicação de $\vec{F}_p$ e $\vec{F}_r$, como ilustra a figura a seguir, em que $\mathbf{b}_p$ é o braço da força potente e $\mathbf{b}_r$ é o braço da força resistente, ambos em relação ao fulcro.



C.J.T./Zapt

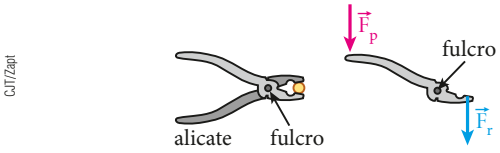
Representação esquemática de uma alavanca interfixa.

Se desconsiderarmos a massa da alavanca, suposta em equilíbrio, poderemos afirmar que, em relação ao fulcro, o momento horário da força resistente é, em módulo, igual ao momento anti-horário da força potente.

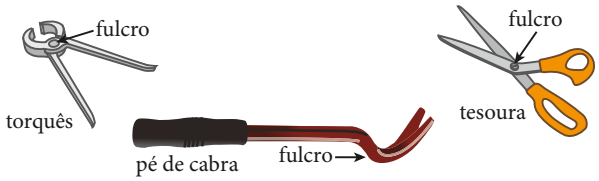
$$F_p\, b_p = F_r\, b_r \Rightarrow F_p = \frac{F_r b_r}{b_p}$$

Fazendo $\mathbf{b}_r$ **menor** que $\mathbf{b}_p$, temos $\mathbf{F}_p$ **menor** que $\mathbf{F}_r$. Essa é a vantagem do uso da alavanca interfixa.

Em um alicate, por exemplo, temos um par de alavancas interfixas operando em conjunto:

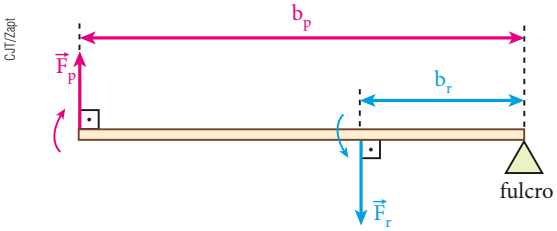


Veja outros exemplos de alavanca interfixa:



Alavanca inter-resistente

É um tipo de alavanca em que a força resistente está aplicada entre a força potente e o fulcro.



Representação esquemática de uma alavanca inter-resistente.

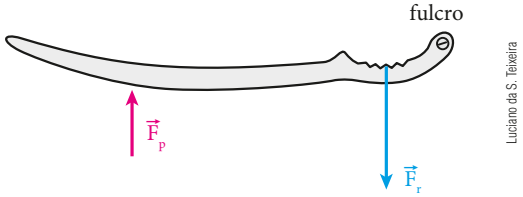
Ignorando a massa da alavanca e considerando-a em equilíbrio, temos:

$$F_p\, b_p = F_r\, b_r \Rightarrow F_p = \frac{F_r b_r}{b_p}$$

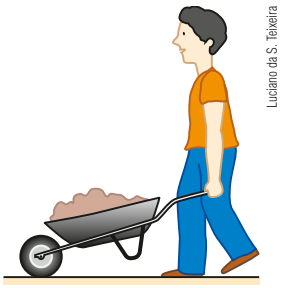
Como $\mathbf{b_r}$ é **menor** que $\mathbf{b_p}$, continuamos obtendo $\mathbf{F_p}$ **menor** que $\mathbf{F_r}$. Essa é a vantagem do uso desse tipo de alavanca.

Em um quebra-nozes, por exemplo, temos um par de alavancas inter-resistentes operando em conjunto.

Fotografia mostrando como funciona um quebra-nozes.

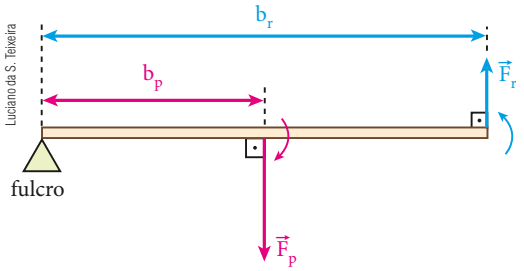


O carrinho de mão também é um exemplo de alavanca inter-resistente. A força resistente corresponde ao peso total do carrinho e seu conteúdo, que pode ser considerado aplicado em um ponto chamado centro de gravidade do conjunto. A força potente é a força total exercida pela pessoa nos braços do carrinho. O fulcro está na região do solo em que a roda se apoia.



Alavanca interpotente

Nesse tipo de alavanca, a força potente está aplicada entre o fulcro e o ponto de aplicação da força resistente.



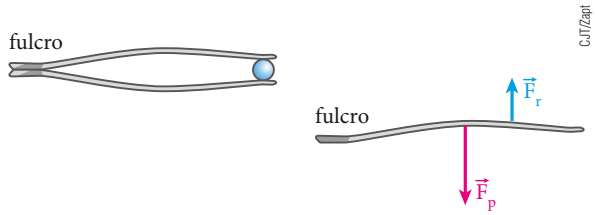
Representação esquemática de uma alavanca interpotente.

Ignorando a massa da alavanca e considerando-a em equilíbrio, temos, em relação ao fulcro:

$$F_p\, b_p = F_r\, b_r \Rightarrow F_p = \frac{F_r b_r}{b_p}$$

Note que, pela primeira vez, $\mathbf{b_r}$ é **maior** que $\mathbf{b_p}$. Então, $\mathbf{F_p}$ é **maior** que $\mathbf{F_r}$, de modo que esse tipo de alavanca não apresenta a vantagem dos outros tipos analisados. Entretanto, nem por isso ela deixa de ter sua utilidade. É o caso, por exemplo, de uma pinça, com a qual podemos lidar, sem causar danos, com objetos muito delicados, como uma pedrinha preciosa a ser colocada em um anel, as minúsculas peças do mecanismo de um relógio, entre outros. Nessas tarefas, o uso de um alicate poderia danificar esses objetos.

Em uma pinça, temos duas alavancas interpotentes operando em conjunto:



AMPLIANDO O **OLHAR**

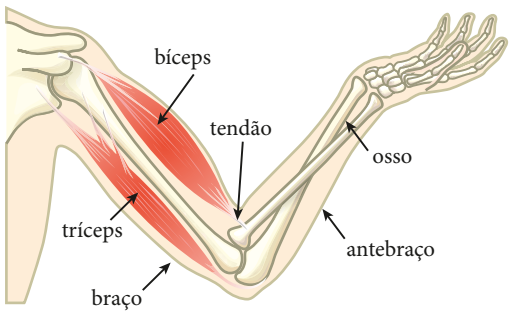
Algumas alavancas nos seres vivos

No corpo humano

No corpo humano, articulações são regiões em que dois ou mais ossos estão combinados para produzir movimentos. Esses ossos são alavancas fundamentais para que se possa abrir e fechar a boca e movimentar braços e pernas, por exemplo. Eles são movidos por músculos, com os quais se conectam por meio de tendões. Os músculos podem se contrair, mas para isso acontecer precisam receber impulsos nervosos (sinais elétricos) do sistema nervoso central e periférico, conduzidos por nervos.

Veja um caso de alavanca no corpo humano.

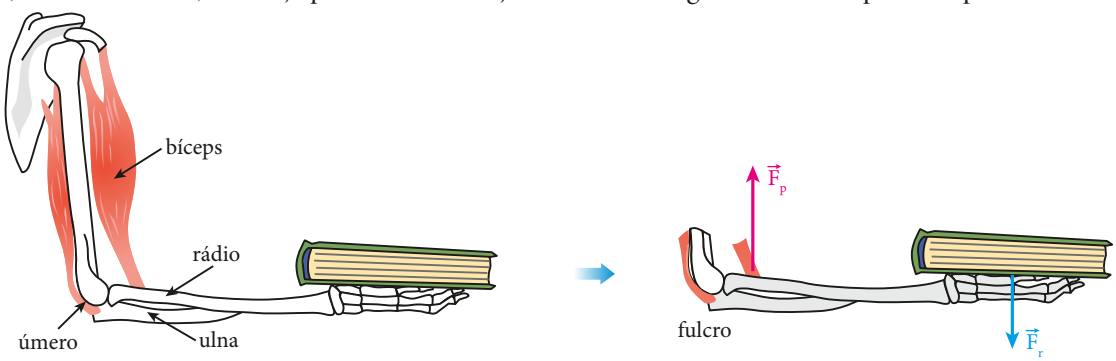
Ilustrações: CJT/Zapt



O bíceps é um músculo que, ao se contrair, puxa o antebraço para cima. Ao mesmo tempo, ocorre o estiramento de um outro músculo: o tríceps.

O tríceps, por sua vez, é um músculo que, ao se contrair, puxa o antebraço para baixo. Ao mesmo tempo, acontece o estiramento do bíceps.

O antebraço é uma alavanca interpotente em que o fulcro está na articulação com o úmero (osso do cotovelo) e a força potente, na situação ilustrada a seguir, é exercida pelo bíceps.



Ignorando o peso do antebraço (para simplificar), podemos dizer que a força resistente, no equilíbrio, tem a mesma intensidade do peso do livro. (Esquema em cores fantasia.)

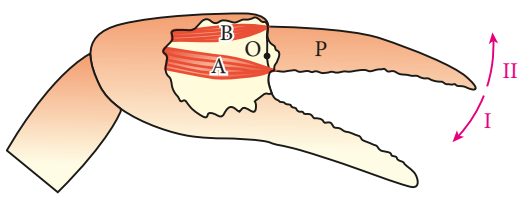
Uma forte alavanca em um caranguejo

Nas tenazes de um caranguejo, mais conhecidas por pinças, encontramos alavancas, também controladas por impulsos nervosos de seu sistema nervoso ganglionar ventral.

Martin Harvey/Corbis/Latinstock

Caranguejo da espécie *Ocypode ceratophthalmus* em uma praia nas ilhas Seychelles.

Quando o músculo **A** se contrai, a parte **P** gira em torno do fulcro **O**, no sentido **I**, e o sistema se fecha. Quando o músculo **B** se contrai, a parte **P** gira no sentido **II** e o sistema se abre:



Representação esquemática simplificada de uma pinça.

8. CENTRO DE GRAVIDADE

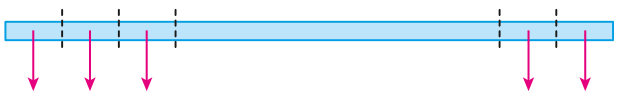
Após a definição do momento (torque) de uma força, percebe-se que cada força exercida em um corpo extenso precisa ser representada em um "lugar" certo desse corpo. Se isso não for levado em conta, os braços das forças serão adulterados e, consequentemente, seus torques não estarão corretos.

Essa preocupação não existia quando o modelo de ponto material era aplicável ao corpo.

Sabe-se que qualquer corpo sob a influência de um campo gravitacional – o da Terra, por exemplo – se submete a uma força de atração, que é a força peso. E, nesse caso, em que "lugar" essa força deve ser representada?

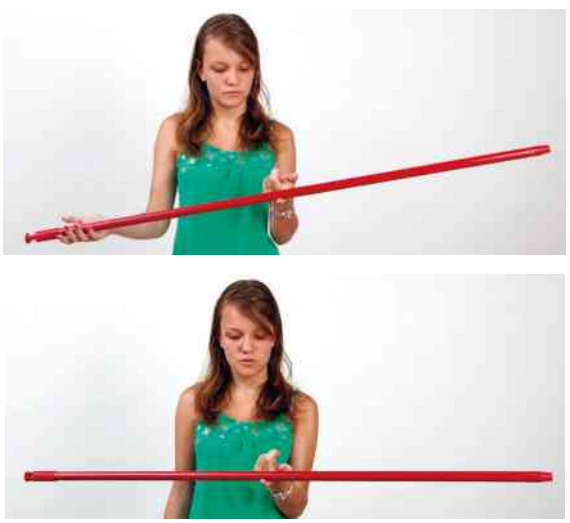
O peso desse corpo extenso precisa ser representado em um "lugar" certo: um ponto denominado **centro de gravidade** do corpo.

Considere, por exemplo, um cabo de vassoura em sua casa. Imaginando esse cabo dividido em pedaços, haverá uma força de atração gravitacional em cada um deles:



Paulo C. Ribeiro

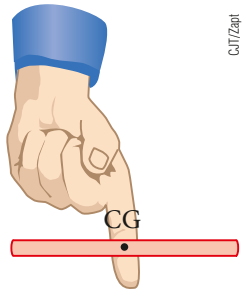
Mas podemos representar a força de atração total (o peso do cabo) em seu centro de gravidade (CG). Para localizar esse ponto, basta segurar, com uma das mãos, o cabo de vassoura na horizontal e deslocar sob ele um dos dedos da outra mão até perceber que o cabo não tomba quando livre da primeira mão:



Fotografias: Sérgio Dotta Jr./The Next

Na primeira situação, observa-se a moça procurando o centro de gravidade de um cabo de vassoura; em um segundo momento, o cabo já em equilíbrio apoiado na região do centro de gravidade.

No ponto encontrado podemos, de fato, considerar aplicado o peso do cabo, pois, se ele não tomba, seu peso deve ter braço nulo em relação à região em que se apoia.



CJT/Zapt

Denomina-se **centro de gravidade** (**CG**), de um corpo ou de um sistema de pontos materiais discretos, um determinado ponto onde podemos considerar aplicado o peso total do corpo ou do sistema.

Centro de gravidade e centro de massa

Representemos por $\vec{Q}_{total}$ e $\mathbf{m}_{total}$, respectivamente, a quantidade de movimento e a massa de um corpo ou de um sistema de corpos.

Podemos conceituar o **centro de massa** (**CM**) do corpo ou do sistema de corpos afirmando que se trata de um ponto com uma velocidade instantânea $\vec{v}_{CM}$ tal que o produto de $\mathbf{m}_{total}$ por $\vec{v}_{CM}$ é igual à quantidade de movimento do corpo ou sistema.

É fundamental perceber que esse conceito nada tem a ver com o fato de o corpo ou sistema estar ou não submetido a um campo gravitacional.

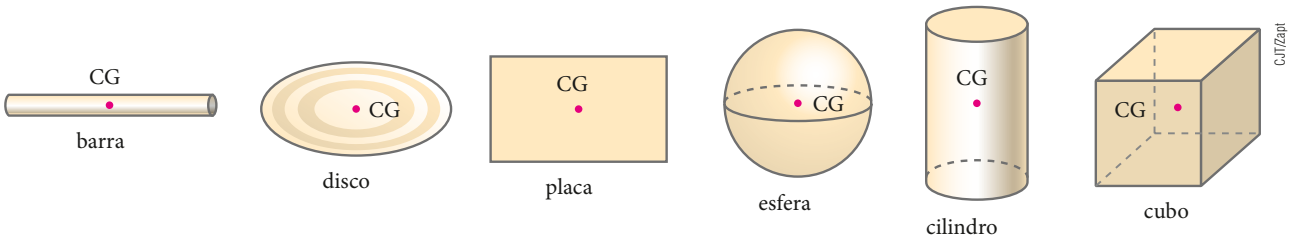
Por outro lado, o conceito de **centro de gravidade** (**CG**) vincula-se à submissão do corpo ou sistema a um campo gravitacional. Se ele não estiver submetido a um campo gravitacional, o centro de gravidade simplesmente não existe, mas existe o centro de massa.

Apesar dessa profunda diferença conceitual entre os dois pontos citados, eles coincidem quando o corpo ou sistema submete-se a um campo gravitacional **uniforme**, situação em que se engastam todos os casos em que precisamos da posição do centro de gravidade.

Centro de gravidade de alguns corpos homogêneos (em campo gravitacional uniforme)

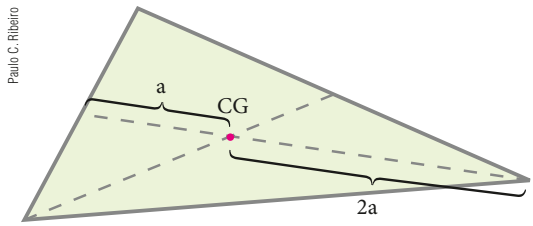
O centro de gravidade de uma barra cilíndrica ou prismática, de um disco ou de uma placa retangular de espessura uniforme, de uma esfera, de um cilindro ou de um cubo encontra-se no centro geométrico desses corpos, desde que sejam homogêneos.

Observe as figuras a seguir.



Veja que esses corpos admitem planos de simetria e que o **CG** pertence a esses planos.

O centro de gravidade de uma placa triangular homogênea de espessura uniforme está no ponto de encontro de suas medianas (baricentro). O baricentro divide as medianas na razão 2 : 1.



FAÇA VOCÊ MESMO — Estudando o centro de gravidade de um sistema

O principal objetivo desta atividade é determinar experimentalmente a posição do centro de gravidade de uma distribuição discreta (não contínua) de massas e, com base na teoria, chegar a uma expressão que possibilite determinar essa posição por meio de cálculos. Além disso, deverá ser percebida uma condição de estabilidade de uma estrutura suspensa estaticamente.

Material utilizado

ATENÇÃO!
Este experimento envolve objetos pontiagudos. Cuide para não se ferir.

- 1 canudo comum de refrigerante;
- 8 clipes metálicos grandes (tamanho 8/0);
- 1 régua escolar;
- 1 caneta de ponta fina que escreva em plásticos, denominada marcador permanente;
- cerca de 30 centímetros de linha de costura;
- 2 agulhas de costura: uma grossa e uma fina.

Procedimento

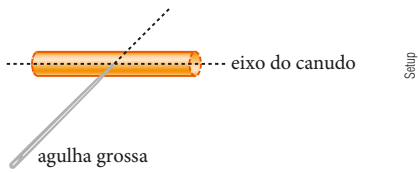
I. Adote um eixo de abscissas 0x na direção do eixo do canudo e com a origem **O** em uma de suas extremidades. Com a caneta e a régua, faça marcas no canudo, em forma de anéis finos, a 6 cm e a 18 cm de **O**. Assim, passamos a ter no eixo 0x duas posições determinadas pelas abscissas $x_1 = 6$ cm e $x_2 = 18$ cm.

II. Monte duas fileiras de clipes, uma com três clipes e a outra com cinco. Prenda a fileira com três clipes na posição de abscissa $\mathbf{x}_1$, e a outra, na posição de abscissa $\mathbf{x}_2$.

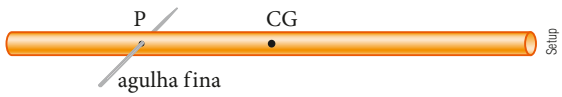
III. Na região do canudo localizada entre as duas fileiras de clipes, amarre a linha para depois suspendê-lo. Suspenda o sistema e localize seu centro de gravidade **CG**.
Com a régua, meça x_{CG} — a abscissa do **centro de gravidade do sistema** —, que é a distância de **O** até a vertical que passa por **CG**. Anote o valor obtido.

IV. Permute as posições das fileiras de clipes e meça x_{CG} novamente. Anote o resultado.

V. Finalmente, com apenas o canudo suspenso na linha, determine seu centro de gravidade **CG**.
Com a agulha grossa posicionada perpendicularmente ao canudo e intersectando seu eixo, faça-a atravessá-lo de um lado ao outro, ficando com dois furos:



Repita essa operação em uma posição **P** a cerca de 6 cm de uma das extremidades.
A agulha grossa só serviu para fazer os furos largos o suficiente para a agulha fina passar por eles com folga.



VI. Introduza a agulha fina nos furos feitos em **P** e, segurando-a na horizontal, solte o canudo e aguarde até ele parar de balançar, ficando em uma situação de equíbrio E_1. Erga lentamente o **CG** do canudo, girando-o em torno da agulha e procure uma outra situação de equilíbrio E_2.
Você deve ter percebido que existe uma situação de equilíbrio "preferida", "buscada" pelo canudo e outra em que é difícil mantê-lo. A "buscada" é a situação de estabilidade, e a outra é a de instabilidade.
Observe em cada uma delas onde está o **CG** em relação à agulha e anote.
Retire a agulha de **P** e introduza-a nos furos feitos em **CG**. Rode o canudo em torno da agulha e procure observar se há uma forte "preferência" do canudo por ficar em alguma posição. Anote o que você observou.

Analisando o experimento

1. Você dispõe dos valores de x_{CG} medidos nos procedimentos **III** e **IV**.
Agora, represente por **m** a massa de cada clipe, por m_1 a massa da fileira suspensa em x_1 (qualquer que seja), por m_2 a massa daquela suspensa em x_2 e calcule x_{CG} naqueles procedimentos por meio da seguinte média ponderada, uma expressão que determina a posição do centro de massa do sistema (um ponto conceitualmente diferente do centro de gravidade, mas que, nas situações que vamos analisar, podem ser considerados coincidentes):

$$x_{CG} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Compare os valores calculados com os valores medidos.

2. Em sua opinião, por que foram recomendados clipes grandes e, além disso, que fossem montadas fileiras de clipes?

3. A partir de seus conhecimentos teóricos, demonstre a expressão proposta para x_{CG} (média ponderada). Se necessário, peça a orientação ao professor.

4. Considere a Terra e a Lua duas esferas homogêneas com centros separados por uma distância igual a 60 R, em que **R** é o raio da Terra. Sabendo-se que a massa da Terra é aproximadamente igual a 81 vezes a massa da Lua, determine, em função de **R**, a distância entre o centro da Terra e o centro de massa, **CM**, do sistema Terra-Lua.

5. No procedimento **V**, qual é a condição para o canudo, simplesmente suspenso na agulha e livre para girar em torno dela, ficar equilibrado em situação de estabilidade, instabilidade e indiferença?

9. EQUILÍBRIO DE CORPOS APOIADOS

Vamos ver alguns exemplos em que um corpo apoiado poderá estar ou não em equilíbrio.

Exemplo 1: As figuras **1** e **2** a seguir representam uma barra prismática e homogênea, simplesmente apoiada em uma mesa.

Ilustrações: CJT/Zapt

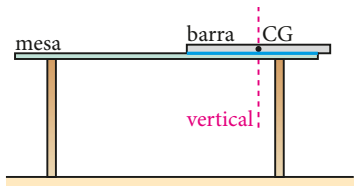


figura 1

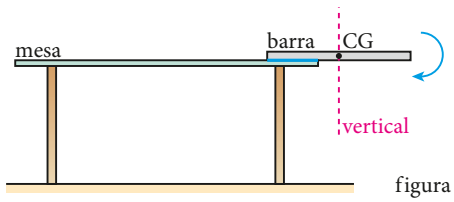


figura 2

Em **1**, a linha de ação do peso da barra (reta vertical, passando pelo seu centro de gravidade) intersecta a região de apoio, destacada em azul. Nesse caso, a barra **não tomba**. Já em **2**, a linha de ação do peso da barra não intersecta a região de apoio e ela **tomba** ao ser solta.

Exemplo 2: Nas situações das figuras **1** e **2** a seguir, supondo que o atrito impeça o escorregamento do bloco, ele **não tomba** em **1**, mas **tomba** em **2**. Observe que, em **1**, a linha de ação do peso do bloco intersecta a região de apoio em azul no plano inclinado, o que não acontece em **2**:

Paulo C. Ribeiro

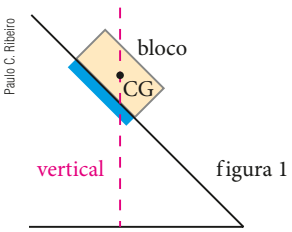


figura 1

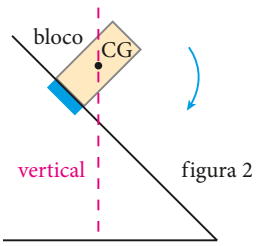
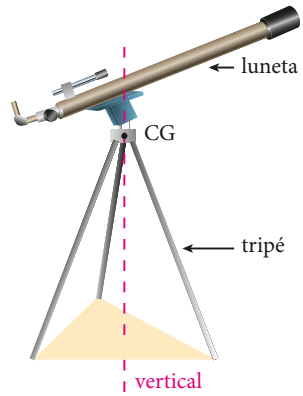


figura 2

Em **1**, a vertical que passa pelo centro de gravidade do bloco intersecta a região de apoio: **o bloco não tomba**. Em **2**, a vertical que passa pelo centro de gravidade do bloco não intersecta a região de apoio: **o bloco tomba**.

Exemplo 3: Em uma situação como a figura ao lado, devemos considerar a menor superfície convexa definida pelos pontos de apoio, que, no caso, é uma região triangular. Para o sistema não tombar, a vertical que passa pelo centro de gravidade deve intersectar essa região.



A gravura *Vendedor de cestos*, do pintor francês Jean-Baptiste Debret (1768-1848), ilustra uma maneira de transportar mercadorias no século XIX, muito usada ainda hoje em algumas regiões do Nordeste. O centro de gravidade do sistema suspenso deve estar em uma vertical que intersecte a região de apoio na cabeça da pessoa.

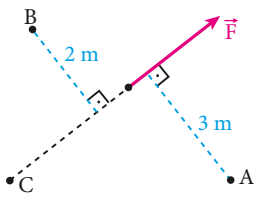
Museus Castro Maya, Rio de Janeiro

Vendedor de cestos. Aquarela sobre papel; 16 cm × 22 cm. Jean-Baptiste Debret. Rio de Janeiro, 1826. Museus Castro Maia, Rio de Janeiro (RJ).

QUESTÕES COMENTADAS

7 A força $\vec{F}$ de módulo 20 N, e os pontos **A**, **B** e **C** estão todos no plano do papel. Os pontos representam as interseções entre o plano do papel e três eixos perpendiculares a ele.

Convencionando positivos os momentos horários, calcule o momento escalar de $\vec{F}$ em relação a **A**, **B** e **C**.



RESOLUÇÃO

Em relação a **A**, a força $\vec{F}$ dá tendência de rotação no sentido horário. Sendo $F = 20\ N$ e $b = 3\ m$, temos:

$M = +F\,b = 20 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{M = 60\ N\,m}$

Em relação a **B**, a força $\vec{F}$ dá tendência de rotação no sentido anti-horário. Sendo $F = 20\ N$ e $b = 2\ m$, temos:

$M = -F\,b = -20 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{M = 40\ N\,m}$

Em relação a **C**, a força $\vec{F}$ não dá tendência de rotação, pois o ponto **C** pertence à sua linha de ação e, assim, o braço **b** é igual a zero. Assim, temos:

$M = F\,b = 20 \cdot 0 \Rightarrow \boxed{M = 0\ Nm}$

Observe que uma mesma força pode produzir diferentes momentos (torques), já que eles dependem não apenas da força, mas também da distância do ponto considerado até sua linha de ação (braço).

Resposta: 60 Nm, −40 Nm e 0 Nm.

8 Uma barra cilíndrica homogênea, de peso 200 N e 10,0 m de comprimento, encontra-se em equilíbrio, apoiada nos suportes **A** e **B**, como representa a figura.

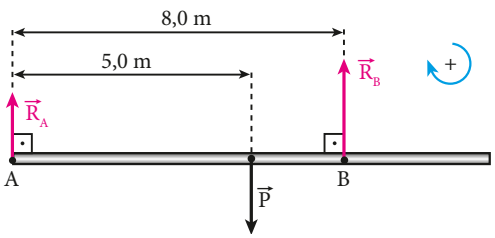
Ilustrações: Paulo C. Ribeiro

a) Calcule as intensidades R_A e R_B das reações dos apoios **A** e **B** sobre a barra.

b) Usando-se uma corda leve, um bloco metálico de peso 400 N é dependurado na barra em um ponto **C** à direita de **B**. Determine a máxima distância **x** de **B** a **C** de modo que a barra não tombe.

RESOLUÇÃO

a) Representando as forças que atuam na barra, temos:



Em relação a **A**: $M_{\vec{R}_A} + M_{\vec{P}} + M_{\vec{R}_B} = 0$

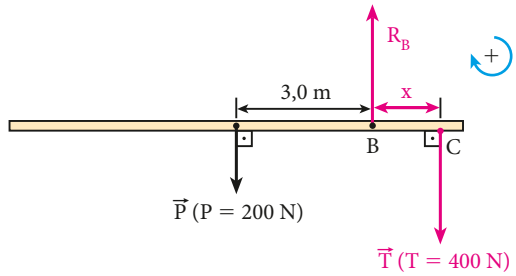
$R_A \cdot 0 + 200 \cdot 5{,}0 - R_B \cdot 8{,}0 = 0 \Rightarrow \boxed{R_B = 125\ N}$

Como $R_A + R_B = P$, temos:

$R_A + 125 = 200 \Rightarrow \boxed{R_A = 75\ N}$

b) A máxima distância pedida corresponde à situação em que a barra está na iminência de tombar. Nessa situação, ela se apoia exclusivamente no suporte **B** e, portanto, a reação do suporte **A**, $\vec{R}_A$, é nula.

Representando as forças na barra, temos:



Em relação a **B**: $M_{\vec{R}_B} + M_{\vec{P}} + M_{\vec{T}} = 0$

$R_B \cdot 0 - 200 \cdot 3{,}0 + 400 \cdot x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1{,}5\ m}$

Se fosse obtido um valor de **x** maior que 2,0 m ou igual a este valor, o que você concluiria?

Respostas: a) 75 N e 125 N; b) 1,5 m.

9 Uma bicicleta equipada com um câmbio de várias marchas possui algumas rodas dentadas (coroas) ligadas ao pedal e outras ligadas ao eixo da roda traseira (roda motriz). Essas coroas têm raios (R_i) diferentes. Para cada par de coroas acopladas pela corrente, temos uma marcha. Com relação à diversidade dos raios das coroas, qual é a melhor escolha (melhor marcha):

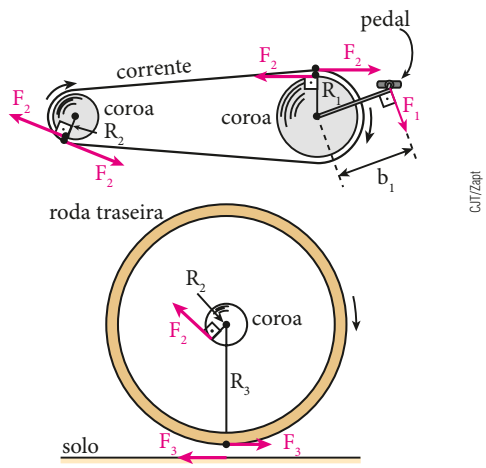
a) numa subida muito acentuada, situação em que o fundamental é conseguir subir, e não desenvolver altas velocidades?

b) quando se pretende desenvolver altas velocidades, numa pista horizontal?

RESOLUÇÃO

Em todo o desenvolvimento desta resolução, expressaremos os torques em relação ao centro das coroas. Além disso, as coroas serão consideradas em equilíbrio de rotação, isto é, em movimento de rotação com velocidade angular constante. Assim, em módulo, os torques horário e anti-horário serão sempre iguais.

Nas figuras a seguir, estão representadas as forças relevantes à análise que vamos fazer. É bom lembrar que, com as coroas em equilíbrio de rotação, a intensidade (F_2) da tração em todos os pontos da corrente é a mesma.



C.JT/Zapt

No sistema constituído pelo pedal e pela coroa nele ligada, temos:

$$F_1 b_1 = F_2 R_1 \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 b_1}{R_1}$$

No sistema constituído pela roda traseira e pela coroa correspondente, temos:

$$F_3 R_3 = F_2 R_2 \Rightarrow F_3 R_3 = \frac{F_1 b_1}{R_1} \cdot R_2$$

constante

Logo: $F_3 = F_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\overbrace{b_1}}{R_3}$

a) A última expressão obtida permite concluir que, para um determinado valor de F_1, quanto **maior** for R_2 e **menor** for R_1, **maior será** F_3, ou seja, mais intensa será a força motriz que a bicicleta receberá do solo. Então, essa é a melhor combinação:

Menor coroa ligada ao pedal e maior coroa da roda traseira.

Como vimos no Capítulo **3**, as frequências de rotação das coroas combinadas são inversamente proporcionais aos seus raios:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \Rightarrow 2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_2 R_2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow f_2 = f_1 \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Note, então, que R_1 menor e R_2 maior minimizam f_2, que é a frequência da roda traseira (roda motriz). Por isso, altas velocidades não são conseguidas nessa situação.

b) Nesse caso, devemos maximizar f_2. Para isso, interessam o **maior** valor de R_1 e o **menor** valor de R_2. Então, a melhor combinação é:

Maior coroa ligada ao pedal e menor coroa da roda traseira.

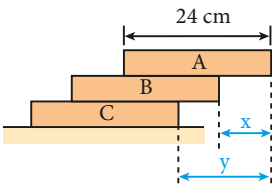
Note que R_1 maior e R_2 menor contribuem para a redução de F_3. Isso, entretanto, não é importante, porque não são necessárias forças de grande intensidade para acelerar suficientemente a bicicleta em uma pista horizontal.

Respostas:

a) Menor coroa ligada ao pedal e maior coroa da roda traseira.

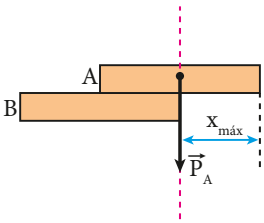
b) Maior coroa ligada ao pedal e menor coroa da roda traseira.

10 Na figura ao lado, temos três tijolos idênticos de 24 cm de comprimento empilhados. Determine os máximos valores de **x** e de **y** para que a pilha ainda se mantenha em equilíbrio, como mostra a figura.

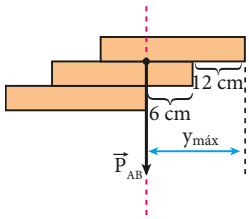


RESOLUÇÃO

Para que a pilha se mantenha em equilíbrio, devemos impor que o tijolo **A** esteja em equilíbrio sobre **B** e que o conjunto AB esteja em equilíbrio sobre **C**.



Para o tijolo **A** estar em equilíbrio sobre **B**, é preciso que a linha de ação do peso de **A** intersecte a região de apoio de **A** sobre **B**. Assim, o máximo valor de **x** é 12 cm:



Ilustrações: Paulo C. Ribeiro

$x_{máx} = 12$ cm

Para o conjunto AB estar em equilíbrio sobre **C**, é preciso que a linha de ação do peso de AB intersecte a região de apoio de AB sobre **C**.

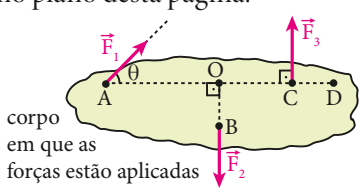
Assim, temos: $y_{máx} = 18$ cm

Resposta: 12 cm e 18 cm.

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

11. Considere as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ e os pontos **A**, **B**, **C**, **D** e **O**, todos no plano desta página.



Julgue corretas ou incorretas as afirmações a seguir. Em cada uma delas, imagine a existência de um eixo de rotação perpendicular ao plano da figura passando pelo ponto citado.

01. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **O**, medem OA, OB e OC, respectivamente.

02. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **O**, medem OA · sen θ, zero e OC, respectivamente.

04. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **A**, medem zero, AO e AC, respectivamente.

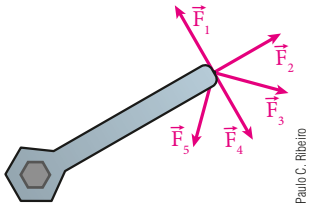
08. Em relação a **O**, o momento de $\vec{F}_1$ é horário, o de $\vec{F}_2$ é nulo e o de $\vec{F}_3$ é anti-horário.

16. Em relação a **C**, o momento de $\vec{F}_1$ é horário, o de $\vec{F}_2$ é anti-horário e o de $\vec{F}_3$ é nulo.

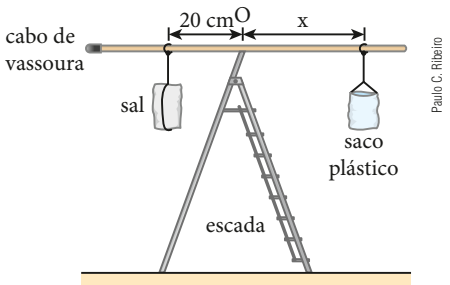
32. Em relação a **D**, os momentos de $\vec{F}_1$ e de $\vec{F}_2$ são horários e o de $\vec{F}_3$ é anti-horário.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

12. Qual das forças aplicadas na extremidade da chave, todas de mesma intensidade, é mais eficiente para girar o parafuso no sentido horário?

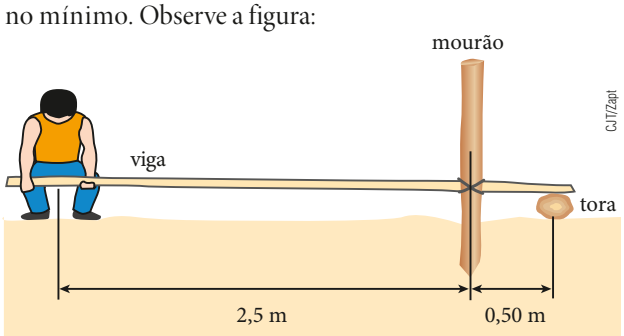


13. Uma pessoa precisava separar 400 g de açúcar para fazer um doce, mas não tinha uma balança. Pegou, então, um cabo de vassoura e o apoiou em uma escada, de modo a ficar em equilíbrio na horizontal (o ponto **O** é o centro de gravidade do cabo).



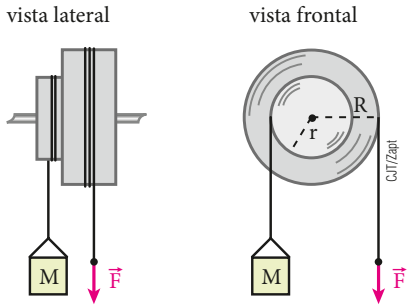
Usando um barbante, suspendeu no cabo um saco fechado de sal de cozinha, de 1 kg (1 000 g), a 20 cm do ponto de apoio (**A**). Usando outro barbante, suspendeu um saco plástico vazio e foi despejando açúcar nele até o cabo ficar novamente em equilíbrio na horizontal. Calcule a distância **x** que determina a posição em que o saco plástico deve ser colocado para que se consiga a quantidade de açúcar desejada.

14. Suponha que, para arrancar um mourão fincado no chão, um homem, puxando-o diretamente com as mãos, tivesse de exercer nele uma força de intensidade 1800 N, no mínimo. Observe a figura:



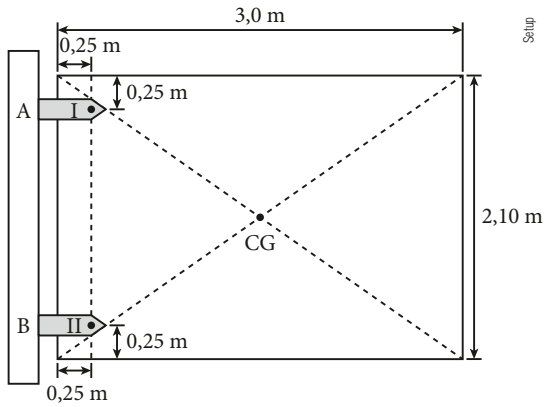
Usando uma viga amarrada no mourão e apoiada em uma tora, como indica a figura, determine a mínima intensidade da força que o homem precisa exercer na viga para arrancar o mourão. Para simplificar, desconsidere o peso da viga e suponha que a força total exercida nela pelo homem esteja aplicada no ponto médio entre suas mãos.

15. A figura a seguir representa duas roldanas de raios r = 10 cm e R = 40 cm presas em um mesmo eixo que pode rotar praticamente sem atrito.



Cordas leves estão enroladas nessas roldanas. Em uma delas, está suspenso um bloco de massa **M** igual a 50 kg e o sistema é mantido em equilíbrio pela força vertical $\vec{F}$ aplicada na outra corda. Considerando g = 10 m/s², calcule a intensidade de $\vec{F}$.

16. A figura a seguir representa esquematicamente uma porteira homogênea e de espessura uniforme, com 60 kg de massa, 3,0 m de comprimento e 2,10 m de altura. **A** e **B** são duas dobradiças que sustentam a porteira em repouso e estão fixadas nela por dois parafusos, **I** e **II**.

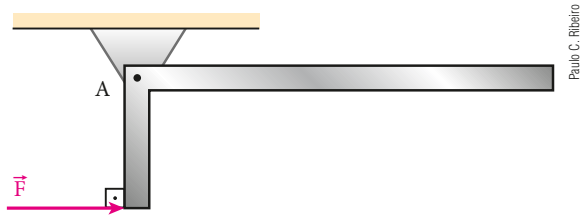


Determine, considerando **g** igual a 10 m/s²:

a) as intensidades das componentes horizontais das forças $\vec{F}_{hor_I}$ e $\vec{F}_{hor_{II}}$ que a porteira recebe dos parafusos **I** e **II**;

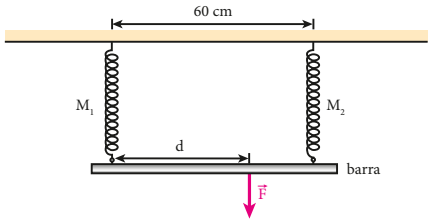
b) a intensidade da resultante das componentes verticais das forças $\vec{F}_{vert_I}$ e $\vec{F}_{vert_{II}}$ que a porteira recebe dos parafusos **I** e **II**.

17. Na figura, temos uma barra homogênea de espessura e largura pequenas e uniformes, em forma de **L**, articulada sem atrito em **A**. A parte vertical da barra tem 1,0 m de comprimento, enquanto a parte horizontal mede 3,0 m. Sendo de 120 N o peso total da barra, calcule a intensidade da força horizontal $\vec{F}$ que mantém a barra em equilíbrio.



18. Uma barra leve encontra-se em equilíbrio dependurada em duas molas $\mathbf{M_1}$ e $\mathbf{M_2}$, de constantes elásticas iguais a 200 N/m e 600 N/m, respectivamente. Uma força $\vec{F}$, vertical para baixo, é aplicada na barra, atingindo-se uma nova situação de equilíbrio na qual a barra permanece na horizontal.

C.JT/Zapt

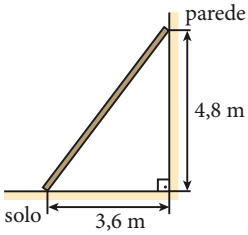


Calcule:

a) a distância **d** indicada na figura;

b) o deslocamento da barra da primeira para a segunda situação de equilíbrio supondo a intensidade de $\vec{F}$ igual a 120 N.

19. Uma viga prismática e homogênea, de 6,0 m de comprimento e 360 N de peso, é posicionada apoiando-se em uma parede e no solo, como representa a figura.



Luciano da S. Teixeira

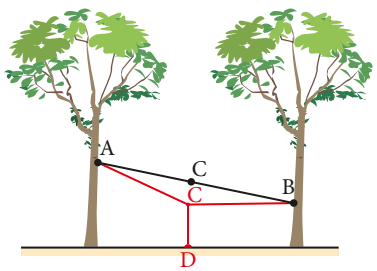
a) Supondo que exista atrito entre a viga e a parede, mas não entre a viga e o solo, responda: é possível que ela fique em equilíbrio, como na figura?

b) Supondo que não exista atrito entre a viga e a parede, calcule, no equilíbrio, as intensidades das componentes da força de contato que a viga recebe do solo (força normal $\vec{F}_n$ e força de atrito $\vec{F}_{at}$).

DESCUBRA **MAIS**

1 As teias das aranhas são estruturas estáticas construídas de um modo muito curioso. Existem vários tipos de teia. Vamos abordar aqui a teia produzida por uma espécie de aranha do gênero *Argiope* sp.

Quando uma dessas aranhas constrói uma teia — como no alto entre duas árvores, a dois metros uma da outra —, ela começa produzindo um fio AB, cujas extremidades são fixadas, cada uma delas, em uma das árvores, ficando esticado (veja a representação esquemática na figura ao lado, em que o fio AB está desenhado em traço preto). Depois, ela produz um outro fio, CD, que vai de um ponto AB até um ponto qualquer, que pode estar no chão. Esse outro fio também fica esticado. Os segmentos AC, CB e CD costumam ser chamados de estirantes e estão destacados em vermelho na figura.



Alphacell/Easypix do Brasil

Em seguida, ela constrói a teia propriamente dita. Procure saber como a aranha consegue fazer tudo isso, lembrando que ela não voa e que por meio de saltos a operação não seria possível. Pesquise também como ela constrói toda a teia.

2 Investigue outras alavancas nas articulações do ser humano, procurando saber os nomes dos ossos e dos músculos que as constituem e de que tipo são.

3 Explique o comportamento do joão-teimoso, aquele boneco que sempre se levanta quando é tombado e, em seguida, solto. Para simplificar, suponha que a base desse boneco seja hemisférica, de raio **R** e centro **O**.

4 Você já deve ter notado, nos parques de diversão, que as gangorras desocupadas estão sempre com uma das extremidades apoiada no solo. Elas nunca se encontram em equilíbrio na horizontal. Por que isso acontece? Quando a gangorra desocupada gira em torno de seu eixo de suspensão, ela encontra um outro apoio — solo — e, por isso, o equilíbrio lhe é imposto. Se, ao contrário, não houvesse qualquer restrição à sua rotação, como ficaria a gangorra ao atingir sua posição de equilíbrio estável?

5 A respeito da Torre de Pisa, procure saber: Para que foi construída? Quando se iniciou sua construção? Qual é o motivo de ela ter se inclinado? Atualmente, a inclinação continua aumentando? Em que situação o equilíbrio da torre estaria em estado crítico?

CAPÍTULO 14

ESTÁTICA DOS FLUIDOS

1. INTRODUÇÃO

A **Estática dos Fluidos** ou **Hidrostática** é a parte da Mecânica que estuda os fluidos em equilíbrio.

Classificamos como **fluidos**, indistintamente, os líquidos e os gases. Em uma primeira abordagem, os líquidos não têm forma própria, embora possuam volume definido. Já os gases, por sua vez, não têm forma nem volume próprios.

Um litro de água, por exemplo, não sofre mudança de volume quando o transferimos de uma panela para uma garrafa. Nesse caso, apenas sua forma é alterada. Já uma determinada massa de gás sempre tende a ocupar todo o volume que lhe é oferecido, propriedade conhecida por expansibilidade. Devemos dizer, ainda, que a forma de certa porção de gás é a do recipiente que a contém.

Por apresentar maior utilidade prática, daremos mais ênfase ao equilíbrio dos líquidos. Nesse estado, as substâncias têm, de modo geral, uma configuração estrutural em que as moléculas se mostram notadamente reunidas. Por causa dessa característica microscópica, os líquidos oferecem grande resistência à compressão. Em nosso estudo, a pequena compressibilidade dos líquidos será negligenciada e os consideraremos incompressíveis.

A **Estática dos Fluidos** está fundamentada em três teoremas (também chamados de leis). São eles:

- Teorema de Stevin;
- Teorema de Pascal;
- Teorema de Arquimedes.

JÁ PENSOU NISTO?

Por que certos líquidos não se misturam?

Em alguns casos, por falta de afinidade molecular, dois ou mais líquidos podem não se misturar. Eles são chamados **líquidos imiscíveis**. Ainda que agitemos dois desses líquidos dentro de um mesmo recipiente, depois de certo intervalo de tempo ocorrerá uma separação entre eles, ficando o menos denso em cima e o mais denso embaixo.

Nesta fotografia, podemos observar água e óleo – líquidos imiscíveis – sendo vertidos simultaneamente dentro de um mesmo béquer. Passadas as turbulências iniciais, o óleo, que é o menos denso, vai subir, e a água, que é a mais densa, vai descer, criando-se uma nítida superfície de separação entre os dois fluidos. Situações como a da água e do óleo são estudadas em **Hidrostática**.

CHARLES D. WINTERS/Latinstock

Água e óleo em um mesmo béquer: esses líquidos se misturam?

2. MASSA ESPECÍFICA OU DENSIDADE ABSOLUTA (μ)

Fixadas a temperatura e a pressão, uma substância pura tem a propriedade fundamental de apresentar massa diretamente proporcional ao respectivo volume.

Sejam $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$, ..., $\mathbf{m}_n$ as massas de porções de uma substância pura em uma mesma temperatura e submetida à mesma pressão. Sendo $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$, ..., $\mathbf{V}_n$ os respectivos volumes, podemos verificar que:

$$\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} = \ldots = \frac{m_n}{V_n} = \mu(\text{constante})$$

Por definição, a constante μ é a **massa específica** ou **densidade absoluta** da substância.

Do exposto, concluímos que:

> Em pressão e temperatura constantes, uma substância pura tem **massa específica** (μ) constante e calculada pela divisão da massa considerada (**m**) pelo volume correspondente (**V**):
>
> $$\mu = \frac{m}{V}$$

As unidades de massa específica são obtidas pela divisão da unidade de massa pela unidade de volume.

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a massa é medida em kg e o volume, em m^3.

Assim: $\text{unid}(\mu) = \frac{kg}{m^3}$

Outras unidades usuais: $\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{L}$

$$1\frac{g}{cm^3} = 1\frac{kg}{L} \qquad 1\frac{g}{cm^3} = 1 \cdot 10^3\frac{kg}{m^3}$$

Na tabela a seguir fornecemos os valores usuais das massas específicas de algumas substâncias.

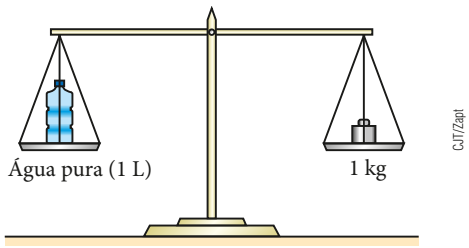
Massa específica (μ)

Material	μ (g/cm³)
Ar (20 °C e 1 atm)	0,001
Isopor	0,10
Gelo	0,92
Água	1,00
Glicerina	1,26
Alumínio	2,70
Ferro	7,87
Cobre	8,96
Prata	10,49
Chumbo	11,35
Mercúrio	13,55
Ouro	19,32
Platina	21,45

Fonte: HALLIDAY, D. et al. *Fundamentos da Física*: gravitação, ondas, termodinâmica. Vol. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

A água, à qual está subordinada a vida na Terra, é o líquido mais abundante do planeta, cobrindo praticamente $\frac{2}{3}$ da superfície terrestre. Por isso, o estudo da **Estática dos Fluidos** dá ênfase especial a essa substância.

É importante observar que, como a densidade absoluta da água é igual a 1 kg/L, existe paridade entre o número que mede a massa dessa substância em quilogramas e o número que mede seu volume em litros. Um quilograma de água, por exemplo, ocupa um volume de um litro.



Em uma balança de travessão de braços iguais, um litro de água contido em uma garrafa plástica de massa desprezível é equilibrado por um cilindro (massor) de um quilograma.

3. DENSIDADE DE UM CORPO (d)

Será que um corpo de ferro ($\mu_{Fe} = 7{,}8\ g/cm^3$) pode ser menos denso que a água ($\mu_{H_2O} = 1{,}0\ g/cm^3$)? A resposta é sim. Para isso, esse corpo deverá ser provido de descontinuidades internas (regiões ocas), de modo que sua massa total seja medida por um número, em gramas, menor que aquele que mede, em cm^3, o volume delimitado por sua superfície externa.

> Por definição, a **densidade** de um corpo (**d**) é o quociente de sua massa (**m**) pelo volume delimitado por sua superfície externa $\mathbf{V_{ext}}$:
>
> $$d = \frac{m}{V_{ext}}$$

Os navios modernos são metálicos, basicamente construídos em aço. Por ser um material de elevada densidade, o aço afunda rapidamente na água quando considerado em porções maciças. No entanto, os navios flutuam na água porque, sendo dotados de descontinuidades internas (partes ocas), apresentam densidade menor que a desse líquido.

Getty Images

Navio no Porto de Khasab, Omã. Novembro de 2013.

O ciclo das águas

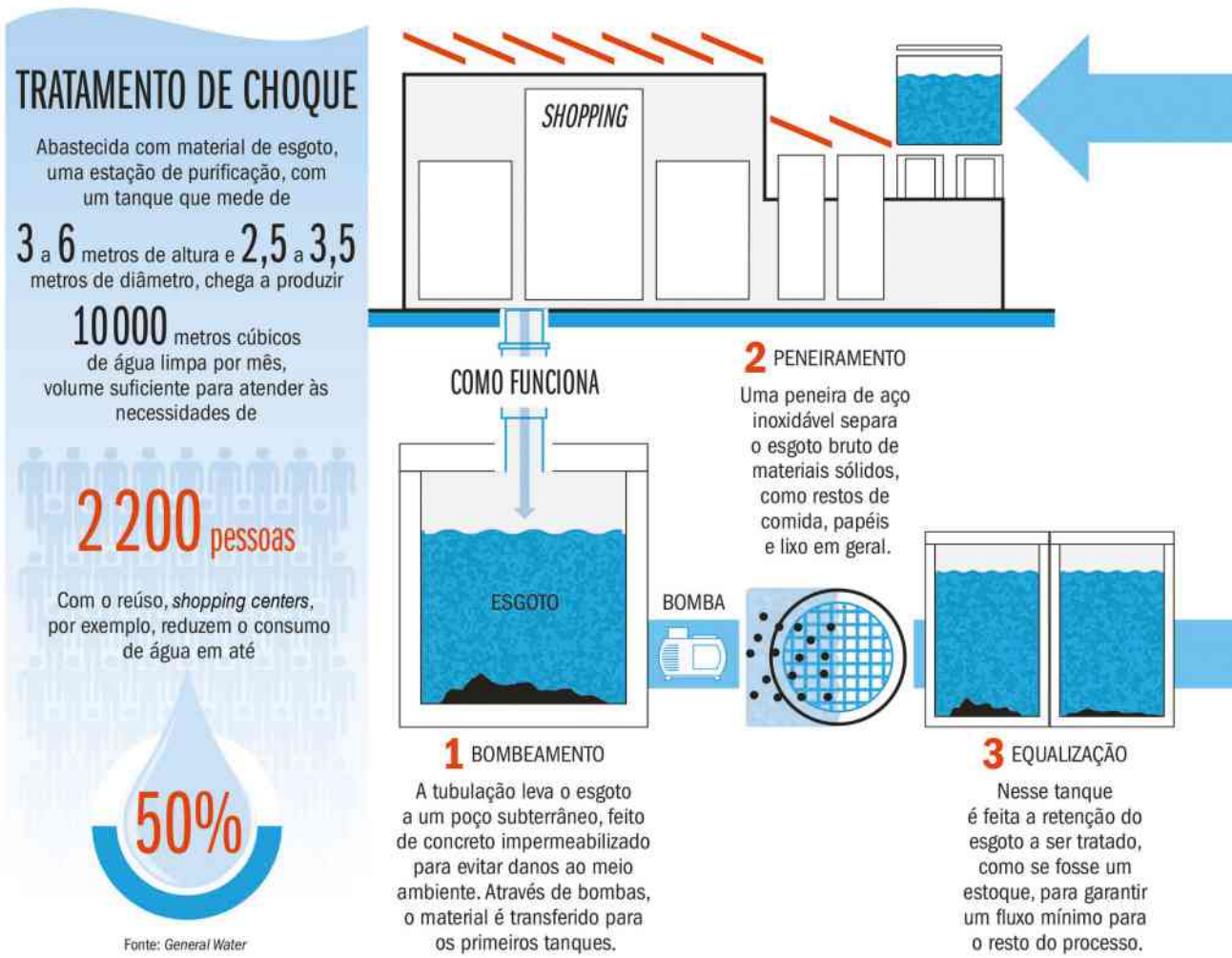
A não ser em regiões pontuais, como nos estados nordestinos, o Brasil sempre viveu uma cultura de abundância de água, que associa as crises de escassez a locais distantes, muito além de nossas fronteiras.

Governantes em geral, nas últimas décadas, não deram a devida importância à questão do abastecimento hídrico, negligenciando a proposição de novos meios de captação e a construção de usinas alternativas de tratamento e distribuição.

Pois é, depois de sucessivas ocorrências dos fenômenos climáticos conhecidos como **El Niño** e **La Niña**, com um céu de esplendoroso azul e chuvas rarefeitas, uma das maiores crises hídricas de todos os tempos aconteceu; ficamos na dependência de reservatórios cada vez mais vazios... Regiões que desconheciam esse problema, como grande parte do Sudeste brasileiro, têm vivido dias de restrições com racionamento e medidas punitivas contra o desperdício de água.

Em países como o Japão, Austrália, Cingapura e Estados Unidos, especialmente em cidades do estado da Califórnia, como Santa Bárbara, com poucos mananciais e chuvas irregulares ou escassas, cada gota de água vale ouro. Por isso, a captação e correta armazenagem de águas pluviais é obrigatória, havendo na maioria das edificações mini-instalações de adequado acondicionamento e tratamento desse insumo essencial. Ocorrem também usinas de dessalinização da água do mar por meio de processos cada vez mais simples e baratos.

Veja/ Abril Comunicações S.A



O infográfico desta seção representa o sistema de reúso de água em um *shopping center*, o que pode acarretar uma economia de até 50% no consumo do líquido proveniente de redes públicas de distribuição.

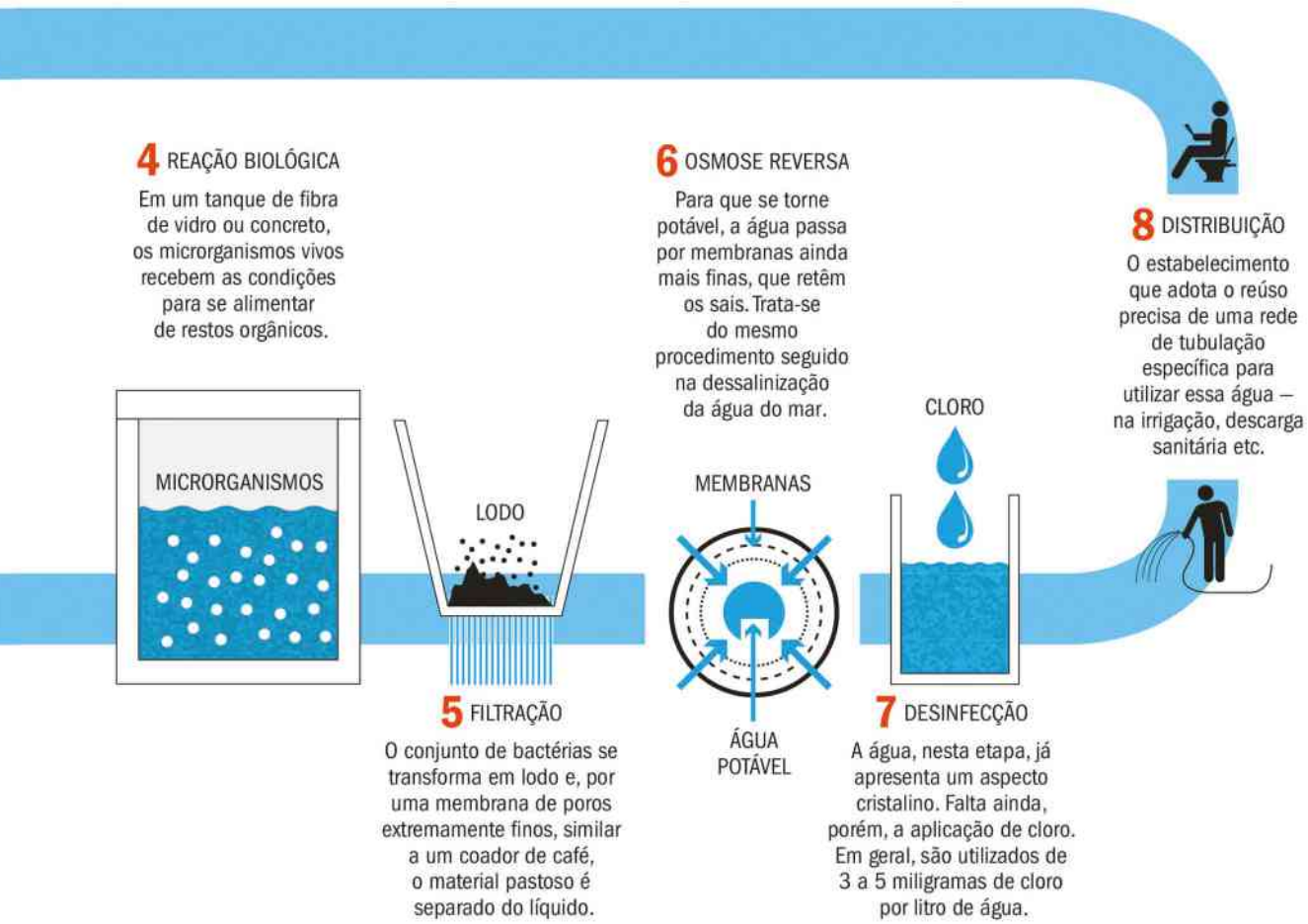
Nesses locais, a água empregada em irrigação, descargas sanitárias, lavagem de veículos etc. é toda de reúso, proveniente de usinas de portes variados que reabilitam as condições de utilização do líquido por meio das mais diversas tecnologias de purificação.

O que é fundamental registrar, em relação a essas localidades, é que se criou na população uma consciência voltada para o uso racional da água – utilização sustentável –, sem os frequentes exemplos de desperdício que ainda verificamos por aqui.

E essa consciência também deverá nos permear a todos – brasileiros –, já que a demanda por água em nosso país tem crescido muito além da oferta e o regime de chuvas não é algo infalível ou imune a fatores perturbadores, como correntes oceânicas de alta ou baixa temperatura, desmatamento e queimadas, entre outros.

Nelson Kon

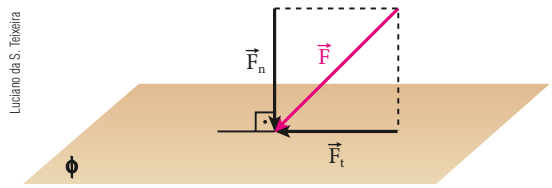
Nesse Brasil de contrastes, encontramos também casos de edifícios sustentáveis, contemplados com prêmios internacionais, por serem projetados de modo a demandar menos energia e manutenção, reduzir o uso de recursos ambientais não renováveis, melhorar a qualidade interna do ar e promover ganhos de qualidade de vida e saúde aos usuários. É o caso do Corporate Towers Rochaverá, em São Paulo, que aparece nesta fotografia.



4. O CONCEITO DE PRESSÃO

Suponha que você esteja comprimindo na palma de uma de suas mãos uma pequena bola de borracha com movimentos sucessivos de compressão e relaxamento. Cada vez que você aperta a bola, seus dedos exercem sobre ela certa **pressão**. A pressão é uma importante grandeza física que se destaca sobremaneira no estudo da Estática dos Fluidos.

Considere a figura a seguir, em que a superfície ϕ, de área **A**, está sujeita a uma distribuição de forças cuja resultante é $\vec{F}$.



$\vec{F}_t$ é a componente de $\vec{F}$ tangencial a ϕ.

$\vec{F}_n$ é a componente de $\vec{F}$ normal a ϕ.

Por definição, a pressão média (p_m) que $\vec{F}$ exerce na superfície ϕ é obtida dividindo-se o módulo da componente normal de $\vec{F}$ em relação a ϕ $(\vec{F}_n)$ pela correspondente área **A**:

$$p_m = \frac{|\vec{F}_n|}{A}$$

Convém destacar que apenas e tão somente a componente normal da força exerce pressão na superfície. A componente tangencial exerce outro efeito, denominado **cisalhamento**.

As unidades de pressão decorrem da própria definição, isto é, são obtidas da divisão da unidade de força pela unidade de área:

$$\text{unid}(p) = \frac{\text{unid}(F)}{\text{unid}(A)}$$

No SI, a força é medida em newton (N) e a área, em metro quadrado (m^2).

Assim: $\text{unid}(p) = \frac{N}{m^2} = \text{pascal (Pa)}$

Outra unidade usual:

$\frac{kgf}{cm^2}$ = atmosfera técnica métrica (atm)

$$1\frac{kgf}{cm^2} = \frac{9{,}8\ N}{10^{-4}m^2} = 9{,}8 \cdot 10^4\ \frac{N}{m^2}$$

Logo: $1\ atm = 9{,}8 \cdot 10^4\ \frac{N}{m^2} \cong 1 \cdot 10^5\ Pa$

Uma unidade inglesa de pressão bastante difundida no Brasil é o **psi**.

$$1\ psi = 1\ \frac{\text{libra-força}}{(\text{polegada})^2} = \frac{lbf}{pol^2}$$

Nos calibradores de pneus encontrados em postos de gasolina, a pressão é geralmente expressa em psi.

$1\ psi \cong 6{,}9 \cdot 10^3\ Pa$

Eduardo Santaliestra

Calibrador analógico de pneus.

Por causa da atração gravitacional, a atmosfera terrestre pressiona a superfície da Terra. Verifica-se que, ao nível do mar, a pressão atmosférica é praticamente igual a 1 atm ou $1 \cdot 10^5$ Pa.

Representamos na ilustração a seguir a Terra e sua atmosfera. Observe as setas em magenta. Elas indicam as forças radiais de natureza gravitacional que a atmosfera exerce sobre a superfície do planeta. São essas forças que produzem a pressão atmosférica.

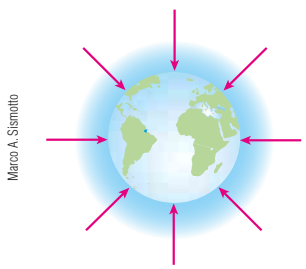

Marco A. Sismotto

Ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.

Admitindo-se a Terra esférica e com raio igual a 6 400 km, faça uma estimativa da massa da atmosfera. Adote nos cálculos $g = 9{,}8\ m/s^2$ (valor médio da aceleração da gravidade) e veja que a área **A** de uma superfície esférica de raio **R** é calculada por:

$$A = 4\pi R^2$$

A pressão é uma grandeza que não tem orientação privilegiada. Uma evidência disso é o fato de ela ser a mesma, **em qualquer direção**, em um ponto situado no interior de um fluido em equilíbrio. Por isso, a pressão é uma **grandeza escalar**, ficando plenamente definida pelo valor numérico acompanhado da respectiva unidade de medida.

Para uma mesma força normal, a pressão média exercida sobre uma superfície é inversamente proporcional à área considerada. Isso significa que um prego, por exemplo, comprimido sempre perpendicularmente a uma parede e com a mesma intensidade, poderá exercer pressões diferentes. Tudo dependerá do modo como ele entrar em contato com a superfície, pela ponta ou pela cabeça. No primeiro caso, a força estará distribuída em uma área menor, o que provocará maior pressão.

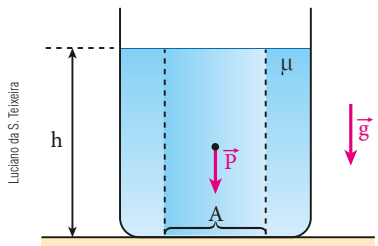
Em algumas praias do Nordeste é tradicional o passeio de *buggy*. Esse veículo é geralmente equipado com pneus que apresentam banda de rodagem de largura maior que o normal (pneus tala larga). Em razão de uma área maior de contato com o solo, a pressão exercida pelos pneus sobre a areia torna-se menor, dificultando o atolamento.

Leonardo Papini/SambaPhoto

Pessoas andando de *buggy*. Natal (RN).

5. PRESSÃO EXERCIDA POR UMA COLUNA LÍQUIDA

Considere a figura a seguir, que representa um reservatório contendo um líquido homogêneo de massa específica μ, em equilíbrio sob a ação da gravidade (de intensidade **g**). Seja **h** a altura do nível do líquido no reservatório. Isolemos, no meio fluido, uma coluna cilíndrica imaginária do próprio líquido, com peso de módulo **P** e área da base **A**.



A referida coluna exerce uma pressão média (**p**) na base do reservatório, que pode ser calculada por:

$$p = \frac{P}{A} \qquad (I)$$

Como $P = m\,g$ e $\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \mu\,V$, temos:

$$P = \mu\,V\,g \qquad (II)$$

Como a coluna é cilíndrica, seu volume é dado por:

$$V = A\,h \qquad (III)$$

Substituindo (**III**) em (**II**), temos:

$$P = \mu\,A\,h\,g \qquad (IV)$$

Substituindo (**IV**) em (**I**), obtemos:

$$p = \frac{\mu\,A\,h\,g}{A} \Rightarrow \boxed{p = \mu\,g\,h}$$

Note que a pressão **p** independe da área **A** e, com μ e **g** constantes, **p** é diretamente proporcional a **h**.

Visando obter um dado importante para a análise de situações hidrostáticas, vamos calcular o acréscimo de pressão Δp registrado por um mergulhador que se aprofunda verticalmente $\Delta h = 10$ m na água de um lago, admitida homogênea e com massa específica $\mu = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3.

Supondo que a aceleração da gravidade local seja $g = 10$ m/s^2, temos:

$$\Delta p = \mu\,g\,\Delta h$$

$$\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10\ (\text{Pa})$$

$$\boxed{\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^5\ \text{Pa} \cong 1{,}0\ \text{atm}}$$

Juan Carlos Calvin/AGE FOTOSTOCK/Grupo Keystone

Um mergulhador aprofunda-se na água agarrado a uma corda.

Assim, concluímos que, a cada 10 m acrescentados à profundidade do mergulhador na água, há um aumento de $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa ou 1,0 atm na pressão exercida sobre ele.

6. O TEOREMA DE STEVIN

Simon **Stevin** (1548-1620) nasceu em Bruges, nos Países Baixos (hoje, Bélgica), e notabilizou-se como engenheiro militar. Estudou os números fracionários e a queda livre de corpos com diferentes massas, constatando a igualdade de suas acelerações, e propôs alguns inventos, como a carroça movida a vela. Uma de suas funções era inspecionar as condições de segurança dos diques holandeses, o que o levou a importantes conclusões sobre Hidrostática.

AKG-Image/Latinstock

Simon **Stevin**. Pintura de autor desconhecido, 1590. Paris, coleção particular.

Vimos que, quanto mais se aprofunda em um líquido em equilíbrio, maior é a pressão observada. Como foi calculado na seção **5**, acréscimos de profundidade de 10 m na água límpida e tranquila de um lago, por exemplo, implicam incrementos de pressão hidrostática próximos de 1,0 atm.

Consideremos, então, dois pontos de um líquido em equilíbrio, com um deles mais ao fundo que o outro. Existe, portanto, um desnível (diferença de alturas) entre esses pontos. Em quanto a pressão verificada no ponto mais ao fundo supera a pressão notada no ponto mais ao raso?

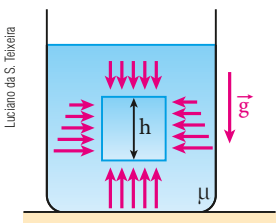
O **Teorema de Stevin**, enunciado e demonstrado a seguir, propõe uma expressão matemática para o cálculo da diferença de pressão entre dois pontos quaisquer de um líquido em equilíbrio sob a ação da gravidade.

Esse teorema, também chamado de **Lei Fundamental da Hidrostática**, estabelece o seguinte:

> A diferença de pressões entre dois pontos de um líquido homogêneo em equilíbrio sob a ação da gravidade é calculada pelo produto da massa específica do líquido pelo módulo da aceleração da gravidade no local e pelo desnível (diferença de cotas) entre os pontos considerados:
>
> $$p_2 - p_1 = \mu g h$$

Demonstração:

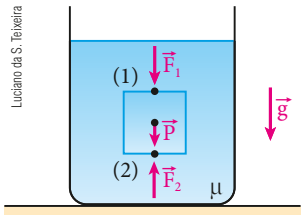
Considere o recipiente da figura a seguir, que contém um líquido homogêneo de massa específica μ, em equilíbrio sob a ação da gravidade ($\vec{g}$). Admita, para efeito de demonstração do teorema, um cilindro imaginário do próprio líquido, com área da base **A** e altura **h**.



O cilindro tem bases paralelas à superfície do líquido.

Pelo fato de estar envolvido pelo líquido, o cilindro recebe dele os conjuntos de forças indicados.

Em razão da simetria, as forças laterais ao cilindro (horizontais) equilibram-se duas a duas. As forças aplicadas segundo a vertical, no entanto, não se equilibram. Por isso, temos uma resultante $\vec{F}_1$ aplicada no ponto **1**, na base superior do cilindro, e uma resultante $\vec{F}_2$ aplicada no ponto **2**, na base inferior do cilindro.



Observe que, além de $\vec{F}_1$ e de $\vec{F}_2$, também atua no cilindro a força da gravidade $\vec{P}$.

Como o líquido está em equilíbrio, o cilindro, que faz parte dele, também deve estar. Para que isso ocorra, devemos ter: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = \vec{0}$

Ou, em módulo: $F_2 - F_1 = P$

Dividindo todos os termos da igualdade anterior por **A** (área das bases do cilindro), obtemos:

$$\frac{F_2}{A} - \frac{F_1}{A} = \frac{P}{A}$$

Sabemos que: $\frac{F_2}{A} = p_2$ (pressão no ponto **2**) e

$\frac{F_1}{A} = p_1$ (pressão no ponto **1**)

Assim: $p_2 - p_1 = \frac{P}{A} \Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{m\,g}{A}$

A massa **m** pode ser expressa fazendo-se:

$$m = \mu V = \mu A h$$

Com isso, obtemos o seguinte:

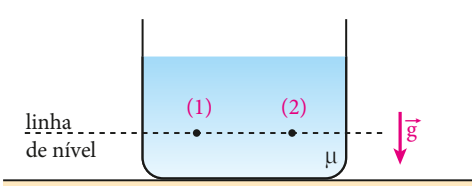
$$p_2 - p_1 = \frac{\mu A h g}{A} \Rightarrow \boxed{p_2 - p_1 = \mu h g}$$

Consequências do Teorema de Stevin

Primeira consequência:

> Todos os pontos de um líquido em equilíbrio sob a ação da gravidade, situados em um mesmo nível horizontal, suportam a **mesma pressão**, constituindo uma **região isobárica**.

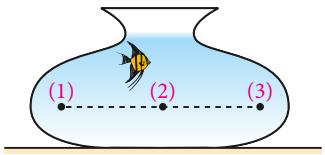
Consideremos a figura abaixo, na qual os pontos **1** e **2** pertencem a um mesmo nível (mesma horizontal). O líquido considerado é homogêneo e encontra-se em equilíbrio.



Aplicando o **Teorema de Stevin** aos pontos **1** e **2**, temos: $p_2 - p_1 = \mu g h$

Entretanto, se os pontos estão no mesmo nível, o desnível entre eles (**h**) é nulo, levando-nos a escrever:

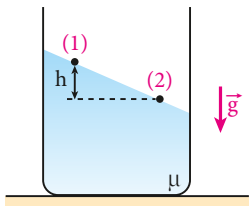
$$p_2 - p_1 = 0 \Rightarrow \boxed{p_2 = p_1}$$



No aquário esquematizado acima, o peixe se submeterá à mesma pressão, nos pontos **1**, **2** e **3**, situados no mesmo nível horizontal, não importando o fato de os pontos **1** e **3** situarem-se abaixo das paredes laterais do recipiente e de o ponto **2** situar-se sob a superfície livre da água.

Segunda consequência:

Desprezando fenômenos relativos à tensão superficial, a superfície livre de um líquido em equilíbrio sob a ação da gravidade é plana e horizontal.



Suponhamos que no recipiente da figura ao lado exista um líquido em equilíbrio, sob a ação da gravidade. Sejam **1** e **2** pontos da superfície livre do líquido, desnivelados de uma altura **h**.

Aplicando a esses pontos o **Teorema de Stevin**, obtemos: $p_2 - p_1 = \mu g h$

Como os pontos **1** e **2** estão expostos diretamente ao ar, a pressão que se exerce sobre ambos é a pressão atmosférica (p_0). Então, temos: $p_2 = p_1 = p_0$

Assim: $p_0 - p_0 = \mu g h \Rightarrow \mu h g = 0$

Como o produto $\mu g h$ é nulo e sendo $\mu \neq 0$ e $g \neq 0$, concluímos que: $h = 0$.

Do exposto, observamos que os pontos **1** e **2** não podem estar desnivelados, sendo, portanto, absurda a figura proposta.

7. A PRESSÃO ATMOSFÉRICA E O EXPERIMENTO DE TORRICELLI

A **pressão atmosférica** influi de maneira decisiva em muitas situações. Um litro de água, por exemplo, pode ferver em maior ou em menor temperatura, dependendo da pressão atmosférica do local. A cidade de São Paulo, por estar a cerca de 731 m acima do nível do mar, suporta pressão atmosférica menor que Santos, no litoral. Por esse motivo, em São Paulo a água ferve a 98 °C, aproximadamente, enquanto em Santos ferve a 100 °C.

O cientista italiano Evangelista **Torricelli** (1608-1647), aluno de Galileu, propôs um critério bastante simples para a obtenção experimental do valor da pressão atmosférica. O aparato e o método utilizados por ele estão descritos a seguir.

Considere uma cuba e um tubo, de aproximadamente 1,0 m de comprimento, ambos contendo mercúrio (figura **1**).

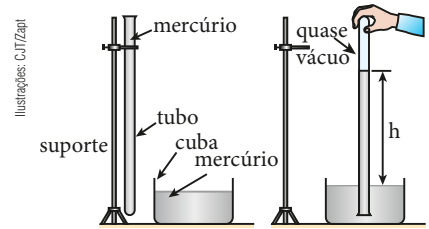


figura 1 figura 2

A princípio, o tubo encontra-se completamente tomado pelo fluido (mercúrio), até sua extremidade aberta.

Veda-se, então, a abertura do tubo e, posicionando-o de boca para baixo, introduz-se parte dele no mercúrio da cuba. Em seguida, destapa-se sua extremidade, tomando-se o cuidado de mantê-la sempre voltada para baixo (figura **2**). Com isso, parte do mercúrio do tubo escoa para a cuba, até que seja estabelecido o equilíbrio fluidostático do sistema.

Vamos chamar de μ_{Hg} a massa específica do mercúrio, **g** o módulo da aceleração da gravidade, $\mathbf{p}_0$ a pressão atmosférica local e **h** a altura do nível do mercúrio no tubo em relação à superfície livre do mercúrio na cuba (figura **2**).

Na figura **3**, sejam $\mathbf{p}_1$ e $\mathbf{p}_2$, respectivamente, as pressões nos pontos **1** e **2**.

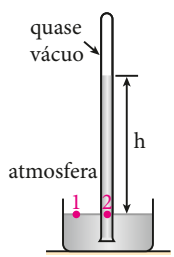


figura 3 – Sistema em equilíbrio

Pelo fato de o ponto **1** pertencer ao nível livre do mercúrio na cuba e estar exposto diretamente à atmosfera, tem-se: $p_1 = p_0$. No ponto **2**, a pressão se deve praticamente à coluna de mercúrio que aí se sobrepõe, pois acima do mercúrio do tubo temos quase o vácuo (apenas vapor de mercúrio muito rarefeito). Desse modo: $p_2 = \mu_{Hg} g h$.

Entretanto, no equilíbrio, as pressões nos pontos **1** e **2** são iguais, pois os referidos pontos pertencem ao mesmo fluido (mercúrio) e estão no mesmo nível (mesma região isobárica).

Assim, $p_1 = p_2$, ou seja: $p_0 = \mu_{Hg} g h$

Fazendo o experimento de Torricelli ao nível do mar ($g \cong 9{,}81\ m/s^2$) e a 0 °C, obtém-se para **h** um valor muito próximo de 76,0 cm. Assim, com $\mu_{Hg} = 13{,}6 \cdot 10^3\ kg/m^3$, calcula-se o valor de $\mathbf{p}_0$ no local:

$$p_0 = 13{,}6 \cdot 10^3 \ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \ \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}760 \ m$$

Logo: $p_0 \cong 1{,}01 \cdot 10^5 \ \frac{N}{m^2}$

Na prática, para se evitar o incômodo da multiplicação $\mu_{Hg}\, g\, h$, é comum expressar-se a pressão atmosférica diretamente em centímetro de mercúrio (cmHg) ou milímetro de mercúrio (mmHg). Dessa forma, ao nível do mar e a 0 °C, diz-se que a pressão atmosférica tem um valor próximo de 76,0 cmHg ou 760 mmHg.

EM BUSCA DE EXPLICAÇÕES

A sucção impossível

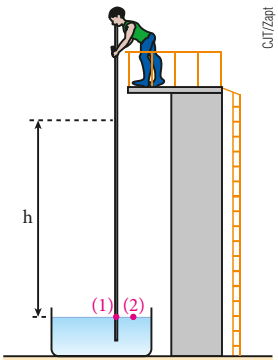
Não há nada melhor para os momentos de calor e sede que tomar uma bebida bem gelada!

Nessas ocasiões, é comum utilizarmos canudinhos, que permitem a ingestão do líquido de maneira confortável e gradual.

Os canudinhos encontrados no comércio têm comprimento próximo de 25 cm, sendo adequados para canalizar líquidos aquosos – de massa específica em torno de 1,0 g/cm^3 – de copos ou garrafas até a boca das pessoas.

Todavia, qual seria o comprimento máximo de um canudinho que, colocado na vertical, teoricamente permitiria a alguém sugar um líquido aquoso até o nível de sua boca?

Para responder a essa questão, considere o esquema da figura ao lado, em que um garoto se utiliza de um longo canudinho, de comprimento maior que 10 m, com a pretensão de sorver o refrigerante contido em um recipiente ao ar livre.



CJIT/Zapt

À medida que ele for aspirando o ar contido no canudinho, o refrigerante irá subindo ao longo do duto, empurrado pelas forças devidas à pressão atmosférica.

A subida do refrigerante, entretanto, cessará quando o garoto tiver retirado todo o ar do canudinho (supondo que isso seja possível), provocando praticamente o vácuo entre sua boca e a superfície livre do líquido já elevado.

Chamemos de $\mathbf{p}_1$ e $\mathbf{p}_2$ as pressões totais nos pontos **1** e **2** indicados na figura. Essas pressões ficam determinadas por:

$$p_1 = \mu\, g\, h \quad \text{e} \quad p_2 = p_0$$

em que μ é a massa específica do refrigerante $(1{,}0 \ g/cm^3)$;
g é a intensidade da aceleração da gravidade $(10 \ m/s^2)$; $\mathbf{p}_0$ é a pressão atmosférica local $(1{,}0 \cdot 10^5 \ Pa)$.

Como os pontos **1** e **2** pertencem ao mesmo nível horizontal (mesma região isobárica), suportam pressões iguais.

Assim: $p_1 = p_2 \Rightarrow \mu\, g\, h = p_0$

Substituindo os dados numéricos apresentados, calculemos a altura máxima **h** procurada:

$$1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot h = 1{,}0 \cdot 10^5 \Rightarrow \boxed{h = 10 \ m}$$

Concluímos, então, que o garoto conseguiria elevar o refrigerante, no máximo, até uma altura de 10 m a contar da superfície livre do líquido no recipiente.

NOTA

Em situações reais, por melhor que fosse a capacidade de sucção de uma pessoa, ela jamais conseguiria elevar, com um canudinho, líquidos aquosos a alturas próximas de 10 m.

Bombas hidráulicas que eventualmente recalcam água de poços com profundidades maiores que 10 m não desempenham essa tarefa por simples sucção, já que isso seria impossível, como acabamos de demonstrar. Para isso, há um compressor que aumenta a pressão do ar sobre a água a ser elevada, favorecendo a operação.

Guy Medeiros

Esta fotografia mostra um painel publicitário no centro da cidade de São Paulo – SP em que um jovem parece tomar refrigerante sugando o líquido por meio de um canudinho posicionado na vertical. Considerando-se que cada andar do prédio onde está instalado o anúncio abrange aproximadamente uma extensão de 3 m, pode-se inferir que o canudinho tem mais de 10 m, o que torna a elevação do refrigerante, como sugerida na imagem, impossível.

FAÇA VOCÊ MESMO — A vela que ergue água

No experimento de Torricelli descrito anteriormente, vimos que uma coluna de mercúrio com altura próxima de 76 cm produz em sua base uma pressão capaz de equilibrar a pressão atmosférica. Por outro lado, realizando-se experimento similar com água, seria necessária uma coluna líquida com altura em torno de 10 m para equilibrar a mesma pressão atmosférica (veja o **Em busca de explicações – A sucção impossível**).

O experimento sugerido a seguir propõe o equilíbrio entre a pressão exercida por uma coluna de um líquido aquoso, aliada a uma coluna gasosa, e a pressão atmosférica.

ATENÇÃO!

Este experimento envolve fogo. Realize-o apenas com a supervisão do professor.

Material necessário

- 1 vela com cerca de 10 cm de altura;
- 1 frasco cilíndrico de vidro transparente e incolor, de preferência de boca larga, tal que possa abrigar com folga a vela. Pode ser uma embalagem de aspargos, palmito, maionese, doces em calda etc.
- 1 prato fundo;
- 1 sachê de suco de frutas em pó. Recomendamos suco de uva, que tem uma pigmentação mais escura. Observe que o suco mais escuro favorece a visualização;
- 1 vasilha com água para diluir o suco de frutas em pó;
- Fósforos ou isqueiro para acender a vela.

Procedimento

I. Dilua o suco de frutas em pó na vasilha com água e, tomando o devido cuidado para não se queimar, acenda a vela. Por meio da parafina derretida, que surge logo de início, fixe a vela em posição vertical no centro do prato. Despeje cuidadosamente parte do suco contido na vasilha dentro do prato até preencher cerca de 1/3 de sua capacidade.

II. Em seguida, emborque o frasco com a boca para baixo e introduza a vela acesa em seu interior, de modo a apoiar a boca do frasco no fundo do prato.

III. Durante um breve intervalo de tempo, observe a vela erguer uma coluna de suco dentro do frasco com redução concomitante no tamanho da chama, que, por fim, irá se extinguir. Com a vela apagada, você perceberá uma situação de **equilíbrio** com a coluna de suco dentro do frasco praticamente estabilizada em relação ao suco contido no prato.

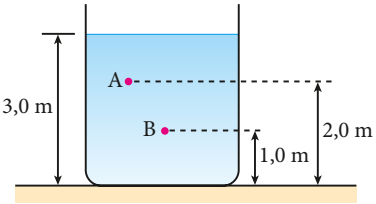
Fotografias: Sérgio Dotta Jr./The Next

Analisando o experimento

1. Por que a vela acaba se apagando quando confinada no interior do frasco? Elabore hipóteses e confronte-as com as de seus colegas.
2. Por que o suco sobe no interior do frasco? Elabore hipóteses e confronte-as com as de seus colegas.
3. Em termos de pressões, qual é a equação para o equilíbrio verificado na situação descrita no procedimento **III**? Discuta o resultado com seus colegas.

QUESTÕES COMENTADAS

1 O tanque representado na figura a seguir contém água ($\mu = 1{,}0\ g/cm^3$) em equilíbrio sob a ação da gravidade ($g = 10\ m/s^2$):



Ilustrações: CJT/Zapt

Determine, em unidades do Sistema Internacional:

a) a diferença de pressão entre os pontos **B** e **A** indicados;

b) a intensidade da força resultante devido à água na parede do fundo do tanque, cuja área vale $2{,}0\ m^2$.

RESOLUÇÃO

a) A diferença de pressão entre os pontos **B** e **A** pode ser calculada pelo **Teorema de Stevin**: $p_B - p_A = \mu\, g\, h$

Fazendo $p_B - p_A = \Delta p$, temos: $\Delta p = \mu\, g\, h$

Sendo $\mu = 1{,}0\ g/cm^3 = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$, $g = 10\ m/s^2$ e $h = 2{,}0\ m - 1{,}0\ m = 1{,}0\ m$, calculemos $\Delta \mathbf{p}$:

$\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1{,}0\ (N/m^2)$

$\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^4\ N/m^2$

b) A intensidade **F** da força resultante que a água exerce na parede do fundo do tanque é dada por:

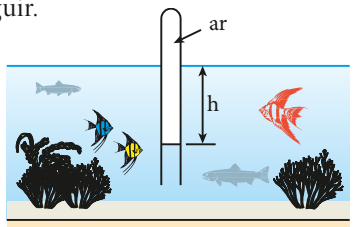
$F = p_{fundo}\, A = \mu\, g\, H\, A$

Sendo $H = 3{,}0\ m$ e $A = 2{,}0\ m^2$, calculamos **F**:

$F = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3{,}0 \cdot 2{,}0\ (N) \Rightarrow F = 6{,}0 \cdot 10^4\ N$

Respostas: a) $1{,}0 \cdot 10^4\ N/m^2$; b) $6{,}0 \cdot 10^4\ N$

2 Um longo tubo de vidro, fechado em sua extremidade superior, é cuidadosamente mergulhado nas águas de um lago ($\mu_{água} = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$) com seu eixo longitudinal coincidente com a direção vertical, conforme representa a figura a seguir.



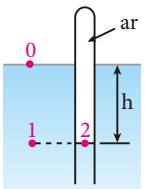
No local, a pressão atmosférica vale $p_0 = 1{,}0\ atm$ e adota-se $g = 10\ m/s^2$. Se o nível da água no interior do tubo sobe até uma profundidade $h = 5{,}0\ m$, medida em relação à superfície livre do lago, qual é a pressão do ar contido no interior do tubo?

RESOLUÇÃO

Considere o esquema a seguir:

Aplicando o **Teorema de Stevin** aos pontos **0** e **1**, temos:

$p_1 - p_0 = \mu_{água}\, g\, h \Rightarrow p_1 = \mu_{água}\, g\, h + p_0$



Concluímos, então, que a pressão total no ponto **1** é constituída por duas parcelas: $\mu_{água}\, g\, h$, que é a pressão efetiva exercida pela água, e $\mathbf{p_0}$, que é a pressão atmosférica.

É importante notar que a pressão atmosférica manifesta-se não apenas na superfície livre da água, mas também em todos os pontos do seu interior, como será demonstrado na seção **8** deste capítulo. No ponto **2**, temos: $p_2 = p_{ar}$

Como os pontos **1** e **2** pertencem à água e estão situados no mesmo nível horizontal (mesma região isobárica), suportam pressões iguais. Assim: $p_2 = p_1 \Rightarrow p_{ar} = \mu_{água}\, g\, h + p_0$

Sendo $\mu_{água} = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$, $g = 10\ m/s^2$, $h = 5{,}0\ m$ e $p_0 = 1{,}0\ atm \cong 1{,}0 \cdot 10^5\ Pa$, calculemos $\mathbf{p_{ar}}$:

$p_{ar} = (1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5{,}0 + 1{,}0 \cdot 10^5)\ Pa$

Portanto: $p_{ar} = 1{,}5 \cdot 10^5\ Pa \cong 1{,}5\ atm$

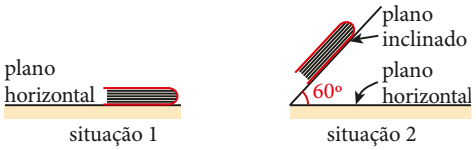
Resposta: $1{,}5 \cdot 10^5\ Pa \cong 1{,}5\ atm$

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

3. Dois blocos cúbicos **A** e **B**, extraídos de uma mesma rocha maciça e homogênea, têm arestas respectivamente iguais a **x** e 3x e estão apoiados sobre um solo plano e horizontal. Sendo $\mathbf{p_A}$ e $\mathbf{p_B}$ as pressões exercidas por **A** e **B** na superfície de apoio, determine a relação $\frac{p_A}{p_B}$.

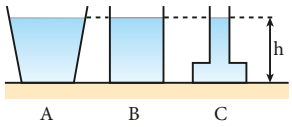
4. Um mesmo livro é mantido em repouso apoiado nos planos representados nos esquemas seguintes:



Luis Fernando R. Tucillo

Sendo p_1 a pressão exercida pelo livro sobre o plano de apoio na situação **1** e p_2 a pressão exercida pelo livro sobre o plano de apoio na situação **2**, determine o valor de $\frac{p_2}{p_1}$.

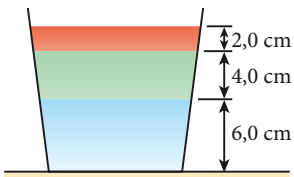
5. Os recipientes **A**, **B** e **C** da figura têm áreas das paredes do fundo iguais. Eles contêm o mesmo líquido homogêneo em equilíbrio, e em todos o nível livre do líquido atinge a altura **h**. Sejam p_A, p_B e p_C e F_A, F_B e F_C, respectivamente, as pressões e as intensidades das forças exercidas pelo líquido nas paredes do fundo dos recipientes **A**, **B** e **C**. Compare:



a) p_A, p_B e p_C;

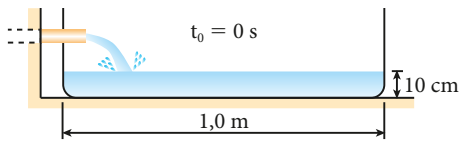
b) F_A, F_B e F_C.

6. (PUC-RJ) Em um vaso em forma de cone truncado, são colocados três líquidos imiscíveis. O mais leve ocupa um volume cuja altura vale 2,0 cm; o de densidade intermediária ocupa um volume de altura igual a 4,0 cm, e o mais pesado ocupa um volume de altura igual a 6,0 cm. Supondo que as densidades dos líquidos sejam 1,5 g/cm^3, 2,0 g/cm^3 e 4,0 g/cm^3, respectivamente, qual é a força extra exercida sobre o fundo do vaso devido à presença dos líquidos? A área da superfície inferior do vaso é 20 cm^2 e a área da superfície livre do líquido que está na primeira camada superior vale 40 cm^2. A aceleração gravitacional local é 10 m/s^2.



a) 3 500 Pa
b) 10,5 N
c) 14,0 N
d) 7,0 N
e) 4,8 N

7. No esquema a seguir está representada, no instante $t_0 = 0$ s, uma caixa-d'água, cuja base quadrada tem área igual a 1,0 m^2. A partir desse instante, a caixa passa a ser preenchida com a água proveniente de um tubo, que opera com vazão constante de $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ m^3/min.



Desprezando-se as perturbações causadas pela introdução da água na caixa, adotando-se g = 10 m/s^2 e considerando que a água tem densidade igual a 1,0 g/cm^3, pede-se:

a) trace o gráfico quantitativo da pressão exercida pela água na base do reservatório, desde o instante $t_0 = 0$ min até o instante t = 20 min (admita que não ocorram transbordamentos);

b) calcule, no instante t = 20 min, as intensidades das forças resultantes aplicadas pela água nas cinco paredes molhadas da caixa.

8. Considere o experimento descrito a seguir:

Figura **1**: Uma garrafa de vidro de altura igual a 40 cm é conectada a uma bomba de vácuo, que suga todo o ar do seu interior. Uma rolha de borracha obtura o gargalo, impedindo a entrada de ar.

Figura **2**: A garrafa é emborcada em um recipiente contendo água e a rolha é retirada.

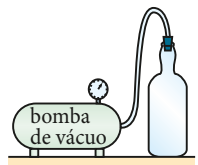


figura 1

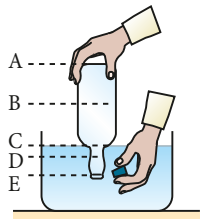


figura 2

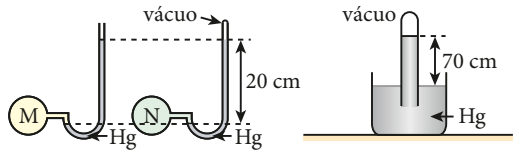
Ilustrações: CJT/Zapt

Qual é o nível da água na garrafa, depois de estabelecido o equilíbrio hidrostático?

a) A b) B c) C d) D e) E

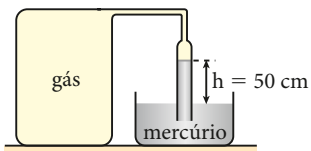
Dados: pressão atmosférica = 1,0 atm;
densidade absoluta da água = 1,0 g/cm^3;
intensidade da aceleração da gravidade = 10 m/s^2.

9. Os três aparelhos abaixo estão situados no interior da mesma sala:



Fundamentado nas indicações das figuras, determine as pressões exercidas pelos gases contidos em **M** e **N**.

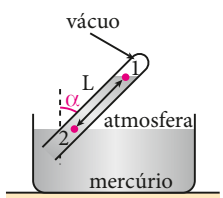
10. O sistema da figura encontra-se em equilíbrio sob a ação da gravidade, cuja intensidade vale 10 m/s^2:



Dados: pressão atmosférica $p_0 = 1{,}0$ atm;
massa específica do mercúrio $\mu = 13{,}6$ g/cm^3.

Considerando 1,0 atm = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2, calcule, em atm, a pressão do gás contido no reservatório.

11. Em uma região ao nível do mar, a pressão atmosférica vale $1{,}01 \cdot 10^5$ N/m^2 e g = 9,81 m/s^2. Repete-se o experimento de Torricelli, dispondo-se o tubo do barômetro conforme representa a figura.



A distância **L** entre os pontos **1** e **2** vale 151 cm e a massa específica do mercúrio é $\mu = 13{,}6$ g/cm^3. Estando o sistema em equilíbrio, calcule o valor aproximado do ângulo α que o tubo forma com a direção vertical.

8. O TEOREMA DE PASCAL

Blaise **Pascal** (1623-1662) nasceu em Clermont-Ferrand, França, e ainda criança manifestou grande habilidade em Matemática. Estudou Geometria, Probabilidade e Física, chegando a importantes descobertas. Aos 19 anos, depois de dois anos de trabalho intenso, terminou a construção de uma revolucionária calculadora mecânica que permitia a realização de operações aritméticas sem que o usuário precisasse saber os respectivos algoritmos. Buscando outros conhecimentos, embrenhou-se na Filosofia e na Teologia, tendo legado uma frase memorável, em que deixou clara sua insatisfação com as coisas meramente racionais: "**O coração tem razões que a própria razão desconhece**".

Philippe de Champaigne. Blaise Pascal, c. 17th/ The Bridgeman Art Library/Getty Images

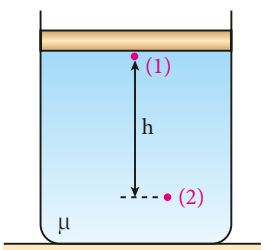
Blaise **Pascal**. Retrato feito por Philippe de Champaigne em óleo sobre tela. Coleção particular.

A Blaise Pascal devemos o teorema enunciado a seguir, que encontra várias aplicações práticas.

> Um incremento de pressão comunicado a um ponto qualquer de um líquido incompressível em equilíbrio **transmite-se integralmente** a todos os demais pontos do líquido, bem como às paredes do recipiente.

Demonstração:

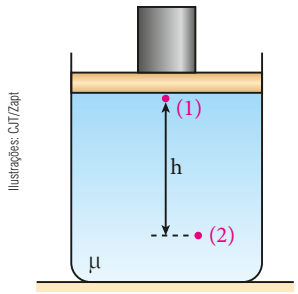
Consideremos o cilindro da figura a seguir, que contém um líquido homogêneo, incompressível e em equilíbrio sob a ação da gravidade. O líquido encontra-se aprisionado por um êmbolo livre, de peso **P**. Consideremos dois pontos no líquido: o ponto **1**, situado imediatamente sob o êmbolo, e o ponto **2**, situado a uma profundidade **h** em relação a **1**.



Aplicando o **Teorema de Stevin** aos pontos **1** e **2**, temos: $p_2 - p_1 = \mu g h$

Então: $p_2 = p_1 + \mu g h$ (I)

Se um corpo for depositado sobre o êmbolo, a pressão no ponto **1** será incrementada de Δp.



Ilustrações: CJT/Zapt

Tendo em vista esse incremento de pressão Δp, a nova pressão no ponto **1** (p'_1) erá dada por:

$$p'_1 = p_1 + \Delta p$$

Com base na expressão indicada por (**I**), podemos constatar que a variação de p_1 acarreta também uma variação em p_2, já que a parcela $\mu g h$ não se altera (h é constante, pois o líquido é incompressível). Calculemos, então, a nova pressão (p'_2) exercida no ponto **2**:

$$p'_2 = p'_1 + \mu g h$$

$$p'_2 = p_1 + \Delta p + \mu g h \Rightarrow p'_2 = p_1 + \mu g h + \Delta p$$

Lembrando que $p_2 = p_1 + \mu g h$, concluímos que:

$$p'_2 = p_2 + \Delta p$$

Esse último resultado permite-nos verificar que o incremento de pressão Δp, dado ao ponto **1**, se transmitiu, manifestando-se também no ponto **2**.

Nos sistemas de freios utilizados na maioria dos veículos automotores, por exemplo, ao se pisar no pedal do freio, exerce-se um acréscimo de pressão sobre um líquido especial existente logo depois da estrutura do pedal. Esse incremento de pressão trasmite-se a todos os pontos do fluido, sendo notado nos mecanismos de frenagem instalados juntos às rodas, fazendo-os entrar em operação.

Vejamos a seguir outras situações em que o **Teorema de Pascal** é determinante no funcionamento de alguns dispositivos.

Thinkstock/Getty Images

Elevador hidráulico de automóveis (prensa hidráulica).

Ron Brown/AGE FOTOSTOCK/Grupo Keystone

Mecanismo hidráulico de abaixamento e recolhimento de trem de pouso de aviões.

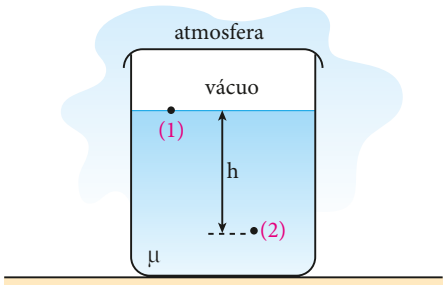
Thinkstock/Getty Images

Multiplicadores hidráulicos de forças em retroescavadeiras.

Consequência do Teorema de Pascal

Todos os pontos de um líquido em equilíbrio exposto à atmosfera ficam submetidos à pressão atmosférica.

No esquema a seguir temos um líquido em equilíbrio dentro de um recipiente fechado por uma tampa.



CJT/Zapt

Admitamos, por hipótese, que entre a base da tampa e a superfície livre do líquido foi feito vácuo. Sejam os pontos **1** e **2** pertencentes ao líquido, tal que **1** se encontre na superfície livre e **2**, a uma profundidade **h**.

Nas condições descritas, a pressão no ponto **1** é nula, pois a esse ponto sobrepõe-se o vácuo.

Assim: $p_1 = 0$

No ponto **2**, a pressão deve-se exclusivamente à camada líquida de altura **h**.

Então: $p_2 = \mu g h$

Se destamparmos o recipiente, a pressão no ponto **1** ficará incrementada de $\Delta p = p_0$, em que $\mathbf{p_0}$ é a pressão atmosférica do local.

A nova pressão p'_1 no ponto **1** será dada por:

$$p'_1 = \Delta p \Rightarrow p'_1 = p_0$$

Conforme o **Teorema de Pascal**, entretanto, esse incremento de pressão deverá transmitir-se integralmente também ao ponto **2**.

A nova pressão p'_2 no ponto **2** será dada por:

$$p'_2 = \mu g h + \Delta p \Rightarrow p'_2 = \mu g h + p_0$$

Vimos que uma camada (ou coluna) de água de espessura (ou altura) 10 m exerce em sua base uma pressão equivalente a $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa ou 1,0 atm. Assim, a uma profundidade de 30 m, por exemplo, um mergulhador submerso em um lago detectará uma pressão total de 4,0 atm, sendo 3,0 atm exercidas pela água e 1,0 atm exercida pelo ar externo.

O mergulhador submerso está livre da pressão atmosférica?

Nesse tranquilo mergulho oceânico, a pressão total sentida pela mergulhadora é obtida por meio da soma da pressão hidrostática que a água exerce sobre ele com a pressão atmosférica, que se manifesta em todos os pontos do líquido.

Thinkstock/Getty Images

Mulher realizando mergulho sobre recife em Rangiora, Polinésia Francesa, 2015.

Você seria capaz de determinar a profundidade de um mergulhador que, submerso nas águas de um lago, detectasse uma pressão total de 3,8 atm?

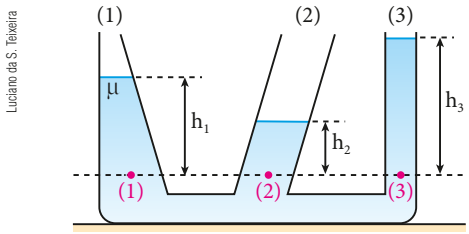
Se você disse 28 m, acertou, pois das 3,8 atm mencionadas, 2,8 atm são devidas à água, o que corresponde a uma profundidade de 28 m.

9. VASOS COMUNICANTES

Um líquido em equilíbrio

Considere os recipientes da figura a seguir, que se comunicam pelas bases. Admita que um mesmo líquido homogêneo preencha os três ramos existentes no sistema, suposto em equilíbrio.

Observe que os ramos têm diâmetros suficientemente grandes, de modo que os efeitos ligados à capilaridade possam ser considerados desprezíveis.



Em relação à linha de nível indicada, sejam $\mathbf{h_1}$, $\mathbf{h_2}$ e $\mathbf{h_3}$, respectivamente, as alturas das colunas líquidas nos ramos (**1**), (**2**) e (**3**).

As pressões absolutas nos pontos **1**, **2** e **3** são calculadas por:

$$p_1 = \mu g h_1 + p_0 \Rightarrow h_1 = \frac{p_1 - p_0}{\mu g}$$

$$p_2 = \mu g h_2 + p_0 \Rightarrow h_2 = \frac{p_2 - p_0}{\mu g}$$

$$p_3 = \mu g h_3 + p_0 \Rightarrow h_3 = \frac{p_3 - p_0}{\mu g}$$

Nos três casos, $\mathbf{p_0}$ (pressão atmosférica), μ (massa específica do líquido) e **g** (aceleração da gravidade) são constantes, e, como os pontos **1**, **2** e **3** estão no mesmo nível, deve-se ter (pelo **Teorema de Stevin**) a igualdade $p_1 = p_2 = p_3$. Assim, podemos constatar que:

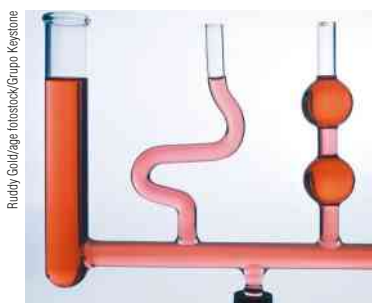
$$h_1 = h_2 = h_3$$

Concluímos, então, que a figura proposta é absurda. Disso, podemos dizer que:

> Em um sistema de vasos comunicantes abertos nas extremidades superiores, situados em um mesmo ambiente e preenchidos por um mesmo líquido em equilíbrio, tem-se, em todos os vasos, a **mesma altura** para o nível livre do líquido.

Vamos ver alguns exemplos de vasos comunicantes.

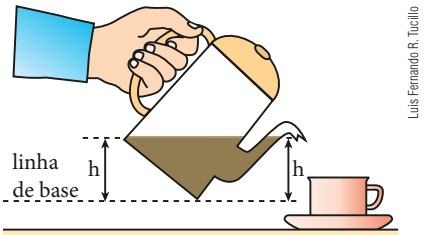
Exemplo 1: Na fotografia a seguir, o sistema de vasos comunicantes está preenchido com um mesmo líquido.



Fotografia mostrando um sistema de vasos comunicantes.

Observe que, independentemente da forma dos tubos, a altura atingida pelo líquido em cada um deles, medida a partir de um determinado nível, é sempre a mesma.

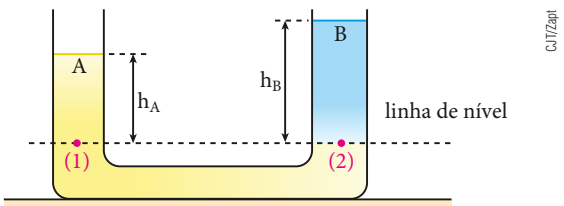
Exemplo 2: Um bule é um sistema de vasos comunicantes em que o bico do recipiente se comunica com o corpo principal.



Ao tombarmos um bule para servir um café, por exemplo, a superfície livre da bebida fica à mesma altura **h** em relação à linha de base do sistema, tanto no bico como no corpo principal, apresentando-se praticamente plana e horizontal, conforme mostra a figura.

Dois líquidos imiscíveis em equilíbrio

Considere o tubo em **U** da figura a seguir, com os ramos abertos em um mesmo ambiente, contendo dois líquidos imiscíveis, **A** (massa específica μ_A) e **B** (massa específica μ_B), em equilíbrio.



Passando uma linha de nível pela superfície de separação dos líquidos, temos:

h_A = altura da superfície livre de **A**;

h_B = altura da superfície livre de **B**.

Os pontos **1** e **2** pertencentes ao líquido **A**, por estarem no mesmo nível, devem suportar pressões totais iguais. Assim, temos:

ponto **1**: $p_1 = \mu_A g h_A + p_0$

ponto **2**: $p_2 = \mu_B g h_B + p_0$

Sabemos que: $p_1 = p_2$

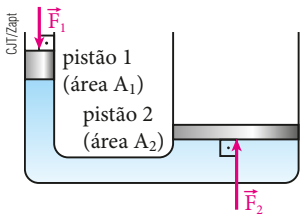
Logo: $\mu_A g h_A + p_0 = \mu_B g h_B + p_0$

Portanto: $\frac{h_B}{h_A} = \frac{\mu_A}{\mu_B}$

Na situação de equilíbrio, as alturas das superfícies livres são inversamente proporcionais às respectivas massas específicas.

10. PRENSA HIDRÁULICA

É um dispositivo largamente utilizado, cuja finalidade principal é a multiplicação de forças. Em sua versão mais elementar, a prensa hidráulica é um tubo em **U**, cujos ramos têm áreas da seção transversal diferentes. Normalmente, esse tubo é preenchido com um líquido viscoso (em geral, óleo) aprisionado por dois pistões, conforme indica a figura abaixo.



Ao exercermos uma força $\vec{F}_1$ no pistão **1**, provocamos um incremento de pressão Δp nos pontos do líquido vizinhos da base desse pistão.

Esse acréscimo de pressão é transmitido integralmente aos demais pontos do líquido, o que é justificado pelo **Teorema de Pascal**. Isso significa que os pontos vizinhos da base do pistão **2** também recebem o acréscimo de pressão Δp e, por isso, exercem uma força $\vec{F}_2$ na base desse pistão.

Temos, então:

$$\text{pistão 1: } \Delta p = \frac{F_1}{A_1} \quad \text{e pistão 2: } \Delta p = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\text{Logo: } \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

Supondo que os pistões **1** e **2** sejam circulares, com raios respectivamente iguais a R_1 e R_2, temos:

$$A_2 = \pi (R_2)^2 \quad \text{e} \quad A_1 = \pi (R_1)^2$$

$$\text{Logo: } \frac{F_2}{F_1} = \frac{\pi (R_2)^2}{\pi (R_1)^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

As forças aplicadas nos pistões da prensa hidráulica têm intensidades diretamente proporcionais aos quadrados dos respectivos raios desses pistões. Se, por exemplo, $R_2 = 10\ R_1$, teremos $F_2 = 100\ F_1$.

NOTAS

- Embora a prensa hidráulica multiplique forças, não multiplica trabalho (**Princípio da Conservação de Energia**). Desprezando dissipações, os trabalhos realizados sobre os dois êmbolos têm valores absolutos iguais.
- O número $\frac{A_2}{A_1}$ ou $\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$ define a **vantagem mecânica** da prensa hidráulica, que é o fator de multiplicação de força oferecido pela máquina.

11. O TEOREMA DE ARQUIMEDES

Qual é a força vertical e dirigida para cima que equilibra o peso de um navio permitindo que ele flutue? Que força arrebatadora vertical e dirigida para cima colabora para que uma bola de plástico, mergulhada totalmente na água de uma piscina, quando largada, aflore rapidamente à superfície? Reflita ainda sobre a força vertical e dirigida para cima responsável pela manutenção de um balão suspenso no ar...

Qual é a origem dessas forças? Teriam elas algo em comum? Sim, elas advêm do fluido que envolve total ou parcialmente os corpos citados. Essa força vertical e dirigida para cima que os corpos recebem quando imersos na água, no ar ou em outros líquidos ou gases tem fundamental importância na compreensão de fenômenos hidrostáticos. Seu nome é **empuxo**, tendo sido descrita por Arquimedes de Siracusa no século III a.C.

Arquimedes (287 a.C.-212 a.C.) nasceu em Siracusa, na ilha da Sicília, cidade que na época pertencia à Magna Grécia. Em viagem de estudos a Alexandria (Egito), conheceu Euclides e seus discípulos, tornando-se entusiasta de sua obra. Determinou a área da superfície esférica, obteve com precisão o centro de gravidade de várias figuras planas, construiu engenhos bélicos de notável eficiência e também um parafuso capaz de elevar a água de poços e estudou o mecanismo das alavancas. O que realmente o celebrizou, no entanto, foi a formulação da **lei do empuxo**. Morreu em plena atividade, na Primeira Guerra Púnica, durante o massacre realizado pelos romanos por ocasião da tomada de Siracusa.

SuperStock/Grupo Keystone

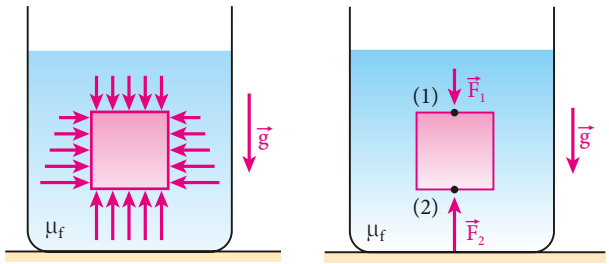
Arquimedes. Gravura do séc. XVII. Biblioteca Nacional de Paris.

Leia o enunciado do **Teorema de Arquimedes**:

> Quando um corpo é imerso total ou parcialmente em um fluido em equilíbrio sob a ação da gravidade, ele recebe do fluido uma força denominada **empuxo** (ou impulsão de Arquimedes). Tal força tem sempre direção vertical, sentido de baixo para cima e intensidade igual à do peso do fluido deslocado pelo corpo.

Demonstração:

Vamos admitir um líquido homogêneo de massa específica μ_f, contido no recipiente da figura. O sistema acha-se em equilíbrio sob a ação da gravidade ($\vec{g}$). Seja também um cilindro, de altura **h** e bases de área **A**, totalmente imerso no líquido.



Por estar envolvido pelo líquido, o cilindro recebe forças deste, indicadas pelo esquema. As forças horizontais (laterais) equilibram-se devido à simetria. Na vertical, entretanto, temos duas forças a considerar: uma, $\vec{F}_1$, aplicada no ponto **1**, resultante na base superior do cilindro, e outra, $\vec{F}_2$, aplicada no ponto **2**, resultante na base inferior desse cilindro.

Devido à maior profundidade do ponto **2**, devemos ter $|\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$, o que significa que as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ admitem uma resultante vertical e dirigida para cima. Essa resultante que o líquido exerce no cilindro, suposto em repouso, denomina-se **empuxo** ($\vec{E}$).

Temos, então, que: $\vec{F}_2 + \vec{F}_1 = \vec{E}$

Em módulo, temos: $F_2 - F_1 = E$ (I)

A intensidade de $\vec{E}$ pode ser obtida aplicando-se aos pontos **1** e **2** o **Teorema de Stevin**:

$$p_2 - p_1 = \mu_f g h$$

Sendo $p_2 = \frac{F_2}{A}$ e $p_1 = \frac{F_1}{A}$, temos:

$$\frac{F_2}{A} - \frac{F_1}{A} = \mu_f g h \Rightarrow F_2 - F_1 = \mu_f g h A$$

O produto h A traduz, no entanto, o volume do cilindro imerso no líquido (**V**). Assim:

$$F_2 - F_1 = \mu_f V g \quad \text{(II)}$$

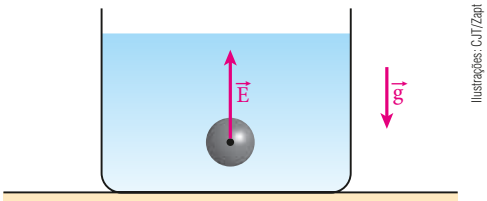
Comparando (**I**) e (**II**), segue que: $E = \mu_f V g$

Seja V_{fd} o volume de fluido deslocado em razão da imersão do cilindro. É fundamental notar que esse volume é exatamente igual ao volume do cilindro imerso no fluido: $V_{fd} = V$

Diante disso, podemos escrever: $E = \mu_f V_{fd} g$

Entretanto, $\mu_f V_{fd} = m_{fd}$ (massa do fluido deslocado). Assim, obtemos, finalmente:

$$E = \mu_f V_{fd} g \Rightarrow E = m_{fd} g \Rightarrow E = P_{fd}$$



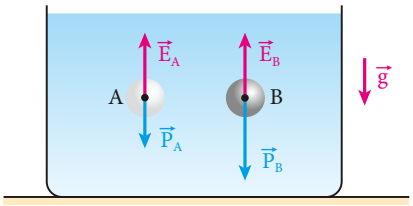
Ilustrações: CJT/Zapt

Na situação representada na figura acima, temos uma esfera em repouso totalmente imersa na água. A resultante das ações da água sobre a esfera é o empuxo $\vec{E}$, força vertical e dirigida para cima. A intensidade de $\vec{E}$ é igual à do peso do fluido deslocado pela esfera.

Tenha em mente os seguintes pontos:

- O empuxo só pode ser considerado a resultante das ações do fluido sobre o corpo se este estiver em repouso;
- A linha de ação do empuxo passa sempre pelo centro de gravidade da porção fluida que ocupava o local em que está o corpo;
- O empuxo **não** tem nenhuma relação geral com o peso do corpo imerso, cuja intensidade pode ser maior que a do empuxo, menor que ela ou igual à do empuxo;
- Para μ_f e **g** constantes, **E** é diretamente proporcional a **V**: se uma bola for inflada debaixo da água, por exemplo, a intensidade do empuxo exercido sobre ela aumentará. Quanto maior for o volume da bola, maior será o volume de água deslocado e maior será a intensidade do empuxo;
- Para **V** e **g** constantes, **E** é diretamente proporcional a μ_f: um corpo totalmente imerso na água do mar receberá um empuxo mais intenso que o recebido quando totalmente imerso na água límpida de um lago. Isso ocorre porque a água salgada do mar tem densidade absoluta maior que a da água "doce" do lago.

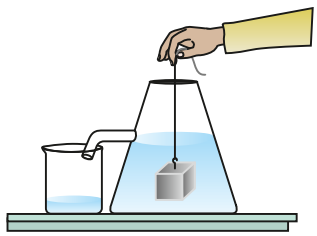
Exemplo 1: Na figura, temos uma bola de pingue-pongue (**A**) e uma esfera maciça de aço (**B**), de mesmo volume externo. Esses dois corpos estão totalmente imersos na água.



É claro que a esfera **B** é mais pesada que a bola **A**, porém, por terem o mesmo volume externo, **A** e **B** deslocam volumes iguais de água e, por isso, recebem **empuxos de mesma intensidade**:

$$|\vec{P}_A| < |\vec{P}_B|, \text{ mas } |\vec{E}_A| = |\vec{E}_B|$$

Exemplo 2: Considere a figura a seguir.



No experimento ilustrado acima, quando o bloco (sem porosidades) é introduzido na jarra preenchida com água até o nível do seu bico, certo volume do líquido extravasa, sendo recolhido no recipiente lateral. O volume de água extravasado é igual ao volume do bloco, e a intensidade do empuxo recebido por ele é igual à do peso do líquido deslocado (**Teorema de Arquimedes**).

Exemplo 3: Na fotografia abaixo, um balão inflado com um gás menos denso que o ar mantém suspensa, em repouso, uma pedra presa por um barbante.

Nesse caso, o sistema apresenta-se em equilíbrio e a intensidade do seu peso total é igual à intensidade do empuxo exercido pelo ar.

É interessante observar que, como a densidade do ar é bem menor que a da água ($\mu_{ar} \cong 1{,}3\ kg/m^3$ e $\mu_{água} \cong 1\,000\ kg/m^3$), para se obter no ar empuxos equivalentes aos obtidos na água é necessário utilizar, no meio gasoso, corpos de grandes volumes. É por isso que os balões atmosféricos são tão grandes.

Sérgio Dotta Jr./The Next

Balão inflado mantendo uma pedra suspensa, em repouso.

Uma verificação da lei do empuxo

Consideremos a situação representada na figura **1**, em que se tem uma balança de travessão de braços iguais em equilíbrio. Nessas condições, o peso pendente na extremidade esquerda do travessão tem intensidade igual à do peso pendente na extremidade direita.

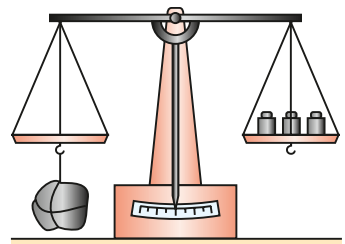


figura 1

Admitamos, agora, a situação representada na figura **2**. Introduzindo o corpo de ferro não poroso (dependurado no prato esquerdo) em um recipiente contendo água, verificamos certo desequilíbrio da balança. Isso ocorre porque, ao ser imerso na água, o corpo de ferro recebe desta uma força vertical e dirigida para cima – o **empuxo** –, que provoca uma redução na intensidade da força que solicita a extremidade esquerda do travessão.

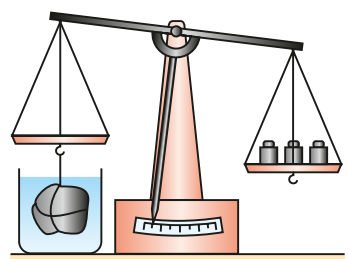
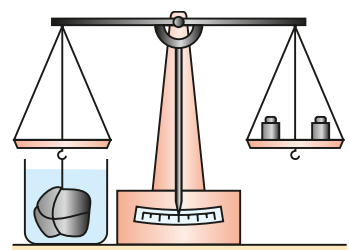


figura 2

Na situação mostrada na figura **3**, o travessão encontra-se novamente em equilíbrio, tendo retornado à sua posição inicial. Para isso, foi necessário reduzir a intensidade do peso pendente à direita, retirando-se um dos massores do prato.



Ilustrações: C.J.T./Zapt

figura 3

Supondo que a retirada de um massor do prato à direita tenha sido suficiente para recolocar o travessão na horizontal, podemos afirmar que a intensidade do peso desse objeto é igual à do empuxo recebido pelo corpo de ferro imerso na água.

FAÇA VOCÊ MESMO

Verificando o Princípio de Arquimedes

A flutuação de um corpo na superfície de um líquido ocorre quando esse corpo é menos denso que o líquido. Nesse caso, seu peso é equilibrado pela força **empuxo**, descrita pelo **Princípio de Arquimedes.**

Propomos a seguir um experimento envolvendo a flutuação de uma pequena caixa de papelão dotada de uma carga de grãos de feijão.

Material necessário

- 1 vasilha de vidro com capacidade em torno de 500 mL cheia de água da torneira (pode ser a base de uma garrafa plástica do tipo *pet* de 1,5 L ou 2 L);
- 1 pequena caixa de papelão fino e pouco absorvente, capaz de flutuar na água do recipiente. É importante que a base da caixa não tenha aberturas ou frestas;
- 1 punhado de grãos de feijão para serem colocados dentro da caixa;
- cerca de 50 g de sal de cozinha, o que equivale aproximadamente a meia xícara de chá;
- 1 colher;
- 1 caneta hidrográfica.

Procedimento

I. Mantenha o recipiente com água em repouso e a superfície do líquido sem ondulações; coloque a caixa de papelão para flutuar no líquido e adicione no interior dela um punhado de grãos de feijão de modo a tornar o conjunto um pouco mais pesado que a caixa vazia. Estabelecido o equilíbrio, retire cuidadosamente a caixa da água e verifique a região molhada em sua lateral. Risque com a caneta hidrográfica a linha demarcatória do nível atingido pelo líquido na lateral da caixa.

II. Com a caixa fora do recipiente, adicione o sal de cozinha à água e dilua-o, mexendo vigorosamente com a colher. Você obterá uma solução saturada esbranquiçada, que deverá permanecer também em repouso até que a superfície líquida volte a ficar sem perturbações. Retorne em seguida a caixa de papelão com a mesma carga de feijão para dentro da vasilha. Você notará, então, que a caixa se apresentará menos imersa que no caso anterior, isto é, a linha de flutuação que você riscou se elevará em relação à superfície líquida.

Fotos: Eduardo Santaliestra

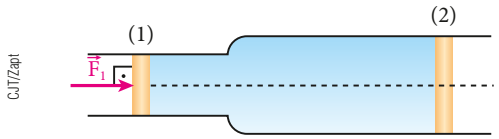
Você poderá ainda afundar um pouco mais a caixa, restabelecendo a linha de flutuação demarcada na situação inicial. Para isso, bastará acrescentar mais alguns grãos de feijão dentro dela, tornando o conjunto um pouco mais pesado.

Analisando o experimento

1. Em sua opinião, o que provocou essa subida da caixa em relação à superfície da água salgada? Que grandezas físicas foram alteradas do primeiro para o segundo momento do experimento? Elabore hipóteses capazes de explicar a menor imersão da caixa quando posta a flutuar na solução de água e sal.
2. Com base nas leis da Hidrostática, elabore uma explicação consistente para o que foi observado e compare suas conjecturas com aquelas apresentadas por seus colegas.
3. Quando um barco que estava navegando em um rio (água doce) entra no mar (água salgada), ocorre alguma alteração na linha de flutuação, isto é, o nível atingido pela superfície da água na lateral do casco do barco se modifica?
4. Quando um barco que estava navegando em um rio (água doce) entra no mar (água salgada), ele pode receber uma carga adicional de modo a flutuar com o mesmo percentual do volume do casco imerso comparativamente com a flutuação fluvial? Discuta sobre essas questões com os colegas e o professor.

QUESTÕES COMENTADAS

12 Na figura seguinte, está representado um recipiente constituído pela junção de dois tubos cilíndricos coaxiais e de eixos horizontais. O recipiente contém um líquido incompressível aprisionado pelos êmbolos **1** e **2**, de áreas respectivamente iguais a 0,50 m² e 2,0 m².



Empurrando-se o êmbolo **1** para a direita com a força $\vec{F}_1$ de intensidade 100 kgf, obtém-se, nesse êmbolo, um deslocamento de 80 cm. Desprezando os atritos, determine:

a) a intensidade da força horizontal $\vec{F}_2$ com que o líquido empurra o êmbolo **2**;

b) o deslocamento do êmbolo **2**.

RESOLUÇÃO

a) Seja **Δp** o acréscimo de pressão que os pontos do líquido, vizinhos do êmbolo **1**, recebem devido à aplicação de $\vec{F}_1$.

Temos: $\Delta p = \dfrac{F_1}{A_1}$ (I)

Conforme o **Teorema de Pascal**, esse acréscimo de pressão transmite-se a todos os demais pontos do líquido, manifestando-se no êmbolo **2** por uma força $\vec{F}_2$, perpendicular ao êmbolo:

$\Delta p = \dfrac{F_2}{A_2}$ (II)

Comparando (**I**) e (**II**), temos:

$\dfrac{F_2}{A_2} = \dfrac{F_1}{A_1} \Rightarrow F_2 = \dfrac{A_2}{A_1} F_1$

Sendo $A_2 = 2{,}0\ m^2$, $A_1 = 0{,}50\ m^2$ e $F_1 = 100$ kgf, calculamos $\mathbf{F_2}$:

$F_2 = \dfrac{2{,}0}{0{,}50} \cdot 100\ (kgf) \Rightarrow \boxed{F_2 = 400\ kgf}$

b) Ao se deslocar, o êmbolo **1** expulsa do tubo de menor diâmetro um volume de líquido **ΔV**, dado por:

$\Delta V = A_1 L_1$ (III)

Como o líquido é incompressível, esse volume **ΔV** é integralmente transferido para o tubo de maior diâmetro, provocando no êmbolo **2** um deslocamento $\mathbf{L_2}$.

Temos, então, que:

$\Delta V = A_2 L_2$ (IV)

De (**III**) e (**IV**), temos: $A_2 L_2 = A_1 L_1 \Rightarrow L_2 = \dfrac{A_1}{A_2} L_1$

Lembrando que $\mathbf{L_1} = 80$ cm, obtemos:

$L_2 = \dfrac{0{,}50}{2{,}0} \cdot 80\ (cm) \Rightarrow \boxed{L_2 = 20\ cm}$

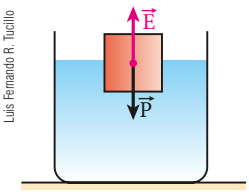
Respostas: a) 400 kg f; b) 20 cm

13 Um bloco de madeira flutua inicialmente na água com metade do seu volume imerso. Colocado a flutuar no óleo, o bloco apresenta $\frac{1}{4}$ do seu volume emerso.

Determine a relação entre as massas específicas da água (μ_a) e do óleo (μ_o).

RESOLUÇÃO

Analisemos, inicialmente, o equilíbrio do bloco parcialmente imerso em um fluido de massa específica μ_f:



Para que se verifique o equilíbrio, o empuxo recebido pelo volume imerso do bloco $(\vec{E})$ deve equilibrar a força da gravidade $(\vec{P})$:

$\vec{E} + \vec{P} = \vec{0}$

Ou, em módulo, temos: $E = P$

Lembrando que $E = \mu_f V_i g$, verificamos o seguinte:

$\mu_f V_i g = P$

Para a flutuação na água, temos:

$\mu_a \dfrac{1}{2} V g = P$ (I)

Para a flutuação no óleo, temos:

$\mu_o \dfrac{3}{4} V g = P$ (II)

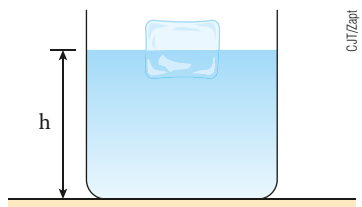
Comparando (**I**) e (**II**), obtemos:

$\mu_a \dfrac{1}{2} V g = \mu_o \dfrac{3}{4} V g \Rightarrow \mu_a = \dfrac{3}{2} \mu_o$

Portanto: $\boxed{\dfrac{\mu_a}{\mu_o} = \dfrac{3}{2}}$

Resposta: $\frac{3}{2}$

14 Um bloco de gelo flutua na água, conforme representa a figura a seguir.



O gelo e a água encontram-se em equilíbrio térmico, num local em que a pressão atmosférica é normal. Demonstre que, se o gelo se fundir, o nível da água no recipiente na situação final não se alterará. Admita que na situação final a temperatura do sistema ainda seja de 0 °C.

RESOLUÇÃO

Para que o gelo permaneça em equilíbrio, flutuando na água, seu peso deve ter módulo igual ao do empuxo recebido pela fração imersa de seu volume.

Assim: $m_G g = \mu_A V_i g \Rightarrow m_G = \mu_A V_i$ (I)

Para que a água proveniente da fusão do gelo permaneça em equilíbrio, seu peso deve ter módulo igual ao do empuxo recebido.

Assim: $m_A g = \mu_A V_A g \Rightarrow m_A = \mu_A V_A$ (II)

Considerando, entretanto, a conservação da massa do gelo que se funde, podemos escrever: $m_A = m_G$

Portanto, de (**I**) e (**II**), obtemos:

$$\mu_A V_A = \mu_A V_i \Rightarrow V_A = V_i$$

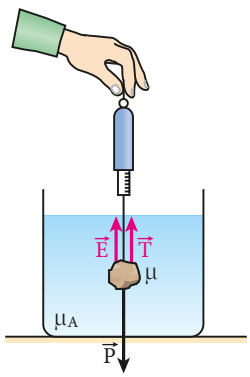
Concluímos, então, que o volume de água proveniente da fusão do gelo (V_A) é igual ao volume da fração do gelo imersa inicialmente na água (V_i). Assim, se o volume de água deslocado pelo gelo e pela água oriunda de sua fusão é o mesmo, podemos afirmar que o nível da água no recipiente não se alterará.

Resposta: Ver resolução.

15 Um estudante, utilizando uma balança de mola tipo dinamômetro, faz no ar e na água a pesagem de um corpo maciço, constituído de um metal de massa específica μ.
Sendo **P** a medida obtida no ar e μ_A a massa específica da água, determine a medida obtida na água.

RESOLUÇÃO

O peso aparente P_{ap} registrado pela balança corresponde à intensidade da força de tração exercida em suas extremidades. Com o corpo totalmente imerso na água, temos o esquema de forças da figura.



$\vec{T}$ é a força de tração (peso aparente registrado pela balança);
$\vec{E}$ é o empuxo;
$\vec{P}$ é o peso.

Na situação de equilíbrio: $\vec{T} + \vec{E} + \vec{P} = \vec{0}$
Em módulo, temos:

$T + E = P$

Logo: $T = P - E \Rightarrow P_{ap} = P - \mu_A V g$ (I)

Sendo $\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\mu}$ (II)

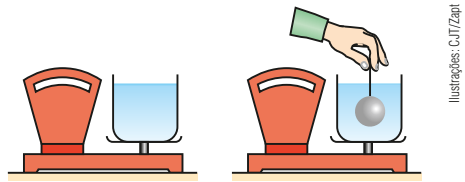
Substituindo (**II**) em (**I**), obtemos:

$$P_{ap} = P - \mu_A \frac{m}{\mu} g \Rightarrow P_{ap} = P - \frac{\mu_A}{\mu} P$$

Portanto: $P_{ap} = P\left(1 - \frac{\mu_A}{\mu}\right)$

Resposta: $P\left(1 - \frac{\mu_A}{\mu}\right)$

16 Na situação **1** da figura a seguir, tem-se um recipiente com água em equilíbrio sobre o prato de uma balança que, nessas condições, indica 80 N. Na situação **2**, uma esfera de chumbo de $2{,}0 \cdot 10^2$ cm³ de volume é totalmente imersa na água, permanecendo suspensa por um fio de espessura desprezível sem contactar as paredes do recipiente.

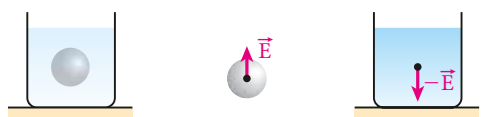

situação 1 situação 2

Ilustrações: CJT/Zapt

Sabendo que a densidade da água vale 1,0 g/cm³ e que $g = 10$ m/s², determine a indicação da balança no caso da situação **2**.

RESOLUÇÃO

Pelo fato de estar imersa na água, a esfera recebe o empuxo $\vec{E}$, força vertical e dirigida para cima, que corresponde à ação da água. Conforme a **Terceira Lei de Newton**, entretanto, ao empuxo $\vec{E}$ deve corresponder uma reação $-\vec{E}$, e isso se verifica. A esfera reage na água com uma força de mesma intensidade que o empuxo, vertical e dirigida para baixo, que provoca aumento na indicação da balança.
A esfera está em equilíbrio, totalmente imersa na água. Nessas condições, ela interage com a água, havendo troca de forças de ação e reação.
A água age na esfera, aplicando-lhe a força $\vec{E}$ (empuxo).
A esfera reage na água, aplicando-lhe a força $-\vec{E}$.



Sendo **I'** e **I**, respectivamente, as indicações final e inicial da balança, temos: $I' = I + E$
em que a intensidade **E** da força que a esfera troca com a água é calculada por: $E = \mu_a V g$
Como $\mu_a = 1{,}0$ g/cm³ $= 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³,
$V = 2{,}0 \cdot 10^2$ cm³ $= 2{,}0 \cdot 10^{-4}$ m³ e $g = 10$ m/s², obtemos:
$I' = I + \mu_a V g$
$I' = 80 + 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 10$ (N)

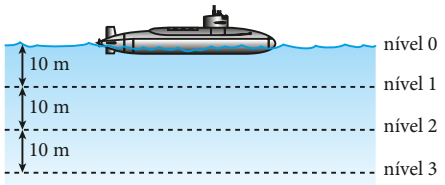
Assim: $I' = 82$ N

Resposta: 82 N

QUESTÕES PROPOSTAS

FAÇA NO CADERNO.

17. Um submarino, inicialmente em repouso em um local do nível **0** (superfície da água), indicado na figura, inunda seus compartimentos de lastro e afunda verticalmente, passando pelos níveis **1**, **2** e **3**. No local, a pressão atmosférica é normal (1,0 atm) e $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.

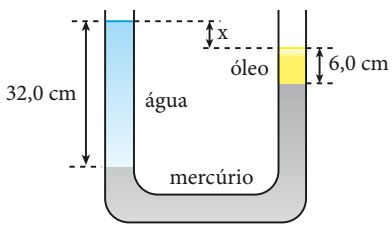


Sabendo que a densidade absoluta da água, suposta homogênea, é de $1,0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ e considerando 1,0 atm $= 1,0 \cdot 10^5$ Pa, faça o que se pede:

a) calcule o acréscimo de pressão registrado pelos aparelhos do submarino quando ele desce de um dos níveis referidos para o imediatamente inferior;

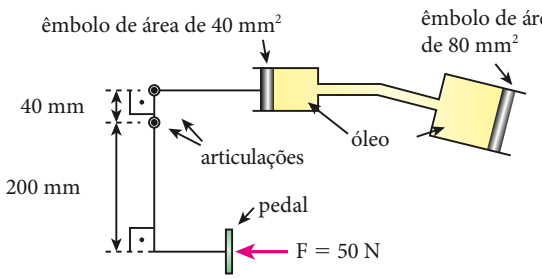
b) trace em seu caderno o gráfico da pressão total (em atm) em função da profundidade quando o submarino desce do nível **0** ao nível **3**.

18. Na situação esquematizada fora de escala na figura, um tubo em **U**, longo e aberto nas extremidades, contém mercúrio, cuja densidade é $13,6\ g/cm^3$.



Em um dos ramos desse tubo, coloca-se água, de densidade $1,0\ g/cm^3$, até ocupar uma altura de 32,0 cm. No outro ramo, coloca-se óleo, de densidade $0,80\ g/cm^3$, que ocupa uma altura de 6,0 cm. Qual é o desnível **x** entre as superfícies livres da água e do óleo nos dois ramos do tubo?

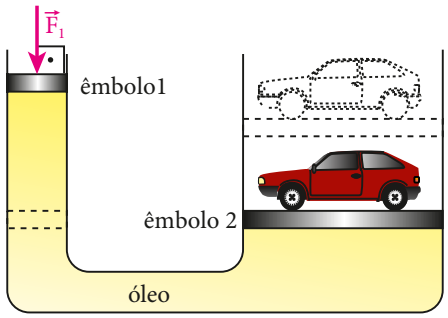
19. (Mack-SP) O diagrama abaixo mostra o princípio do sistema hidráulico do freio de um automóvel.



Quando uma força de 50 N é exercida no pedal, a força aplicada pelo êmbolo de área igual a $80\ mm^2$ é de:

a) 100 N b) 250 N c) 350 N d) 400 N e) 500 N

20. Por meio do dispositivo da figura, pretende-se elevar um carro de massa $1,0 \cdot 10^3$ kg a uma altura de 3,0 m em relação à sua posição inicial. Para isso, aplica-se sobre o êmbolo **1** a força $\vec{F}_1$ indicada e o carro sobe muito lentamente, em movimento uniforme.

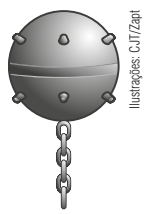


As áreas dos êmbolos **1** e **2** valem, respectivamente, $1,0\ m^2$ e $10\ m^2$. No local, $g = 10\ m/s^2$. Desprezando a ação da gravidade sobre os êmbolos e sobre o óleo e também os atritos e a compressibilidade do óleo, determine:

a) a intensidade de $\vec{F}_1$;

b) o trabalho da força que o dispositivo aplica no carro, bem como o trabalho de $\vec{F}_1$.

21. Como defesa contra submarinos e navios de grande calado, minas explosivas eram instaladas em diferentes profundidades, ancoradas ao fundo do mar e presas por fortes correntes verticais. Considere um desses dispositivos em equilíbrio silencioso a 8,0 m de profundidade à espera de algum esbarrão. Suponha que a massa da mina seja de 200 kg e seu volume corresponda a $1,0\ m^3$. Considere desprezíveis a massa e o volume da corrente de fixação.

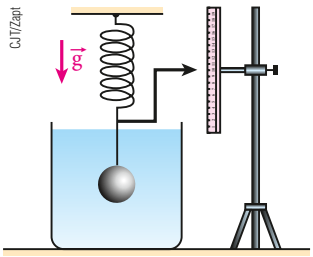

Ilustrações: CJT/Zapt

a) Sendo de $1,0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ a densidade da água e de $10\ m/s^2$ a intensidade da aceleração da gravidade local, determine a intensidade do empuxo recebido pela mina, bem como a intensidade da força de tração na corrente que prende a mina ao fundo do mar.

b) Suponha que os pinos detonadores da mina somente ativem o explosivo a pressões a partir de $5,0 \cdot 10^5$ Pa. Considerando que a pressão atmosférica ao nível do mar tenha valor igual a $1,0 \cdot 10^5$ Pa, determine a pressão mínima que deve ser exercida pelo casco de uma embarcação para que a mina seja detonada.

22. Um bloco de gelo (densidade de $0,90\ g/cm^3$) flutua na água (densidade de $1,0\ g/cm^3$). Que porcentagem do volume total do bloco permanece imersa?

23. Quando a esfera de aço representada na figura a seguir é imersa inteiramente na água, observa-se que o ponteiro, rigidamente fixado à mola de constante elástica $K = 1{,}0 \cdot 10^2$ N/m, sofre um deslocamento vertical de 1,0 cm.



Adote $|\vec{g}| = 10$ m/s^2 e admita que a densidade absoluta da água vale 1,0 g/cm^3 para responder às questões.

a) o deslocamento sofrido pelo ponteiro é para cima ou para baixo?

b) qual é o volume da esfera?

24. Um objeto maciço, de massa específica igual a 8,0 g/cm^3, está totalmente mergulhado em certo líquido e apresenta, nessas condições, um peso aparente igual a $\frac{3}{4}$ do seu peso no ar. Desprezando o empuxo do ar, calcule a massa específica do líquido em g/cm^3.

25. Um barco de madeira de massa 500 kg é transportado de um rio para o mar. Supondo que a densidade da água do rio valha 1,00 g/cm^3 e que a da água do mar valha 1,03 g/ cm^3, calcule a massa adicional que deve ser colocada sobre o barco para que o volume da parte imersa seja o mesmo, no rio e no mar.

26. O ano de 2015 foi marcado por uma grande crise humanitária. Sírios e refugiados de outras nacionalidades, em debandada maciça de conflitos e perseguições, deixaram seus lares e se lançaram a qualquer custo no Mediterrâneo, rumo a outras paragens, simplesmente em busca de uma chance para sobreviver. Muitas foram as embarcações que naufragaram nas diversas rotas rumo à Europa, o que vitimou milhares de pessoas, em muitos casos, famílias inteiras.

Barco com refugiados próximo a ilha grega de Lesbos. Outubro de 2015.

Santi Palacios/AP Photo/Glow Images

Considere um barco pesqueiro de massa total M = 28 toneladas que será utilizado por um grupo de refugiados para fazer a travessia entre o norte da África e a Grécia. Lotado com uma carga de **n** pessoas, ele consegue flutuar com um volume de casco submerso igual a 40 m^3, que é o máximo admitido ainda seguro para a navegação.

Sabendo-se que a massa média de cada pessoa embarcada é de 60 kg e que a densidade da água do mar é de $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3, pede-se:

a) Calcular o valor de **n**;

b) Determinar a massa de suprimentos e bagagens que deverá ser lançada ao mar para que o volume de casco submerso seja reduzido para 37 m^3.

DESCUBRA **MAIS**

1. Na construção de barragens e diques, a espessura desses retentores de água cresce uniformemente do topo para a base. Explique por quê.
2. Explique detalhadamente o mecanismo que permite a sucção de um refrigerante utilizando-se um canudinho com comprimento próximo de 20 cm.
3. Por que razão os meios gasosos não são tão eficientes para transmitir acréscimos de pressão como os meios líquidos?
4. O que flutua em água com maior porcentagem de volume imerso: um cubo maciço de isopor com 1,0 m de aresta ou um cubo maciço de isopor com 10 cm de aresta? Justifique matematicamente sua resposta.
5. Como as plumas de cisnes, gansos e patos, entre outras aves aquáticas, colaboram na flutuação dessas aves?
6. Uma das etapas no treinamento de astronautas destinados à Estação Espacial Internacional (EEI) consiste em sua permanência dentro de uma enorme piscina onde são instaladas maquetes, em tamanho natural, de alguns engenhos que estarão presentes na missão. Vestidos em trajes semelhantes aos espaciais, os astronautas são levados a realizar operações delicadas e demoradas, que envolvem o uso de equipamentos sofisticados. Com isso, ficam minimizadas as possibilidades de erros nas situações reais. Por que esses treinamentos são realizados dentro da água?

INTERSABERES

A atmosfera terrestre

O manto fundamental que envolve o planeta Terra apresenta, dos gases que o constituem, as seguintes porcentagens: nitrogênio (N_2): 78,084%, oxigênio (O_2): 20,948%, argônio (A): 0,934%, dióxido de carbono (CO_2): 0,031%, neônio (Ne): 0,001818%, hélio (He): 0,000524%, metano (CH_4): 0,0002%, criptônio (Kr): 0,000114%, hidrogênio (H_2): 0,00005% e xenônio (Xe): 0,0000087%. Além desses gases, há outras substâncias e também muito vapor de água, um dos fatores determinantes do clima e dos fenômenos meteorológicos típicos de cada região.

Rue Des Archives/Fotoarena

Do espaço, é possível ver a atmosfera como uma tênue camada azulada. Podemos fazer a seguinte analogia: a atmosfera está para a Terra, assim como a casca de uma maçã está para o fruto todo.

A atmosfera é uma espécie de escudo protetor que assegura e resguarda as condições de vida na Terra, protegendo o planeta da incidência de radiações nocivas e do bombardeio de corpos de diversos tamanhos que se estendem de partículas elementares e pequenos asteroides a meteoritos e corpos ainda maiores. Estes, ao invadirem o ar, são geralmente incinerados e desintegrados pelas forças de atrito. Diferentes moléculas absorvem radiações com comprimentos de onda distintos. Por exemplo, o oxigênio e o ozônio absorvem quase todos os comprimentos de onda mais curtos que 300 nanômetros (radiação ultravioleta e radiações mais energéticas, como raios **X** e raios γ). Já o vapor de água, absorve vários comprimentos de onda acima de 700 nanômetros (radiação infravermelha e radiações menos energéticas).

A massa total da atmosfera é estimada em $5{,}1 \cdot 10^{18}$ kg (compare este valor com o da massa da Terra, que é cerca de $5{,}9 \cdot 10^{24}$ kg). Essa massa fica "presa" ao planeta pela ação de forças gravitacionais. Isso significa que a atmosfera tem peso, exercendo forças de pressão contra a superfície terrestre, e essas forças determinam a chamada **pressão atmosférica**. Ao nível do mar, a pressão atmosférica vale, em média, 1,0 atmosfera (atm), o que equivale, aproximadamente, a $1 \cdot 10^5$ pascal (Pa), ou ainda, no sistema inglês de unidades, a 14,7 libras-força por polegada ao quadrado (psi). Embora não seja uma unidade física para medidas de pressão, costuma-se expressar essa grandeza em milímetros (ou centímetros) de mercúrio, obtendo-se para a pressão atmosférica ao nível do mar um valor que ronda 760 mmHg ou 76 cmHg.

Os fenômenos atmosféricos são verificados de maneira mais notória até altitudes em torno de 120 km. Particularmente, a altitude de 100 quilômetros é conhecida como **linha Kármán**, sendo frequentemente utilizada como referência limite entre a atmosfera e o espaço exterior. À medida que se sobe, o ar fica cada vez mais rarefeito. Isso significa que há maior concentração de massa nas baixas altitudes. A densidade média do ar atmosférico é estimada em 1,2 kg/m^3.

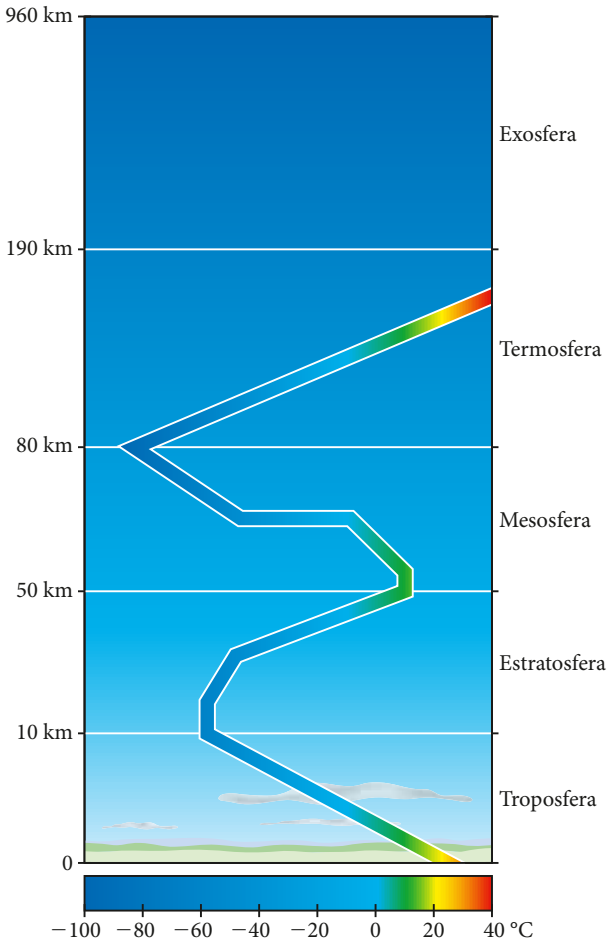
Camadas de nomes distintos e de diferentes constituições compõem a atmosfera da Terra. A camada mais baixa, que se estende do nível do mar até altitudes da ordem de 10 km, denomina-se **troposfera**. Aí se concentra praticamente todo o vapor de água.

Acima da troposfera vem a **estratosfera**, de ar muito rarefeito, mas rica em ozônio. Essa camada, que alcança altitudes próximas de 50 km, bloqueia grande parte das radiações solares, nocivas aos organismos vivos.

Sobre a estratosfera vêm, respectivamente, a **mesosfera**, a **ionosfera** e a **exosfera**, sendo as duas últimas camadas as principais responsáveis pela desintegração diária de milhões de meteoritos e pequenos asteroides que, provenientes do espaço, submetem-se à atração gravitacional terrestre.

No gráfico ao lado, está esboçado o comportamento da temperatura, em graus Celsius, em função da altitude a partir da superfície terrestre, expressa em quilômetros. É interessante observar que na termosfera, camada superior que compreende a ionosfera, a temperatura cresce, atingindo valores superiores a 40 °C, o que se deve a interações entre íons e outras partículas aí existentes com elétrons e diversas radiações vindas principalmente do Sol.

Atmosfera



Setup

Compreensão, pesquisa e debate

1. A composição química da atmosfera terrestre foi sempre a atual desde a formação do planeta, há cerca de 4,5 bilhões de anos?
2. Algum planeta do Sistema Solar tem atmosfera semelhante à da Terra? Pesquise e descreva como é a composição do "ar" de Vênus e de Marte.
3. Antes da existência de vida na Terra, o planeta era mais vulnerável ao impacto de meteoritos e outros corpos celestes?
4. A existência de água no estado líquido na superfície da Terra tem alguma relação com a atmosfera do planeta?
5. Há cerca de 150 anos, a partir da Revolução Industrial iniciada no Reino Unido, a atmosfera terrestre tem recebido quantidades crescentes de gás carbônico (CO_2), fruto da queima de matas nativas e de combustíveis fósseis, como o carvão mineral e derivados do petróleo. Quais são as consequências disso para o planeta?

RESPOSTAS DAS QUESTÕES PROPOSTAS

UNIDADE 1
CINEMÁTICA

Capítulo 1
Iniciação à cinemática escalar e movimento uniforme

3. a) 50 min
b) Vinte minutos antes do início (t = 0 s) da contagem de tempo.
c) 50 min

4. e

5. Se estivessem em um mesmo plano, os eclipses ocorreriam aproximadamente uma vez por mês, o que não é verdade.

6. d

7. c

8. c

9. 60 km/h

10. a) 0,87 m/s
b) 117,45 m

11. a) $\Delta t > 8$ h 18 min
b) Foi menor que 1,6 m/min.

12. 90 km/h

16. 222 m

17. a) $s_A = 20 + 11t$ (SI); $s_B = 90 + 4t$ (SI)
b) 10 s
c) $s_A = s_B = 130$ m

18. 9 h 15 min

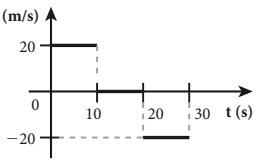
19. a) 10 s
b) 15 s

20. a) 45 min
b) 54 min
c) A 120 km/h: aproximadamente 12,3 L; a 100 km/h: aproximadamente 10,4 L.
d) A 120 km/h: 70,60 m; a 100 km/h: 50,15 m.

21. 2,0 mm/s

22. a) **A** move-se no sentido da trajetória, enquanto **B** move-se em sentido contrário.
b) **A** e **B** se encontram.
c) **B** está na origem dos espaços.

23.



24. 10 h

25. $v \geq 16$ m/s ou $v \leq 10$ m/s

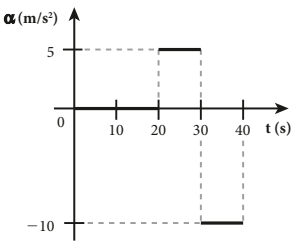
Capítulo 2
Movimento uniformemente variado

3. a) 15 m/s e 20 m/s², respectivamente.
b) 95 m/s
c) 10 s

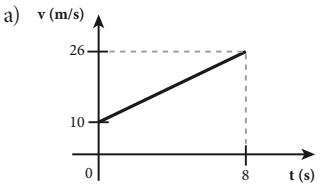
4. a) $v = 20 - 2t$ (SI)
b) 10 s

5. 9,5 m/s

6.



7. a)



b) 144 m

8. 20 m/s

9. a) 14 s
b) 70 m

10. 50 s

11. 40 s

14. a) 5,0 m/s²
b) $2{,}25 \cdot 10^3$ m

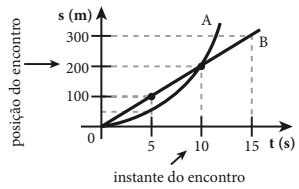
15. 45 m

16. d

17. d

18. 12 m/s

19.



20. $1 \cdot 10^{15}$ m/s²

21. 40 m e 4 s, respectivamente.

22. 108 km/h

Capítulo 3
Movimento circular uniforme

3. 72 km/h

4. 30 cm

7. 2 Hz e 0,5 s, respectivamente.

8. 0,02 s

9. 0,12 m/s

10. $T_A = T_B$
$f_A = f_B$
$\omega_A = \omega_B$
$v_B = 2v_A$

11. a) 15 rpm
b) 31 cm/s

12. a) 1 b) $\frac{r_1}{r_2}$

13. 5

14. a) 10 000 rpm
b) $\frac{1}{2}$

15. v = 108 km/h

16. a) 2 500 rpm
b) 45 rpm

Capítulo 4
Vetores e cinemática vetorial

5. a) 1 247
b) 3 568

6. a) 140 u
b) 20 u
c) 100 u

7. 5 u

8. 39 u

9. a) x
b) zero

10. a) 45 N
b) zero

11. a) $|\vec{S}| = 7{,}0$ N e $|\vec{D}| = 17$ N
b) $|\vec{S}| = 13$ N e $|\vec{D}| = 13$ N

12. Na direção de **t**: 17,4 N
Na direção de **n**: 10,0 N

13. a) 288 km/h
b) 8,0 s
c) 800 m

17. a) 4,5 km/h
b) 2,5 km/h

18. a) 5,0 m
b) 2,5 m/s

19. a) I e II
b) I e IV
c) I e III

20. a) 30 km/s
b) $6{,}0 \cdot 10^{-3}$ m/s²

21. a) 3,0 m/s
b) 5,0 m/s²

22. a) $|\vec{a}| = 12$ m/s²
b) O movimento é acelerado.

26. 8,0 m

27. a) 15 min; não.
b) 2,5 km

28. 120°

29. a) 30 km/h
b) 50 km/h

30. 13 cm/s

31. 4,0 cm/s

32. Ponto **A**: 200 km/h
Ponto **B**: zero
Ponto **C**: 140 km/h

33. a) v = 2,0 m/s e L = 3,0 m
b) 75 rpm

UNIDADE 2
DINÂMICA

Capítulo 5
Princípios da Dinâmica

3. e

4. 3,0 m/s² na direção de $\vec{F}_1$ ou $\vec{F}_2$ e no sentido de $\vec{F}_1$.

5. 116 N

6. $3{,}6 \cdot 10^2$ m/s

7. a) $1{,}2$ m/s²
b) 2,0 s

20. a) $5{,}0 \cdot 10^2$ kg
b) 20 m/s²

21. a) 3,0 kg
b) Tração nula.

22. a) 6,0 m/s²
b) 48 N

23. a) De **A** para **B**.
b) 10 m/s²
c) A orientação de $\vec{v}$ está indeterminada, podendo ser de **A** para **B** ou de **B** para **A**.

24. a) $v_L = 50$ m/s
b) $k = 0{,}30$ Ns²/m²
c) 7,5 m/s²

25. a) 6,0 cm
b) 0,50 N/cm

26. $\frac{M_1}{M_2} = 4$

27. 5,0 m/s²

28.

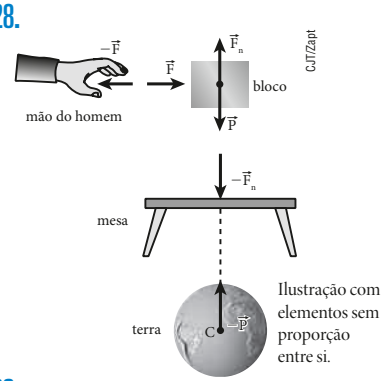


Ilustração com elementos sem proporção entre si.

29. d

30. 1,0 m/s

31. a) 2,0 m/s²
b) 4,0 N

32. d

33. 40 N

34. a

35. a) 2,0 m/s²
b) 8,0 N

36. $T = \frac{3Mg}{2}$ e $F = \frac{Mg}{2}$

37. a) 2,0 m/s²
b) 24 N
c) 48 N

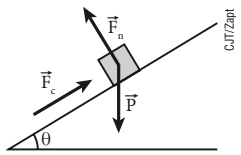
38. $8{,}00 \cdot 10^{-1}$ s

39. a) 770 N, 700 N e 630 N
b) Peso aparente nulo.

40. a) 9,8 m/s² e 2,2 m/s²
b) 588 N

41. $1{,}6 \cdot 10^2$ N

42. a)



b) 30 N e 40 N

43. a) 5,0 m/s²; a aceleração independe da massa.
b) 1,0 s
c) 5,0 m/s

Capítulo 6

Atrito entre sólidos

6. a) $2{,}0 \cdot 10^2$ N
b) 50 N

7. a) 3,0 N
b) 7 blocos

8. $\theta = 45°$

9. 50 N

10.

F (N)	F_{at} (N)	a (m/s²)
10	10	0
12	12	0
30	10	5,0

11. a) 2,0 m/s²
b) 100 m e 10 s

12. a) 4,0 m/s²
b) 30 N

13. a) 5,0 m/s²
b) 30 N

14. a) 0,60
b) 2,0 m/s²

15. a

16. a) 7,0 s
b) 10 m e 25 m

17. a) 120 N
b) 800 N

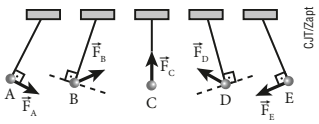
18. Para baixo e 1,5 N.

19. a) 3,0 m/s²
b) 1,2 s

Capítulo 7

Resultantes tangencial e centrípeta

5.



6. d

7. d

8. 72 kN

9. 90 km/h

10. 3,0 m/s

11. 2,0 m

12. 20 N

13. a) 2,0 N
b) 12 N

14. $\frac{1}{2}\sqrt{gR}$

15. 15

16. 30 N

17. a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g\,\mathrm{tg}\,\theta}}$
b) O período ficaria multiplicado por 2, já que ele é inversamente proporcional à raiz quadrada da intensidade da aceleração da gravidade.

Capítulo 8

Gravitação

4. b

5. a) 24 h
b) Aproximadamente 6,7 R.

6. As pessoas e o avião possuem aceleração vetorial igual a $\vec{g}$.

7. 20

8. 90%

9. a) aproximadamente 7,8 km/s
b) Aproximadamente 89 min 33 s.

10. a) 250 anos
b) Aproximadamente 4,7 km/s.

14. a) 4,0 m/s²
b) 5,0 m

15. 25 600 km

16. $\frac{1}{2}$

17. 0,10 m/s²

Capítulo 9

Movimentos em campo gravitacional uniforme (balística)

4. a) 7 s
b) 70 m/s

5. a) 40 m/s
b) 80 m

6. 30 m, 90 m e 150 m

7. a) 4,9 m
b) Não.

8. a) 24 m/s
b) 12 m/s²

9. 32 m

10. 8 m

11. a) 0,7 s
b) 1,4 m

12. 1 m

16. Fora do círculo de 9 km de raio e centro no ponto de lançamento.

17. a) 4,0 m/s
b) 1,2 s
c) 3,0 m/s

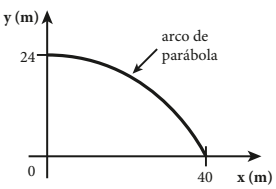
18. a) 4 s
b) 120 m
c) 40 m/s
d) 30 m/s e 40 m/s, respectivamente.

19. b = 3 m; d = 4 m

20. a) $1{,}6 \cdot 10^3$ m
b) $2{,}0 \cdot 10^3$ m
c) Em relação ao avião, segmento de reta vertical. Em relação ao solo, arco de parábola.

21. Não aconteceu. 3,75 > 2,44

22. a) 20 m/s e 12 m/s²
b)



23. 60 m

Capítulo 10

Trabalho e potência

5. a) $1{,}0 \cdot 10^3$ J
b) $-1{,}0 \cdot 10^3$ J

6. $\tau_1 = 0$, $\tau_2 = 300$ J, $\tau_3 = 0$ e $\tau_4 = -250$ J

7. a) 30 N
b) $\omega = 5{,}0$ rad/s
c) O trabalho é nulo.

8. a) $4{,}0 \cdot 10^2$ J
b) $-1{,}0 \cdot 10^2$ J
c) $6{,}0 \cdot 10^2$ J

9. d

10. 5,0 m

11. −22 J

12. a) 5,0 m/s
b) 0,25

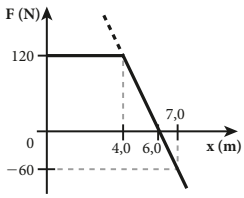
13. a) 5,0 J
b) −5,0 J
c) $4{,}0 \cdot 10^3$ N/m

14. $p > \frac{v_0^2}{4g} + \frac{H}{2}$

15. $\frac{F_1}{F_2} = 200$

16. 10 m/s

17. a)



b) Aproximadamente 10,7 m/s.

21. 2,5 L

22. a) $5{,}5 \cdot 10^2$ J
b) $1{,}1 \cdot 10^2$ W

23. 100 m

24. a) 300 N
b) 150 N

25. b

26. 240 HP

27. $k = 5$

28. d

Capítulo 11

Energia mecânica e sua conservação

4. $4{,}5 \cdot 10^{11}$ J

5. 10^5 J

6. b

7. Energia cinética: 80 J
Energia potencial: 40 J

8. c

9. a) $5{,}0 \cdot 10^3$ N/m
b) 300 N
c) 4,0 J

15. a) $2{,}0 \cdot 10^2$ J
b) 5,0 m

16. a) 20 J
b) 6,0 m/s

17. $v_0 = 8{,}0$ m/s

18. a) $-mgh$
b) $\frac{v_B}{v_C} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

19. a) 6,0 m/s
b) h = 1,8 m

20. a) 1,6 kJ
b) 8,0 m/s

21. $\left(\frac{d}{h}\right)_{máx} = \frac{4}{5}$

22. Aproximadamente 11,3 km/s.

23. a) 10 m/s
b) 72 N

Capítulo 12

Quantidade de movimento e sua conservação

4. c

5. a) A leoa não consegue êxito em seu ataque.
b) 4,0 m
c) 640 kg · m/s

6. 4,0 m/s; 7,0 m/s; 4,0 m/s

7. a) 18 kg · m/s
b) $3{,}6 \cdot 10^2$ J

8. a) 2,0 g
b) $5{,}6 \cdot 10^{-2}$ N

9. 40 N

10. a) $4{,}0 \cdot 10^2$ N
b) 20 cm

11. $2{,}0 \cdot 10^4$ N · s

12. a) 20 s
b) 1 250 N

13. a) 60 m/s
b) $7{,}0 \cdot 10^2$ J

17. 2 min 30 s

18. a) $\frac{Q_H}{Q_P} = 1$
b) 50 cm
c) 0,50 m/s e 0,75 m/s

19. $-1{,}0 \cdot 10^3$ m/s

20. a) 4,0 m/s para cima
b) 432 J

21. a

26. 0,50 m/s para a esquerda

27. b

28. a) 10 cm/s
b) 4,5 N · s

29. Bloco **A**: 1,0 m/s
Bloco **B**: 4,0 m/s
Bloco **C**: 12 m/s

30. 30,0 m

31. a) 2,0 m/s
b) 20 cm

32. $v_{partícula\ 1} = 2{,}0 \cdot 10^4$ m/s e $v_{partícula\ 2} = 1{,}0 \cdot 10^5$ m/s

33. a) A afirmação é falsa, pois seu veículo estava a 120 km/h.
b) 33,9 km/h

34. 0,20

35. 0,20 m ou 20 cm

UNIDADE 3
ESTÁTICA

Capítulo 13

Estática dos sólidos

4. 80 N

5. d

6. a) $20\sqrt{2}$ N
b) 20 N

11. 62

12. $\vec{F}_4$

13. 50 cm

14. 300 N

15. 125 N

16. a) 469 N e 469 N
b) 600 N

17. 135 N

18. a) 45 cm
b) 15 cm

19. a) Não é possível.
b) $F_n = 360$ N; $F_{at} = 135$ N

Capítulo 14

Estática dos fluidos

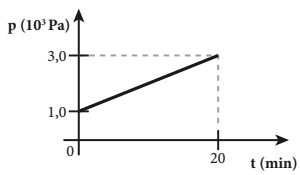
3. $\frac{p_A}{p_B} = \frac{1}{3}$

4. $\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2}$

5. a) $p_A = p_B = p_C$
b) $F_A = F_B = F_C$

6. d

7. a)



b) Parede do fundo: $3{,}0 \cdot 10^3$ N;
Paredes laterais: $4{,}5 \cdot 10^2$ N.

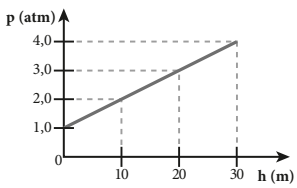
8. a

9. Gás **M**: 90 cmHg; Gás **N**: 20 cmHg

10. 0,32 atm

11. $\alpha \cong 60°$

17. a) $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa ou 1,0 atm
b)



18. 24,0 cm

19. e

20. a) $1{,}0 \cdot 10^3$ N
b) Os dois trabalhos valem $3{,}0 \cdot 10^4$ J.

21. a) Empuxo: $1{,}0 \cdot 10^4$ N
Força de tração: $8{,}0 \cdot 10^3$ N
b) $3{,}2 \cdot 10^5$ N

22. 90%

23. a) Para cima.
b) $1{,}0 \cdot 10^2$ cm³

24. 2,0 g/cm³

25. 15 kg

26. a) 200 pessoas
b) 3 toneladas

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONSO, M. S.; FINN, E. J. *Física*. São Paulo: Blucher, 2014. v. 1 e 2.

_____. *Física*: um curso universitário. São Paulo: Blucher, 2014.

_____. *Fundamentos cuánticos y estadísticos*. Cidade do México: Addison Wesley, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2013.

BRAZ JR., Dulcidio. *Física Moderna*: tópicos para o Ensino Médio. Campinas: Companhia da Escola, 2002.

CANIATO, Rodolpho. *O céu*. Campinas: Átomo, 2011.

CHAVES, Alaor. *Física básica*. Rio de Janeiro: LTC/LAB, 2007.

CUTNELL, John D.; JOHNSON, Kenneth W. *Física*. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v. 1, 2 e 3.

EINSTEIN, Albert. *Como vejo o mundo*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2015.

EISBERG, Robert; RESNICK, Robert. *Física quântica*. Rio de Janeiro: Campus, 1994.

FLEMING, Phyllis J. *Physics*. Reading (MA): Addison Wesley, 1978.

GAMOW, George. *Gravidade*. São Paulo: Edart, 1973.

GARCIA, Eduardo A. C. *Biofísica*. São Paulo: Sarvier, 2015.

GIANCOLI, Douglas C. *Física, principios con aplicaciones*. Cidade do México: Prentice Hall Hispanoamericana, 2007.

GROUEFF, S.; CARTEIR, J. P. *O enigma do cosmo*. Rio de Janeiro: Primor, 1978.

GUAYDIER, Pierre. *História da Física*. São Paulo: Martins Fontes, 1983.

GUIMBAL, Roger. *Le problème de la Physique*. Paris: Bordas, 1972.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos da física*. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

HAYT, W. H. *Eletromagnetismo*. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

HECHT, E. *Óptica*. Lisboa: Fund. Calouste Gulbekian, 2002.

HESSEB, Boris. *Las raices socioeconómicas de la Mecánica de Newton*. Havana: Academia, 1985.

KOESTLER, Arthur. *Os sonâmbulos*. São Paulo: Ibrasa, 1971.

KÓSEL, S. *Problemas de Física*. Moscou: Mir, 1986.

LANDAU, L.; KITAIGORODSKI, A. *Física para todos*. Moscou: Mir, 1967.

LANDAU, L.; RUMER, Y. *Aprenda a Teoria da Relatividade brincando*. São Paulo: Hemus, 1970.

LUCIE, Pierre. *Física básica*. Rio de Janeiro: Campus, 1979.

MATVEEV, A. N. *Electricidad y magnetismo*. Moscou: Mir, 1988.

NUSSBAUM, Allen. *Comportamento eletrônico e magnético dos materiais*. São Paulo: Blucher, 1971.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. *Curso de Física básica*. São Paulo: Blucher, 2013.

OKUNO, E.; CALDAS, L. L.; CHOW, C. *Física para ciências biológicas e biomédicas*. São Paulo: Harbra, 1986.

OREAR, Jay. *Física*. Rio de Janeiro: LTC, 1991.

OSADA, Jun'ichi. *Evolução das ideias da Física*. São Paulo: Blucher/USP, 1972.

PAIS, Abraham. *A ciência e a vida de Albert Einstein*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.

PERELMAN, Y. *Física recreativa*. Moscou: Mir, 1987.

PURCELL, E. M. *Curso de Física de Berkeley*: eletricidade e magnetismo. São Paulo: Blucher, 1981. v. 2.

RONAN, Colin A. *História ilustrada da Ciência da Universidade de Cambridge*. São Paulo: Jorge Zahar, 1991.

ROZEMBERG, I. M. *O sistema internacional de unidades* (*SI*). São Paulo: Instituto Mauá de Tecnologia, 2006.

SAVELYEV, I. V. *Physics*: a general course. Moscou: Mir, 1980. v. 1 e 2.

SERWAY, Raymond; JEWETT JR., John W. *Princípios de Física*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

THE Visual Dictionary of Physics. Toronto: Stoddart, 1995.

TIPLER, Paul A. *Física*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978. v. 1 e 2.

VAN WYLEN, G. J.; SONNTAG, R. E. *Fundamentos da Termodinâmica clássica*. 2. ed. São Paulo: Blucher, 1995.

WALKER, Jearl. *O grande circo da Física*. Lisboa: Gradiva, 2001.

WESTFALL, Richard S. *A vida de Isaac Newton*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1993.

WHITE, Harvey E. *Física Moderna*. Barcelona: Montaner y Simón, 1979. v. 1 e 2.

WILSON, Jerry. *Física*. Nova Jersey: Prentice Hall, 1996.

WOLF, Jonathan S. *Physics*. Nova York: Barron's Educational Series, 1996.

YOUNG, Hugh D. *Sears and Zemansky's University Physics*. Reading (MA): Addison Wesley, 2008.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao professor

Escrevemos esta obra norteados por um ideal: elaborar um material destinado ao Ensino Médio que motive sobremaneira o estudante, não deixando brechas à aversão em relação à disciplina. Nossa grande busca foi instigar o estudante todo o tempo e, para isso, utilizamos diversas formas de provocação, o que, a nosso ver, tornou o texto ameno e prazeroso.

Procuramos apresentar a Física como um saber científico integrado ao mundo e à sociedade de nosso tempo, provido de interfaces com outros saberes das Ciências da Natureza, como a Química e a Biologia, e com componentes curriculares aparentemente díspares, como Filosofia e Arte.

Em nenhum momento a Física foi exibida como um conteúdo dogmático, imune a questionamentos e mudanças de rumo. Como deve ocorrer com qualquer ciência, a Física foi colocada, isto sim, como um edifício em permanente construção, que espelha os arquitetos e a arquitetura de cada época.

Trouxemos para este trabalho estímulos efetivos para cativar a atenção do estudante, articulando a Física às diversas mídias disponíveis. Buscamos oferecer algo envolvente, capaz de desenvolver, de fato, as competências e habilidades indispensáveis à vivência no mundo contemporâneo.

Fomos sensíveis à faixa etária a que se destina a coleção. Por isso, criamos situações contextuais e exemplos próprios da realidade de nossos estudantes. O texto, porém, em nenhum momento deixa de expressar corretamente o conhecimento físico, sendo rigoroso na apresentação dos conceitos e, na medida do possível, formal, já que a Física possui uma linguagem específica que também precisa ser aprendida.

Elaboramos estratégias – que serão abordadas mais adiante – para que o estudante se aproprie de tal linguagem, necessária na apresentação e no entendimento dos fenômenos e leis que os regem. Termos físicos corretos, gráficos, infográficos e tabelas foram inseridos com o objetivo de estabelecer os códigos imprescindíveis ao desenrolar desse componente curricular e à sua comunicação geral – verbal ou escrita. Assim, a metodologia utilizada cogitou diversas ferramentas e alternativas didáticas, como será descrito e justificado nos itens subsequentes a esse respeito.

O projeto gráfico ficou atraente e funcional e as diversas fotografias e ilustrações, necessárias à boa compreensão do assunto, comparecem na medida certa e de forma contextualizada. Há muitos textos adicionais e leituras, inclusive com a visão de outros autores, tudo com o objetivo de estabelecer as associações tecnológicas e interdisciplinares, importantes para uma formação que objetiva, além da compreensão da Física, sua aplicação com vistas a melhor entender o momento atual – mais democrático, midiático e voltado para o trabalho e a produção.

Há diversas propostas de atividades experimentais distribuídas ao longo dos capítulos e os exercícios foram elaborados e selecionados com esmero, a fim de abrir possibilidades para o professor enriquecer em grande medida suas aulas. Além de estarem dispostas de modo a possibilitar um aprendizado gradual e consistente, as questões trazem quase sempre temas transversais que motivam profícuas discussões transcendendo a essência meramente científica da abordagem. Tanto no texto principal como nos boxes e leituras, há conexões de caráter histórico, tecnológico e ambiental.

Estamos convencidos, portanto, de que este trabalho em muito poderá colaborar para mostrar a importância da Física no mundo moderno e no próprio exercício da cidadania. E ressaltamos, ainda, que um bom ensino de Física, como o que almejamos oferecer, pode ser um poderoso meio para auxiliar na formação de cidadãos mais conscientes, críticos e produtivos.

Esperamos que os colegas utilizem esta coleção com o mesmo entusiasmo e vibração com que a desenvolvemos. Sugestões e críticas serão sempre bem-vindas.

Os autores

SUMÁRIO

ORIENTAÇÕES GERAIS 292

1 OS OBJETIVOS OFICIAIS DO ENSINO DA FÍSICA 292
2 OBJETIVOS FUNDAMENTAIS DA OBRA 293
3 OPÇÕES CURRICULARES 293
4 COMPOSIÇÃO DA OBRA 294
5 METODOLOGIA UTILIZADA 295
6 INSTRUMENTOS DISPONÍVEIS NA OBRA 296
- 6.1 Apresentação do texto 297
- 6.2 Boxe Já pensou nisto? 297
- 6.3 Ampliando o olhar 297
- 6.4 Em busca de explicações 297
- 6.5 Faça você mesmo 298
- 6.6 Questões comentadas 298
- 6.7 Questões propostas 298
- 6.8 Intersaberes 298
- 6.9 Descubra mais 299

7 ESTRATÉGIAS DE APLICAÇÃO DA OBRA 299
8 A AVALIAÇÃO 299
9 COMO ESTAS ORIENTAÇÕES FUNCIONAM 300
- 9.1 Objetivos do capítulo 300
- 9.2 O que não pode faltar 300
- 9.3 Algo mais 301
- 9.4 Subsídios 301
- 9.5 Resolução das Questões propostas 301

10 SUGESTÕES PARA SUPLEMENTAÇÃO 301
- 10.1 Livros 301
- 10.2 Vídeos 307
- 10.3 *Sites* 307
- 10.4 Periódicos 308

11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 309

ORIENTAÇÕES ESPECÍFICAS 310

INTRODUÇÃO À FÍSICA

A Física 310
A Mecânica, uma das partes da Física 313

UNIDADE 1

CINEMÁTICA

CAPÍTULO 1
Iniciação à cinemática escalar e movimento uniforme 314
CAPÍTULO 2
Movimento uniformemente variado 318
CAPÍTULO 3
Movimento circular uniforme 321
CAPÍTULO 4
Vetores e cinemática vetorial 325

UNIDADE 2

DINÂMICA

CAPÍTULO 5
Princípios da Dinâmica 332
CAPÍTULO 6
Atrito entre sólidos 341
CAPÍTULO 7
Resultantes tangencial e centrípeta 345
CAPÍTULO 8
Gravitação 350
CAPÍTULO 9
Movimentos em campo gravitacional uniforme (balística) 356
CAPÍTULO 10
Trabalho e potência 360
CAPÍTULO 11
Energia mecânica e sua conservação 366
CAPÍTULO 12
Quantidade de movimento e sua conservação 371

UNIDADE 3

ESTÁTICA

CAPÍTULO 13
Estática dos sólidos 380
CAPÍTULO 14
Estática dos fluidos 385

MATERIAL COMPLEMENTAR 393

ORIENTAÇÕES GERAIS

1 OS OBJETIVOS OFICIAIS DO ENSINO DA FÍSICA

Vários são os instrumentos legais que dispõem sobre os objetivos do Ensino Médio, do ensino das Ciências da Natureza e, em especial, a respeito do ensino da Física. Conhecer esses objetivos é essencial ao professor, de modo a ampliar suas perspectivas em relação ao processo de ensino-aprendizagem, contribuindo para repensar os conteúdos, as atividades, os instrumentos didáticos e a avaliação inerentes às aulas.

Os principais documentos oficiais que atualmente regem essa proposição de ensino são:

- Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei n. 9.394/96);
- Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCN/Resolução CNE/CEB n. 2/92);
- Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN/2000);
- Orientações Educacionais Complementares aos PCN (PCN+/2002);
- Orientações Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM/2004);
- Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental (Parecer CNE/CP n. 14/2012).

De certa forma, esses documentos produzem um único meio de reflexão sobre as finalidades e propostas do ensino. Publicações mais atuais sempre utilizam as anteriores como fonte de crítica e construção.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) estabelece as bases no que se refere aos fins do Ensino Médio, destacando quatro objetivos: o aprofundamento e a possibilidade de dar continuidade aos estudos; o desenvolvimento da cidadania e a preparação para o mundo do trabalho; o aprimoramento da ética, da criticidade e da autonomia intelectual; e a compreensão dos processos produtivos, relacionando teoria e prática. Esse horizonte mostra que o aprendizado do estudante é voltado para o entendimento dos próprios conteúdos, e que esse entendimento deve ser desdobrado em relações entre o conhecimento e o mundo real – cotidiano. Em outras palavras, além do aprendizado dos saberes e do continuar aprendendo, temos o conhecimento como instrumento para agir na sociedade, para analisar autonomamente as informações e para compreender sistemas e modelos presentes nos processos produtivos.

As Diretrizes Curriculares Nacionais desdobram os fins da LDB, explicitando a presença de conceitos como: os direitos humanos; a sustentabilidade ambiental; a diversidade cultural; a interdisciplinaridade e contextualização; e a prática social como objetivos do Ensino Médio.

O olhar ambiental é esmiuçado nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental (Parecer CNE/CP n. 14/2012). O documento mostra de que forma pontos como a cidadania, a ética, a cultura e o próprio currículo podem ser contemplados numa perspectiva sustentável.

Com o advento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são especificados os objetivos de cada disciplina escolar através das Competências e Habilidades, separadas em três vertentes: Representação e comunicação; Investigação e compreensão; e Contextualização sociocultural. Essas vertentes possibilitam o entendimento dos objetivos maiores do ensino da Física, que consistem no desenvolvimento da linguagem – da alfabetização científica; no aprendizado dos conceitos, procedimentos, modelos e estruturações científicas; e no entendimento das relações entre a Física e o contexto histórico de cada época, com as transformações naturais e humanas e com o mundo contemporâneo.

As Competências e Habilidades são aprofundadas no documento conhecido como PCN+ e utilizadas pela Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Elas especificam para cada uma das três grandes vertentes o que pode ser desenvolvido em sala de aula, destacando conteúdos e esmiuçando-os, assim como apontando procedimentos e estratégias para seu desenvolvimento, sendo fundamental seu uso no planejamento e realização das aulas. Os PCN, PCN+ de Física e a Matriz de Referência do Enem, nos quais estão presentes as Competências e Habilidades, podem ser acessados, respectivamente, nos seguintes endereços eletrônicos:

- <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2016.
- <http://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_FIS.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2016.
- <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=841-matriz-1&category_slug=documentos-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 16 fev. 2016.

Deve-se destacar que os documentos oficiais são norteadores dos objetivos do ensino, cabendo ao professor e à comunidade escolar à qual ele perten-

ce pensar, selecionar e organizar esses objetivos para atender às especificidades locais. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) trazem essa reflexão sobre os documentos anteriores, auxiliando na leitura crítica dos parâmetros. Tal documento destaca que o Currículo, as Competências e Habilidades não constituem a solução dos problemas educacionais, mas que estes devem ser pensados também pela gestão educacional, de modo a serem criadas condições para a solução dos problemas assim como para o desenvolvimento e execução de parâmetros curriculares locais coerentes com as orientações nacionais.

OBJETIVOS FUNDAMENTAIS DA OBRA

A obra visa apresentar ao estudante, de forma didaticamente organizada, os conceitos essenciais da Física, proporcionando a ele uma iniciação bem estruturada no estudo dessa disciplina, tanto nos aspectos específicos como nas correlações históricas, tecnológicas e interdisciplinares. Objetiva também oferecer uma dose de conteúdo compatível com a faixa etária do adolescente, o que favorecerá a gradual formação de um espírito questionador e crítico. Busca fomentar o desenvolvimento de competências e habilidades, exercitando a flexibilidade de raciocínio e o encadeamento sistemático e formal de ideias. Pretende motivar e instigar o estudante a compreender a Física por meio de situações contextuais, contemporâneas e vivenciais que almejam criar uma consistente percepção do caráter prático dos conteúdos explorados, da sua relação com outras ciências e áreas do conhecimento.

Além disso, tem como objetivo desenvolver habilidades para a leitura e a compreensão de textos da disciplina, decodificação de enunciados, tabelas e gráficos de toda natureza, bem como de representações esquemáticas. Propõe obter maior eficiência ao facilitar o entendimento de informações pelos estudantes, desenvolver as capacidades de análise e síntese e promover um domínio da simbologia e linguagem próprias da Física, coerentes com o nível de ensino ao qual se destina. Por meio das diversas atividades que traz, esta coleção busca propiciar que o estudante compreenda melhor os postulados da Física e não apenas os seus resultados, explorando aspectos importantes para seu desenvolvimento, como a elaboração de hipóteses, a análise e delimitação de variáveis, a implementação de conclusões – competências requeridas na abordagem teórica e nos procedimentos experimentais.

Destaca-se também o ideal de desenvolver uma responsabilidade social, em que os conhecimentos oriundos da Física tenham aplicações úteis para comunidades e pessoas, visando melhorar seus recursos, condição de vida e padrões de conforto. Tais objetivos podem ser atingidos diretamente por meios tecnológicos, ou indiretamente com o uso de tais conhecimentos e da reflexão crítica a eles associada para a compreensão das causas dos problemas sociais e a argumentação para buscar melhorias.

Além disso, o texto labora no sentido de formar uma consciência de preservação ambiental e de desenvolvimento sustentável, assuntos indissociáveis da cidadania.

Pode-se notar ainda ao longo do material uma clara intenção de inquerir o estudante por meio de questionamentos que suscitam a reflexão e a pesquisa. As perguntas propostas em diferentes momentos na obra almejam criar oportunidades para a busca de saberes correlatos, sempre que possível, mobilizando uma abordagem interdisciplinar.

Há também um mote sociabilizante na medida em que, em muitas oportunidades, o estudante é incentivado a trabalhar em parceria, inserindo-se em grupos de atividades teóricas, práticas ou de argumentação coletiva que envolvam colegas e professores.

Por tudo isso, esta coleção procura qualificar-se como um abrangente e vantajoso instrumento educacional, capaz de servir de apoio a uma sólida iniciação do estudo das Ciências, particularmente da Física.

OPÇÕES CURRICULARES

A Física é extremamente vasta e se estende do mundo das partículas elementares, como *quarks*, mésons e bósons, aos domínios universais, que envolvem corpos celestes, como planetas, estrelas e galáxias. Por isso, qualquer "recorte" feito nessa disciplina exige escolhas que levem em conta o público-alvo e o nível a que se destina a abordagem.

É importante considerar que o processo de ensino-aprendizagem, especificamente o que se estabelece no Ensino Médio, passa sempre por aperfeiçoamento e atualização, seja pelo desenvolvimento constante da Física e das tecnologias dela resultantes – que se renovam em um processo dinâmico e inexorável de reinvenção –, seja pelas demandas da sociedade, re-

presentadas de forma geral pela legislação e novas publicações. Por conseguinte, isso impõe a profissionais de todas as áreas do conhecimento a necessidade imperativa de descartar velhos paradigmas e incorporar metodologias e conceitos renovados.

Com isso, contemplamos o momento atual e suas tendências sem destoar do que é tradicionalmente ensinado. Consideramos um diálogo eficaz entre os conteúdos que tradicionalmente são lecionados nos cursos de Física do Ensino Médio e as novas tendências, que levam em conta um ensino da disciplina também voltado para o entendimento da natureza da ciência e, complementarmente, para suas correlações com as tecnologias e a sociedade. Isso teve como alvo criar amplas motivações para que os estudantes possam continuar seus estudos e, principalmente, para que estejam preparados para o mercado de trabalho e o exercício pleno da cidadania.

O texto está em consonância com os ditames da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB – Lei nº 9.394/96), já mencionada anteriormente, que cita em seu artigo 35:

> O ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades:
>
> I – a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento nos estudos;
>
> II – a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
>
> III – o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
>
> IV – a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.
>
> BRASIL. Ministério da Educação. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

Os assuntos apresentados na obra como elementos curriculares estão bem encadeados, de modo a oferecer ao estudante, ao longo do Ensino Médio, um repertório adequado de conhecimentos e informações. Os conteúdos são apresentados considerando-se uma diversificação de competências e habilidades a serem desenvolvidas pelo iniciante no estudo formal das Ciências da Natureza. Capítulos e seções receberam o respaldo de conexões históricas, além de aplicações práticas e tecnológicas; tudo, a nosso ver, alinhavado de maneira sequencial e harmoniosa.

Os grandes temas da Física, como conservação de energia, conservação de quantidade de movimento e conservação de carga elétrica, foram contemplados com total prioridade e comparecem sempre precedidos da base teórica necessária à sua ampla compreensão. A matemática envolvida é compatível com o nível a que se propõe o trabalho, e a linguagem evolui do coloquial ao formal, sem deixar em nenhum momento de ser rigorosa.

É evidente que esta obra não tem pretensões de esgotar o assunto. Tem sim, o compromisso de tratar os temas escolhidos de maneira metódica, didática, contextual e, sobretudo, atraente, motivando o estudante todo o tempo por meio dos muitos instrumentos e estratégias que descreveremos a seguir.

COMPOSIÇÃO DA OBRA

Optamos por uma organização em que o conteúdo é apresentado de forma evolutiva, em uma sequência fundamentada no desenvolvimento histórico dos conceitos. Isso significa que foram tratadas inicialmente as áreas mais "antigas" da Física, que comparecem, porém, permeadas dos avanços científicos e tecnológicos atuais, além de problematizações que revelam a disciplina como algo em permanente evolução. Incitações à Física Moderna e Contemporânea podem ser notadas em toda a coleção, desde os capítulos iniciais.

Iniciamos a coleção abordando, no Volume 1, a Mecânica, em que figuram os trabalhos de Aristóteles, Arquimedes, Copérnico, Galileu, Kepler e Newton, e encerramos o Volume 3 apresentando uma iniciação à Física Moderna, na qual se destacam as contribuições de Planck, Bohr, Einstein e De Broglie.

A obra está assim estruturada:

- **Volume 1**: Mecânica, composta de Cinemática, Dinâmica e Estática (dos sólidos e dos fluidos);
- **Volume 2**: Termologia, Ondulatória e Óptica geométrica;
- **Volume 3**: Eletricidade, composta de Eletrostática, Eletrodinâmica e Eletromagnetismo; e Física Moderna.

Cada volume é dividido em unidades que equivalem aos grandes setores de interesse da Física. As unidades, por sua vez, são constituídas de capítulos, em que um determinado assunto é desenvolvido com

detalhamento pleno dentro das pretensões do trabalho, tanto naquilo que ele envolve – horizontalidade – como na profundidade dos conceitos abordados – verticalidade. Os capítulos trazem, além do texto teórico, propostas de atividades experimentais, textos complementares e leituras que muito podem colaborar para a boa compreensão do conteúdo explorado.

As propostas experimentais e de verificação são designadas na obra como *Faça você mesmo*. Esta seção possibilita ao professor, a seu critério, tanto realizar as atividades em sala de aula como solicitar aos estudantes que as façam por conta própria, alertando-os, quando necessário, em relação a alguns cuidados a serem tomados. Os experimentos sugeridos, os quais requerem materiais de fácil obtenção, são acompanhados, ao final, de um conjunto de questões denominado *Analisando o experimento*, em que é possível registrar o que foi observado na realização do procedimento e de outras situações decorrentes da prática desenvolvida, além de refletir e estabelecer conexões entre os temas em estudo. As atividades experimentais propostas na coleção são também uma oportunidade para incentivar o trabalho em grupo e despertar o interesse pela pesquisa.

Sempre que possível, apresentamos logo após a última seção *Questões propostas*, ao final de cada capítulo, o boxe *Descubra mais*, que demanda dos estudantes pesquisas relacionadas a conhecimentos correlatos, exigindo-se que desenvolvam suas capacidades argumentativa, de pesquisa e de solucionar novos problemas.

A seção *Intersaberes* traz um preâmbulo autoral que é suplementado, quando possível, por excertos de revistas, jornais, além de livros e artigos de outros autores. É uma proposta em que estabelece na obra um foro de discussão dos problemas focalizados, envolvendo o ponto de vista de pensadores diversos. Ao final dessa seção apresentamos algumas questões em *Compreensão, pesquisa e debate*, que propiciam ao estudante uma reflexão que procura ir além do texto, na maioria das vezes, exigindo-se respostas e encaminhamentos envolvendo outros componentes curriculares das Ciências da Natureza, além de outras áreas do conhecimento, como História, Geografia, etc. Sempre que oportuno, temas relacionados com tecnologia, meio ambiente e sustentabilidade também são postos em discussão. Enfim, em *Compreensão, pesquisa e debate* procurou-se configurar uma oportunidade para a realização de trabalho interdisciplinar, tendência marcante no ensino atual, bem como uma boa chance para a formação de grupos de estudo e discussões em sala de aula mediadas pelo professor, envolvendo, eventualmente, profissionais de outras disciplinas e áreas.

Em todos os capítulos há duas seções de atividades: as *Questões comentadas* – autorais – que, já trazendo as respectivas resoluções, auxiliam na apropriação da linguagem específica do assunto em estudo e propõem uma primeira operacionalização com os conceitos apresentados; e as *Questões propostas* – também autorais, em sua maioria –, destinadas ao trabalho em sala de aula e para a casa.

Ao término de cada volume, apresentamos as respostas de todas as questões propostas, exceto aquelas que compõem o boxe *Descubra mais*, o *Analisando o experimento* e o *Compreensão, pesquisa e debate*, já que tais perguntas visam promover a pesquisa e propor desafios adicionais. Um encaminhamento – subsídios – para responder às atividades cujo gabarito não se encontra no final de cada volume está disponível nestas Orientações didáticas.

Também nas Orientações didáticas – para cada volume da coleção –, o professor encontrará informações diversas sobre o material, como: os objetivos de cada capítulo; estratégias de utilização; o que não pode faltar nas aulas e outras abordagens didáticas; sugestões de como tirar melhor proveito do material; textos complementares e de atualização docente, caracterizados com o título *Algo mais*; experimentos e curiosidades adicionais, além da resolução detalhada de todas as atividades propostas na coleção.

METODOLOGIA UTILIZADA

A metodologia utilizada em nosso trabalho se sustenta em sete pilares conceituais que podem ser traduzidos por sete verbos: estimular, apresentar, habilitar, pesquisar, experimentar, refletir e argumentar, presentes no desenvolvimento da obra, não necessariamente nessa ordem.

1º) **Estimular**: o texto é incansável no sentido de criar provocações que motivem o estudante a ler, interessar-se e se empenhar na busca de outras informações e conhecimentos;

2º) **Apresentar**: o conteúdo e os conceitos são redigidos de maneira rigorosa, porém fluida, leve e atraente, o que produz um ambiente profícuo à boa compreensão da teoria;

3º) **Habilitar**: por meio de diversos textos, atividades e exercícios, procuramos favorecer a assimilação

do conteúdo. Para isso, são utilizadas abordagens contextuais e atualizadas com temas transversais que permitem debates envolventes e construtivos;

4º) **Pesquisar**: em *Descubra mais* e *Compreensão, pesquisa e debate*, o estudante é motivado a buscar outras informações, muitas das quais pertencentes a outras áreas do conhecimento, o que favorece um trabalho interdisciplinar;

5º) **Experimentar**: na seção *Faça você mesmo* são propostas atividades práticas simples (de experimentação ou verificação), com a finalidade de auxiliar no entendimento dos fenômenos e conceitos estudados. A maioria dos experimentos requer materiais de fácil obtenção que não oferecem perigo ao serem manipulados, ou, ainda, são de periculosidade que pode ser controlada;

6º) **Refletir**: há muitas provocações que levam o estudante a indagar sobre assuntos de naturezas diversas. Apresentamos um repertório de perguntas instigantes, títulos em forma de perguntas, boxes com textos suplementares, leituras com pontos de vista de outros autores – *Intersaberes* – e a própria apresentação da Física como um conhecimento não acabado, em constante evolução. Tudo isso com o intuito de impelir o estudante à análise e ao raciocínio crítico.

7º) **Argumentar**: há estímulos constantes, ao longo do texto, que sugerem discussões argumentativas e debates entre professor e estudantes. Tais propostas permitem um trabalho integrado com outras áreas do conhecimento, que podem suscitar a intervenção de mais de um mediador.

A Física é uma disciplina que envolve conceitos complexos e abrangentes. Por exemplo, a conservação da quantidade de movimento (ou momento linear) está presente em situações muito díspares, como explosões e colisões (observáveis diretamente ou por meio de instrumentos) e no decaimento nuclear (ou decaimento β), inerente ao universo subatômico. Por isso, é preciso apresentar esses conceitos físicos de maneira consistente, enriquecendo a teoria com exemplos típicos e esclarecedores. Sugerimos a inserção de problematizações e provocações que servirão para aguçar a curiosidade e a imaginação dos estudantes, estimulando interações envolventes e edificantes.

Recorrer sempre que necessário ao texto da obra é algo que consideramos muito bem-vindo, tanto pelas inúmeras informações nele contidas – exemplos adicionais, aspectos históricos e conexões com outros saberes – como pelas propostas de pesquisas, reflexão e crítica. Insistimos também para que o professor recomende a leitura de livros suplementares, como os sugeridos nestas Orientações didáticas, seja para estender suas explicações, adicionar informação ou promover a síntese do conteúdo. Entendemos que seja imperativo formar bons leitores, com capacidade de concentração e habilidades para interpretação e apropriação do objeto de leitura.

Além disso, vale a pena ressaltar a importância das atividades práticas. Afinal, a Física é uma ciência com forte caráter experimental, e essas atividades auxiliam na compreensão de conceitos às vezes abstratos. Sendo assim, para um melhor aprendizado dos estudantes, sugerimos que seja desenvolvida a maior parte das propostas contidas nas seções *Faça você mesmo*.

A habilidade em resolver problemas diversos faz muita diferença. É por meio dela que se torna viável compreender melhor a teoria e estabelecer os limites ou contornos de sua utilização. Nas questões, há uma grande diversidade de cenários, o que possibilita ao estudante abordar um determinado conceito em sua forma mais ampla, sistematizando noções que lhe permitam resolver problemas análogos em diferentes contextos que requeiram os mesmos princípios ou leis. A resolução de problemas pode ser entendida como uma habilidade ampla e importante para a formação de cidadãos, necessária à vida cotidiana, ao mundo do trabalho e à autonomia individual.

Por isso, recomendamos que o professor promova aos estudantes o entendimento da teoria por meio de leituras, das atividades experimentais e das questões propostas, instigando a imaginação, o raciocínio, a elaboração de hipóteses, estratégias e argumentação, como em uma espécie de jogo virtuoso.

Tanto os estudos como a experiência no exercício da docência têm nos demonstrado que atividades desafiadoras, nas quais os estudantes se empenham e se ajudam uns aos outros – discutem, ponderam entre si e com o professor –, são agradáveis e estimulantes, além de estarem totalmente de acordo com o que se objetiva em relação ao pleno exercício da cidadania.

INSTRUMENTOS DISPONÍVEIS NA OBRA

A maior parte das metas de nosso trabalho almejou criar mecanismos que proporcionem ao estudante variadas razões para se interessar por Física. Para isso, elaboramos uma obra atualizada, repleta de exemplos do cotidiano e permeada por muitas estratégias de

motivação. Os capítulos e itens teóricos foram encadeados com vistas a tornar o texto fluido, sequencial e coeso. Utilizamos uma linguagem que, embora tenha uma proposta básica e objetiva, procura ser correta e rigorosa, apresentando a disciplina por meio de seus códigos próprios. O projeto gráfico, por sua vez, está articulado com todos esses objetivos, tanto por se valer de apelos estéticos modernos e agradáveis como por permitir uma "navegação" funcional pelos capítulos e seções da coleção.

As ilustrações comparecem na medida que consideramos adequada, necessária à boa compreensão do texto. Há fotografias, esquemas, tabelas, gráficos e infográficos, muitos dos quais com legendas substanciosas que irão facilitar o entendimento do conteúdo.

Destacamos a seguir os instrumentos didáticos recorrentes que, a nosso ver, deverão colaborar em grande medida para atingirmos os objetivos pretendidos.

6.1. Apresentação do texto

O texto está em consonância com as opções curriculares adotadas e com as peculiaridades do nosso tempo, atendo-se à faixa etária e ao nível a que se destina a coleção. Elementos do dia a dia estão frequentemente presentes nas formulações, o que favorece o envolvimento de todos – professor e estudantes. As seções estão dispostas de maneira sequencial e orgânica, sem que haja inserções desconexas.

A teoria é plena em abordagens históricas, seja no texto principal ou mesmo em boxes ou outros destaques, o que favorecerá a percepção de evolução das ideias, desde as eras antiga e clássica até os dias atuais.

Podem ser notadas também considerações tecnológicas em diversos níveis, que permitem encadeamentos entre a teoria e a prática.

A despeito do viés motivador e informativo da obra, em momento algum se abriu mão de uma linguagem correta e rigorosa, em consonância com o formalismo e a sintaxe exigidos na apresentação de textos de qualidade sobre Física.

6.2. Boxe Já pensou nisto?

Nos três volumes da coleção, sempre que oportuno, apresentamos o boxe *Já pensou nisto?*, em que imagens fotográficas acompanhadas de títulos instigadores comparecem entremeados à teoria. Esses títulos são propostos quase sempre em forma de perguntas ou simples provocações, que visam induzir o estudante à leitura do conteúdo, podendo, inclusive, ser utilizados pelo professor para a problematização inicial do tema. Exemplificamos com alguns casos presentes no Volume 1: Capítulo 5 (Princípios da Dinâmica) – "Afinal, as balanças são medidores de peso ou massa?"; Capítulo 10 (Trabalho e potência) – "Uma nova montanha-russa?" – sobre o monotrilho em implantação na cidade de São Paulo. No Volume 2: Capítulo 13 (Instrumentos ópticos e Óptica da visão) – "Microscópio eletrônico: aumentos de até 100 mil vezes?".

Nossa intenção foi incluir no trabalho elementos concretos para auxiliar na compreensão dos conceitos, oferecendo um estímulo visual para reflexão e abstração. Procuramos com esse instrumento despertar a curiosidade do estudante com exemplos que estabelecem associações entre o texto e sua aplicação prática; entre concepções formais e situações vivenciais.

6.3. Ampliando o olhar

Esta seção traz textos complementares a fim de propor outras referências fenomenológicas, históricas e tecnológicas, além de curiosidades e justificativas. O estudante poderá encontrar explicações adicionais, informações atualizadas e mais correlações do tema em desenvolvimento com diferentes áreas e contextos. Houve também, nesse caso, a preocupação em selecionar assuntos visando à motivação, como, no Volume 1, Capítulo 10 (Trabalho e potência) – "Rios voadores da Amazônia" – que traz um texto sobre sustentabilidade; no Capítulo 11 (Energia mecânica e sua conservação), o texto "*Skate* radical*:* o *Big Air*", bem adequado ao universo do adolescente. Nesse mesmo capítulo, há uma discussão de caráter ambiental, intitulada "Um luxo de lixo". Já no Volume 2, tratando de aspectos históricos e tecnológicos, há no Capítulo 13 (Instrumentos ópticos e Óptica da visão) o texto "Um indivíduo eclético", com dados biográficos de Benjamin Franklin e informações sobre os primórdios e fabricação de lentes bifocais.

6.4. Em busca de explicações

Nesta edição, apresentamos um boxe especial que parte de um título instigante sobre os temas estudados no capítulo e se suplementa com uma ou mais imagens – geralmente fotografias relacionadas ao conteúdo explorado. Essa problematização é desenvolvida por meio de textos que explicam o questionamento proposto e incorporam, eventualmente, verificações matemáticas. No final, há sugestões para um maior detalhamento do assunto, incluindo alterações em certas variáveis que possibilitam descortinar panoramas adicionais que favorecem a ampliação do conhecimento. É o que ocorre no Volume 1: Capítulo 4 (Vetores e Cinemática vetorial) em "Aeronaves sob a ação de ventos"; Capítulo 8 (Gravitação), em "Por que estrelas e planetas

são praticamente esféricos?"; Capítulo 12 (Quantidade de movimento e sua conservação), em "Mochila voadora". No Volume 2: Capítulo 5 (Termodinâmica), em "A geladeira"; e no Capítulo 9 (Fundamentos da óptica geométrica), em "Por que o céu diurno é azul?".

6.5. Faça você mesmo

São sugestões de atividades experimentais ou de verificação simples que servem para auxiliar no entendimento de fenômenos e conceitos importantes e que podem ser desenvolvidas com material de fácil obtenção. O estudante terá oportunidade de perceber a importância da experimentação em Física, ciência essencialmente pautada por essa prática. Buscamos ainda, nessa seção, desenvolver no estudante algumas competências e habilidades, fazendo-o compreender que uma pesquisa deve ter objetivos claros, a elaboração de hipóteses, uma bem encadeada sequência de procedimentos, análise e síntese, tudo isso com vistas a abrir portas a novas investigações e conclusões.

Destacamos como exemplos alguns experimentos típicos. No Volume 1: Capítulo 3 (Movimentos circulares), "Estudando engrenagens acopladas por uma corrente"; no Capítulo 5 (Princípios da Dinâmica) em "Obtendo a constante elástica de uma mola"; no Capítulo 14 (Estática dos fluidos) em "A vela que ergue água". No Volume 2: Capítulo 4 (Gases perfeitos), "Enchendo um balão com gás obtido de uma reação química". No Volume 3: Capítulo 1 (Cargas elétricas), "Solução iônica (condutora de eletricidade)"; no Capítulo 11 (Indução eletromagnética) em "Estudando a corrente induzida".

As seções *Faça você mesmo* que apresentam atividades experimentais são estruturadas em três partes: *Material necessário*, com a lista de itens para a realização da atividade; *Procedimento*, com a descrição dos passos da prática a ser desenvolvida; e *Analisando o experimento*, em que apresentamos um conjunto de questões que visam, sobretudo, à construção de uma explicação física para o fato observado e a busca de conexões com fenômenos similares e outros saberes. Subsídios para responder às questões do *Analisando o experimento* podem ser encontradas nestas Orientações didáticas.

6.6. Questões comentadas

Trata-se de um conjunto de questões autorais, dissertativas em sua maioria, resolvidas em detalhes. Essas atividades criam a possibilidade de complementação do texto teórico e se prestam ainda a uma primeira abordagem quantitativa da teoria e ponto de partida para resolução de atividades análogas. Por meio das *Questões comentadas* fica possível implementar, de maneira integral, a linguagem da disciplina, já que ferramentas matemáticas, códigos e símbolos inerentes à Física são empregados em situações diversas e bem definidas.

6.7. Questões propostas

Majoritariamente autorais e dissertativas, são atividades formuladas para resolução em sala de aula e em casa. Essas questões estão dispostas conforme a sequência da teoria e em ordem crescente de dificuldade, ou seja, exigindo-se maior capacidade de articulação de informações e/ou de transferência a vários contextos. Houve preocupação em elaborar uma compilação sem repetições, isenta de objetivos meramente mecanicistas ou de manipulação matemática. Abordou-se em cada situação-problema um contexto distinto, o que permitirá ao professor discorrer sobre uma grande diversidade de situações e propor inúmeros questionamentos à classe. Priorizou-se dotar o estudante de habilidades para decodificar textos científicos, enunciados, gráficos, infográficos e tabelas, além de fazer operações e cálculos envolvendo os conceitos físicos tratados nos capítulos correspondentes. As *Questões propostas* são ainda, em sua maioria, ricas em temas transversais que possibilitarão discussões sobre História da Ciência, tecnologia, meio ambiente, sustentabilidade etc.

6.8. Intersaberes

É uma seção em que, em geral, depois de uma introdução autoral, oferecemos ao estudante textos de terceiros que de alguma forma corroboram com a ideia central, ilustram, complementam ou aprofundam o conteúdo do capítulo. Em alguns casos, apresentamos trechos de artigos científicos, como ocorre no Volume 1: Capítulo 7 (Resultantes tangencial e centrípeta) em "Como é viver em ambientes de microgravidade?"; no Capítulo 11 (Energia mecânica e sua conservação) em "Salvo pelo neutrino", ambos com publicações da *Scientific American Brasil*. E também no Volume 3: Capítulo 1 (Cargas elétricas), em "A composição 'atual' da matéria", suplementado por um texto do físico Marcelo Gleiser. Valemo-nos também de excertos de livros, como, por exemplo, no Volume 1, Capítulo 8 (Gravitação), em "Teorias que se sucedem", com um trecho do livro *Big-bang*, de Simon Singh; e trechos de reportagens, como pode ser notado no Volume 2, Capítulo 13 (Instrumentos ópticos e Óptica da visão), em "Estamos sós no Universo?", com fragmentos de matérias da revista *Veja*. Há que se destacar também o "Luz: esse ente físico essencial", com uma menção a 2015, Ano Internacional da Luz, alinhavado com um

diálogo entre Física e Biologia sobre absorção de luz e produção de clorofila pelas plantas, apresentado no Capítulo 9 (Fundamentos da óptica geométrica).

Tudo isso para fazer sentir que a ciência Física é também um grande foro de debates, aberto e entrelaçado à sociedade, passível de intercâmbio de pontos de vista e livres manifestações.

Ao final dos *Intersaberes* colocamos questões compiladas em *Compreensão, pesquisa e debate*, cuja finalidade é remeter o estudante a desdobramentos teóricos, críticos e/ou argumentativos, envolvendo inquirições de caráter filosófico, tecnológico, ambiental e de sustentabilidade. As indicações para responder às questões propostas em *Compreensão, pesquisa e debate* constam também nestas Orientações didáticas.

É oportuno salientar que, como o próprio nome da seção sugere, os *Intersaberes* propõem dentro da obra uma possibilidade de trabalho interdisciplinar. Eles fomentam a integração de componentes curriculares diversos, que podem ampliar sobremaneira o questionamento e o debate, além de estimular a pesquisa, o que permite o envolvimento de professores de outras áreas, como Química, Biologia, Geografia, História etc.

6.9. Descubra mais

Trata-se de um boxe cujo objetivo principal é estimular a pesquisa por meio da leitura de outros textos, inclusive daqueles disponíveis na internet. Em alguns casos são propostas perguntas de caráter interdisciplinar, que visam ampliar os limites da abordagem do texto. Essas questões, abertas em sua maioria, também podem ser objeto de debates em sala de aula, além de temas para produção escrita.

O estudante não tem acesso às respostas das perguntas do *Descubra mais*. Porém, constam nestas Orientações didáticas subsídios que visam amparar o professor na elaboração de suas considerações a respeito.

7 ESTRATÉGIAS DE APLICAÇÃO DA OBRA

O presente material é capaz de atender à sala de aula e ao estudo em casa. A obra apresenta também muitos temas que a habilitam como um rico compêndio de Física e de suas relações com outras disciplinas, áreas do conhecimento e contextos atuais, tornando-a adequada a leituras adicionais e pesquisas.

Esta coleção é versátil e pode se adequar a cursos com enfoques e objetivos distintos e diferentes números de aulas semanais.

No caso de uma carga horária reduzida – com três ou menos aulas semanais –, os temas presentes na obra poderão ser selecionados pelo professor, sem prejuízo da sua proposta ou metodologia. Nessa situação, sugere-se que o professor suprima, de acordo com suas necessidades e em atendimento ao seu planejamento de curso, algumas seções teóricas, eventuais boxes e determinadas atividades. É recomendável trabalhar aquilo que efetivamente não pode faltar, como está indicado em itens específicos presentes nestas Orientações didáticas. Além do que está sugerido, propõe-se desenvolver os principais *Faça você mesmo* e atividades essenciais, a critério do professor. Leituras complementares e outras atividades podem ser recomendadas como tarefa de casa.

Todavia, com uma carga horária maior – com quatro ou mais aulas semanais –, será possível a utilização plena da obra, usufruindo-se de todas as suas seções, potencialidades e aprofundamentos sugeridos nestas Orientações didáticas.

8 A AVALIAÇÃO

O processo avaliativo deve ser o mais abrangente possível, a fim de considerar sempre o maior número de competências e habilidades desenvolvidas. Entendemos que um estudante deva ter oportunidade de ver suas melhores potencialidades valorizadas e colocadas a serviço de uma avaliação mais ampla.

É importante salientar que a presença efetiva dessas potencialidades e seu grau de manifestação são variáveis que diferem de indivíduo para indivíduo, caracterizando e distinguindo cada pessoa.

Deve-se ter em conta fatores como cognição, engajamento no curso (atenção, participação e empenho), postura em sala de aula e no laboratório, criatividade, iniciativa, as capacidades crítica e argumentativa, além do interesse e apreço pela disciplina. Recomenda-se também valorizar a habilidade em solucionar situações-problema, realizar atividades e responder a questões, testes conceituais e atividades que exijam o entendimento das leis físicas e suas aplicações nos vários contextos.

Os elementos de avaliação devem também ser propostos para grupos de estudantes, considerando-se que é essencial no mundo contemporâneo aprender a

trabalhar em cooperação, lidando-se com as idiossincrasias individuais de cada participante de uma mesma equipe.

É ainda fundamental que haja pontualidade em relação à entrega das atividades propostas para casa, que devem preencher parte do tempo do estudante em sua rotina extraclasse.

Ressaltamos que, dentre os instrumentos avaliativos, é necessária sua distribuição entre avaliação diagnóstica, processual e de resultados.

Relacionamos a seguir alguns instrumentos que podem ser cogitados na avaliação:

- Os trabalhos de pesquisa em livros, revistas, jornais e na internet sobre temas variados, como aqueles ligados à História da Ciência e às tecnologias decorrentes da Física. Esses trabalhos podem ser solicitados individualmente ou em grupos e apresentados por meio de textos escritos, painéis ou explanações orais;
- A designação e correção de atividades requeridas em sala de aula ou para casa;
- A leitura e discussão de artigos sobre Física que relacionem essa ciência com o meio ambiente e a vida sustentável;
- O acompanhamento e correção de produções escritas elaboradas pelos estudantes sobre Física, que podem ser textos de lápis e papel ou postagens em *blogs* ou outros meios que usem o computador e/ou a internet;
- A apresentação de seminários pelos estudantes e/ou debates sobre temas diversos, que envolvam a integração da Física com outras áreas do conhecimento – nesse caso, é recomendável envolver outras disciplinas, como Química, Biologia, História, Geografia etc.;
- A produção e edição de vídeos com conteúdo científico e/ou tecnológico que possam ser exibidos e debatidos em sala de aula;
- As encenações de textos teatrais sobre História da Ciência e Ciências da Natureza, especialmente a Física;
- A construção de maquetes e aparatos científicos que possam ser exibidos em feiras de ciências e afins. Nesse caso, uma explanação detalhada do projeto, funcionamento e leis físicas envolvidas no material elaborado são essenciais;
- A participação em olimpíadas e outras contendas escolares – o que deve ser sempre estimulado pelo professor – com seus respectivos resultados;
- As provas propriamente ditas – estas devem conter sempre que possível questões objetivas (de múltipla escolha) e dissertativas (analítico-expositivas). Sugere-se que as formulações tragam enunciados contextuais e/ou interdisciplinares, que exijam intelecção, além de competências crítica e argumentativa. O professor deverá registrar o desempenho global do estudante, observando sua capacidade de entendimento dos contextos propostos e o domínio das leis e conceitos físicos exigidos para solucionar cada proposição.

A seleção criteriosa desses instrumentos, conforme a conveniência de cada classe, a nosso ver, permite extrair um conceito amplo e justo do desempenho escolar do estudante, representativo das competências e habilidades adquiridas por ele ao longo do processo de ensino-aprendizagem.

COMO ESTAS ORIENTAÇÕES FUNCIONAM

O professor encontrará bastante amparo nas *Orientações específicas* para cada volume da coleção, seja para elaborar seu planejamento de curso, preparar suas aulas, aprofundar o entendimento sobre os temas tratados, ou mesmo para consultar a resolução de atividades.

Ao final das *Orientações específicas*, apresentamos um apêndice, que designamos *Material complementar*. Nesse apêndice, disponibilizamos conteúdo adicional (que poderá ser usado como aprofundamento) ou, ainda, atividades experimentais adicionais, que poderão ser reproduzidas e disponibilizadas para os estudantes.

Nas *Orientações específicas*, para cada capítulo há, de forma recorrente, cinco seções descritas a seguir.

9.1. Objetivos do capítulo

Traz uma síntese do que será tratado no texto, com destaque aos pontos mais relevantes. Há também nessa seção indicações das habilidades e competências a serem adquiridas pelo estudante ao término do processo de ensino-aprendizagem da unidade didática desenvolvida.

9.2. O que não pode faltar

É uma relação de itens fundamentais, em nossa opinião, e que sugerimos serem explorados cuidadosamente em classe (com auxílio de lousa eletrônica ou quadro de giz), servindo de roteiro para o desenvolvi-

mento de aulas expositivas sobre o assunto. Há indicações dos blocos teóricos a serem comentados, intermeados por recortes para o encaixe de atividades.

Destacamos que esse encadeamento de itens – *O que não pode faltar* – constitui apenas uma proposição dos autores, fruto de experiência em sala de aula, que não deve ser levado de forma dogmática, já que entendemos que o colega professor também dispõe de suas opções e planejamento igualmente eficientes.

9.3. Algo mais

É constituído por sugestões didáticas para uma melhor exploração do conteúdo. Sempre que oportuno, há também demonstrações, outras abordagens teóricas e conceituais do tema em estudo, experimentos, contextos adicionais em que o assunto se aplica e textos complementares que, em caso de disponibilidade de tempo dentro da programação, poderão ser utilizados nas aulas como fonte temática para discussões.

9.4. Subsídios

Todas as questões apresentadas em *Descubra mais*, *Analisando o experimento* (ao fim da seção *Faça você mesmo*) e *Compreensão, pesquisa e debate* (ao término da seção *Intersaberes*) receberam resolução ou encaminhamentos autorais e/ou de terceiros por meio de textos de natureza diversa. Foram incluídas nas *Orientações específicas* artigos de jornais, revistas e internet (com os respectivos *links*), além de excertos de livros. É importante observar que algumas dessas questões são compostas de perguntas quase sempre abertas, não dispondo, portanto, de uma resposta unívoca e objetiva. Por isso, preferimos utilizar a palavra "subsídios", já que a intenção foi apenas proporcionar um encaminhamento inicial para responder às inquirições.

O professor encontrará, em grande parte desses subsídios, textos que servirão, inclusive, para conexão com outros saberes e pretextos à interdisciplinaridade.

Certos "subsídios" também poderão ser oferecidos aos estudantes a título de curiosidade ou aprofundamento, motivando a criação de grupos de estudo.

9.5 Resolução das Questões propostas

As atividades da seção *Questões propostas* acham-se resolvidas nas *Orientações específicas* destas Orientações didáticas. Entendemos que – sobretudo em Física e demais disciplinas da área de Exatas – isso se faça necessário para que o colega professor tenha uma indicação por parte dos autores de um caminho para se chegar à resposta sugerida.

Procuramos desenvolver as resoluções com base em nossa experiência na regência de sala de aula, propondo o passo a passo didático que normalmente levamos para o quadro de giz.

Salientamos, porém, que fica a critério do professor adotar outras formas de encaminhar a resolução, bem como aproveitar contextos apresentados nos enunciados para discutir temas transversais, fazendo suas inclusões conforme julgar oportuno, dentro da sua disponibilidade de tempo e na abrangência que desejar.

SUGESTÕES PARA SUPLEMENTAÇÃO

Nesta seção, o professor encontrará indicações de livros, vídeos e *sites* que poderão ser utilizados para enriquecimento pessoal e sugestões de leitura e pesquisa aos estudantes, prestando-se ainda como substancial suporte às aulas expositivas.

Há uma sinopse para cada item (livro, vídeo ou *site*), que poderá contribuir para uma seleção mais rápida dentre as mídias apontadas.

10.1. Livros

- **25 grandes ideias: como a Ciência está transformando nosso mundo**
  Robert Matthews. Jorge Zahar Editor. 2008.

  Robert Matthews analisa neste livro 25 ideias científicas, desde a teoria dos jogos até a energia escura, passando pela inteligência artificial, o gene egoísta e o *big-bang*. Ao mesmo tempo que descreve como cada uma foi desenvolvida, mostra que elas estão mudando nosso dia a dia.

- **A antimatéria**
  Gabriel Chardin. Instituto Piaget Editora. 2000.

  A antimatéria é uma matéria hipotética, cujos constituintes seriam átomos formados por antipartículas (partícula cuja totalidade ou parte tem valores opostos aos de uma outra partícula de mesma massa). Difícil de entender? Este livro convida o leitor a descobrir e a entender a antimatéria.

- **A arte da guerra contra os raios**
  Osmar Pinto Jr. Editora Oficina de Textos. 2005.

  Este livro descreve a luta que a humanidade tem travado contra os raios elétricos, que causam mais prejuízos do que imaginamos.

- **A dança do Universo – edição de Bolso**
  Marcelo Gleiser. Editora Companhia de Bolso. 2006.

  Este livro percorre a história da humanidade para nos apresentar as mais variadas versões sobre a criação do Universo e mostra que ciência, mito e religião não foram

ou não são discursos tão dissociados quanto poderíamos imaginar. Recebeu o Prêmio Jabuti 1998 de Melhor Ensaio e Biografia.

- **A face oculta da natureza: o novo mundo da Física Quântica**
  Anton Zeilinger. Editora Globo. 2005.

  Nesta obra, o físico austríaco Anton Zeilinger explica os conceitos pertinentes à Física Quântica com clareza e didatismo, partindo dos elementos mais básicos e tornando-os compreensíveis ao público em geral. Além disso, faz uma diferenciação entre teoria física e experimento e mostra a relação entre eles.

- **A harmonia do mundo**
  Marcelo Gleiser. Editora Companhia das Letras. 2006.

  Este romance histórico procura recriar a vida e a obra de Johannes Kepler (1571-1630), autor das três leis fundamentais da mecânica celeste, hoje conhecidas como leis de Kepler.

- **A história da luz**
  Alfredo Roque Salvetti. Editora Livraria da Física. 2006.

  Este livro trata da história da luz desde seu surgimento até os dias de hoje, em que o ser humano desenvolve teorias para entender a natureza e constrói ferramentas para modificar o mundo.

- **A história do átomo: de Demócrito aos *quarks***
  Jader Benuzzi Martins. Editora Ciência Moderna. 2002.

  A história da Física é um tema pouco abordado pela literatura brasileira especializada. Assim, com este livro, o autor pretende preencher parte desse vazio. Boa leitura para complementar os estudos de Termodinâmica e Física Moderna.

- **A imagem do mundo: dos babilônios a Newton**
  Arkan Simaan e Joëlle Fontaine. Editora Companhia das Letras. 2003.

  Em um estilo claro e envolvente, os autores reconstroem a representação que sucessivas civilizações fizeram da Terra e do Universo, desfazendo estereótipos e evidenciando o caráter fascinante da evolução do conhecimento científico desde a Antiguidade até o Iluminismo.

- **A luz – Coleção Temas Atuais de Física**
  Ricardo Barthem. Editora Livraria da Física. 2005.

  Neste livro, o conhecimento científico é apresentado segundo a sequência histórica com que foi apreendido. Com noções básicas sobre a formação de imagens, o livro descreve a óptica do olho humano e de alguns sistemas ópticos. Além disso, trata da óptica física, da Teoria da Relatividade e da natureza quântica da luz e suas implicações tecnológicas.

- **A viagem de Merlin pelo Universo**
  Neil de Grasse Tyson. Editora Globo. 2008.

  Este livro faz um apanhado de perguntas pertinentes ao mundo da Astronomia, que são hipoteticamente respondidas pelo mago Merlin.

- **A Terra em que vivemos: texto e atividades – Coleção Ciência & Entretenimento**
  Rodolpho Caniato. Editora Átomo. 2007.

  Este livro apresenta, de forma didática e lúdica, módulos que auxiliam o professor no ensino de Ciências. As atividades incitam os estudantes a refletir sobre os conhecimentos já adquiridos e a relacioná-los com os apresentados nesta obra, auxiliando, assim, a assimilação dos conteúdos.

- **À boleia com Isaac Newton: o automóvel e a Física**
  Barry Parker. Editora Edições 70. 2006.

  Um automóvel em movimento: dificilmente suspeitaríamos de que a Física estivesse tão presente – aceleração, frenagem, combustão, geradores, espelhos, GPS etc. Este livro tem como objetivo explicar os conceitos de Física envolvidos no funcionamento dos carros.

- **As descobertas astronômicas de Galileu Galilei**
  António Augusto Passos Videira. Editora Vieira & Lent. 2009.

  Freud teria dito que três episódios ocorridos na história da humanidade abalaram profundamente a imagem que fazíamos de nós mesmos. Um deles, trazido por Galileu, comprovou que jamais ocupamos o centro físico do Universo. Veja neste livro como se deu tal acontecimento.

- **As fantásticas invenções de Nikola Tesla**
  Nikola Tesla e David Hatcher Childress. Madras Editora. 2004.

  Neste livro, Nikola Tesla nos conta como pretendia "eletrificar" o mundo com a energia livre e apresenta os resultados de suas pesquisas.

- **As nove ideias malucas da Ciência: e elas podem até ser verdade**
  Robert Ehrlich. Editora Prestígio. 2008.

  Partindo da premissa de que muitas das verdades científicas surgiram de ideias estapafúrdias, o autor nos apresenta nove dessas ideias pautando-se em assuntos do dia a dia, como criminalidade urbana ou bronzeamento de pele, e em termos intrigantes, como o *big-bang* ou a viagem no tempo.

- **Alice no País do *Quantum*: a Física Quântica ao alcance de todos**
  Robert Gilmore. Jorge Zahar Editor. 1998.

  Nesta alegoria sobre o mundo da Física Quântica, o autor traz um repertório abrangente dos aspectos tratados por esse ramo da Física, colocando-os na forma de desafios, jogos e atrações bastante instigantes.

- **Astronáutica: do sonho à realidade**
  Ronaldo Rogério Freitas Mourão. Editora Bertrand Brasil. 1999.

  A Astronáutica é a ciência que trata da construção e da operação de veículos projetados para viajar no espaço interplanetário ou interestelar. O encantamento que ela causa motiva alunos e amantes da Física a estudar com afinco os movimentos balísticos, movimentos circulares e uniformes (MCU), Gravitação etc.

- **Astronomia e Astrofísica**
  Kepler de Souza Oliveira Filho. Editora Livraria da Física. 2004.

  Este livro busca explicar o que são o céu e o Universo que vemos. Usa a Física como uma ferramenta que permite conhecer o Universo e descobrir as leis da Física. Trata-se de um texto de aprofundamento dos conhecimentos astronômicos.

- **Batendo à porta do céu**
  Lisa Randall. Editora Companhia das Letras. 2011.

  A autora começa abordando a evolução do modelo padrão, chegando às partículas mais sutis, algumas detectáveis no LHC. Faz considerações sobre Física de partículas extrapolando para os corpos celestes e o Universo. Trata do bóson de Higgs – a partícula de Deus – e conjectura a respeito da participação dela na criação de toda a sorte de matéria que conhecemos.

- ***Big-bang*: tudo sobre a mais importante descoberta científica de todos os tempos e por que esse conhecimento é indispensável**
  Simon Singh. Editora Record. 2006.

  O autor expõe a teoria do *big-bang* e esclarece por que ela é considerada pelos cosmólogos a melhor descrição da origem do Universo. Além disso, com base em uma narrativa bem-humorada, ele conta a evolução da Física Moderna e a luta dos cientistas que contestaram a ideia de um cosmos eterno e estático. É leitura de qualidade e de "satisfação garantida".

- **Bohr: o arquiteto do átomo – Coleção Imortais da Ciência**
  Maria Cristina Abdalla. Odysseus Editora. 2006.

  A autora nos apresenta o trabalho de um dos mais renomados físicos da era moderna.

- **Bohr e a teoria quântica em 90 minutos – Coleção Cientistas em 90 Minutos**
  Paul Strathern. Jorge Zahar Editor. 1999.

  Paul Strathern apresenta a origem e o desenvolvimento da Mecânica Quântica por meio do trabalho do célebre cientista dinamarquês Niels Bohr.

- **Buracos negros: rompendo os limites da ficção**
  Daniel Vanzella e George Matsas. Editora Vieira & Lent. 2008.

  Os autores deste livro se prontificaram a explicar o que são os buracos negros, partindo de Aristóteles, passando por Copérnico, Kepler, Galileu, Newton, entre outros, até chegar a Einstein e à Mecânica Quântica.

- **Conversa sobre fé e ciência**
  Frei Betto e Marcelo Gleiser, com Waldemar Falcão. Editora Agir. 2011.

  Trata-se de uma entrevista, conduzida pelo jornalista Waldemar Falcão, com Frei Betto e Marcelo Gleiser que contrapõem suas visões teológica e científica, respectivamente, buscando na medida do possível interfaces de acomodação entre as duas perspectivas. O texto é rico em detalhes culturais, mostrando-se bem-humorado em alguns momentos.

- **Curie e a radioatividade em 90 minutos – Coleção Cientistas em 90 Minutos**
  Paul Strathern. Jorge Zahar Editor. 2000.

  Marie Curie, ganhadora de dois prêmios Nobel, foi uma das maiores cientistas do século XX. Este livro é um relato fascinante de sua vida e de seu trabalho com o rádio, que permitiu progressos na Física nuclear e no tratamento do câncer.

- **$E = mc^2$**
  David Bodanis. Editora Ediouro. 2001.

  Em 1905, Albert Einstein produziu cinco artigos que entraram para a história, pondo por terra crenças científicas até então estabelecidas. Em um desses estudos, ele introduzia a Teoria da Relatividade e apresentava sua famosa equação: $E = mc^2$, tema-chave desse livro, que procura explicar o significado de cada parte da equação.

- **Einstein: o reformulador do Universo**
  Cássio Leite Vieira. Odysseus Editora. 2003.

  A Teoria da Relatividade, elaborada por Albert Einstein, mudou a concepção de tempo e espaço vigente até então. Este livro se propõe a esmiuçar esse acontecimento.

- **Einstein e a Relatividade em 90 minutos – Coleção Cientistas em 90 Minutos**
  Paul Strathern. Jorge Zahar Editor. 1998.

  Que sentido a Teoria da Relatividade tem para nós, reles mortais? A resposta para esta e para outras perguntas pode ser encontrada neste livro, que também mostra a vida atribulada de Albert Einstein e sua luta contra as armas nucleares e o antissemitismo.

- **Energia: uma abordagem multidisciplinar**
  Maria Paula T. de Castro Burattini. Editora Livraria da Física. 2008.

  Este livro traz elementos essenciais para uma reflexão sobre o tema. O que são fontes de energia? Qual é o papel da energia na evolução do ser humano? Por que a opção pela eletricidade? Como contribuir para o desenvolvimento sustentável?

- **Estrelas e planetas: guia prático**
  Rebeca Kingsley. Editora Nobel. 2000.

  Neste guia prático o leitor encontrará informações úteis e práticas para compreender o Sistema Solar, os fenômenos luminosos e muito mais sobre o Universo do qual fazemos parte. Ideal para acompanhar as aulas de Gravitação.

- **Explicando a Teoria da Relatividade**
  Ronaldo Rogério de Freitas Mourão. Editora Ediouro. 2005.

  Este livro expõe, por meio de uma linguagem clara, os fenômenos descritos pela Teoria da Relatividade, como as dilatações do espaço e do tempo, a natureza compartilhada entre a matéria e a energia, o Universo quadridimensional, a viagem através do tempo e as fundações modernas da cosmologia. Além disso, traça um apanhado histórico do desenvolvimento da ciência antes de Einstein e traz os últimos avanços nas pesquisas astronômicas.

- **Faraday & Maxwell: luz sobre os campos – Coleção Imortais da Ciência**
  Frederico Firmo de Souza Cruz. Odysseus Editora. 2015.

  Narrado como gênero ficcional, este livro revela a união intrínseca entre eletricidade e magnetismo e a natureza da luz.

- **Fique por dentro da Física Moderna**
  John Gribbin. Editora Cosac Naify. 2001.

  Obra introdutória para o curso de Física Moderna, este livro traz orientações para a caminhada nesse meandro formado por um cabedal de teorias que para a maior parte de nós soam completa e totalmente estranhas. Escrito em uma linguagem clara, explica as teorias da Física Moderna e as novidades sobre a teoria do caos.

- **Física: Einstein para o Ensino Médio**
  Márcio Barreto. Editora Papirus. 2009.

  Este livro tem por objetivo complementar os estudos sobre a Física Moderna realizados no Ensino Médio. Sua abordagem, multidisciplinar, reflete o impacto do trabalho de Einstein sobre o conjunto da sociedade do século XX.

- **Física do dia a dia: 105 perguntas e respostas sobre a Física fora da sala de aula**
  Regina Pinto de Carvalho (org.). Editora Gutenberg. 2011.

  Este livro apresenta uma série de questões referentes a fenômenos que ocorrem no nosso dia a dia, respondidas sucintamente, sem usar fórmulas. Baseando-se nisso, a autora procura despertar o interesse pela Física não só dos estudantes, mas também de pessoas leigas, já que encontrarão respostas para muitas dúvidas intrigantes.

- **Fundamentos de Física conceitual**
  Paul G. Hewitt. Editora Bookman. 2009.

  Fazendo uso de uma abordagem pedagógica inovadora, o autor arrola e esmiúça os principais conceitos da Física, suplementando-os com uma série de problemas correlatos que, resolvidos pelo leitor, dão uma última polida em todo o conhecimento recém-adquirido.

- **Galileu e a nova Física – Coleção Imortais da Ciência**
  Pablo Rubén Mariconda e Júlio Vasconcelos. Odysseus Editora. 2006.

  Os autores fazem um relato sobre as investigações realizadas por Galileu. O conteúdo revolucionário a elas associado levaram-no a ser condenado pela Inquisição promovida pela Igreja Católica. Leitura útil para complementar o estudo da Gravitação.

- **Galileu e o sistema solar em 90 minutos – Coleção Cientistas em 90 minutos**
  Paul Strathern. Jorge Zahar Editor. 1999.

  Eis uma leitura dinâmica que permite a abertura para a percepção da obra de Galileu Galilei.

- **Guia do observador de nuvens**
  Gavin Pretor-Pinney. Editora Intrínseca. 2008.

  Com um tema inusitado, este livro, ao combinar referências históricas, culturais e científicas, informa e diverte, explorando pontos como a origem e os tipos de nuvens, suas formas, seu uso em estratégias de guerra etc. Serve como leitura complementar para estudar a convecção térmica.

- **Guia Ilustrado Zahar: Astronomia**
  Ian Ridpath. Jorge Zahar Editor. 2006.

  É provável que a humanidade já não olhe para o céu com a mesma curiosidade de séculos atrás. Ela se atém tanto ao cotidiano que perpassa pela sua vida que deixou de sonhar. Mas nunca é tarde demais. Faça essa viagem na companhia de Ridpath e deleite-se com o estudo da Astronomia.

- **Guia Manga de Física: Mecânica Clássica**
  Hideo Nitta e Keita Takatsu. Editora Novatec. 2010.

  Por que Megumi encontraria dificuldade em acompanhar as aulas de Física? Afinal de contas, o esporte que ela pratica – o tênis – envolve muitos fenômenos físicos, sem os quais a modalidade sequer existiria. Leia este livro e descubra como ela resolveu o problema.

- **História da Astronomia**
  Heather Couper e Nigel Henbest. Editora Larousse Brasil. 2009.

  Este livro faz mais que relatar o conhecimento amealhado pela humanidade a respeito do Universo. Cada pergunta formulada no decorrer dos séculos sobre esse assunto trouxe sempre embutida uma outra: quem somos nós? Aqui você encontrará algumas respostas.

- **Manual do astrônomo: uma introdução à Astronomia observacional e à construção de telescópios**
  Ronaldo Rogério Freitas Mourão. Jorge Zahar Editor. 1995.

  Este manual apresenta técnicas e métodos de observação, tanto a olho nu quanto através de binóculos, lunetas e telescópios, e ensina também como construí-los. Além disso, há vários apêndices, como glossário, listas de observatórios, associações e planetários e lojas de material astronômico.

- **Máquina do tempo: um olhar científico**
  Mário Novello. Jorge Zahar Editor. 2005.

  O autor apresenta o modo como os cientistas, com o auxílio da Teoria da Gravitação de Einstein, têm tentado equacionar essa questão. Ele assume essa tarefa com a intenção de tornar a resposta compreensível para um público de não especialistas.

- **Meio ambiente & Física 4**
  Eduardo Landulfo. Editora Senac São Paulo. 2005.

  Este livro apresenta o modo como a Física pode ser utilizada para questionar e resolver os problemas ambientais existentes hoje.

- **Micro-macro 2: mais reflexões sobre o homem, o tempo e o espaço**
  Marcelo Gleiser. Publifolha Editora. 2007.

  Coletânea das colunas escritas pelo autor no jornal *Folha de S.Paulo*. Dirigido tanto a leigos quanto a diletantes, os artigos procuram atender a uma gama maior de leitores.

- **Micro-ondas – Coleção Temas Atuais de Física**
  Regina Pinto de Carvalho. Editora Livraria da Física. 2005.

  O que são as micro-ondas, quais são suas características e como e onde elas podem ser aplicadas, eis o conteúdo desta obra.

- **Mudanças climáticas: premissas e situação futura**
  Demetrius Henrique Cardoso de Almeida. LCTE Editora. 2007.

  Esta obra aborda um dos temas bastante em voga nos dias de hoje: o efeito estufa. Decorrente da emissão excessiva de gases poluentes, ele tem provocado um aumento da temperatura média mundial do planeta, fator que tem contribuído para desestabilizar os ecossistemas existentes.

- **Mundos invisíveis: da alquimia à Física de partículas**
  Marcelo Gleiser. Editora Globo. 2008.

  Ao longo de dez capítulos, Gleiser aborda os principais questionamentos da ciência na história. A busca do elixir da vida pelos alquimistas, os estudos sobre o cosmo, a eletricidade e o magnetismo e a fascinante Teoria da Relatividade são alguns dos temas tratados no livro.

- **Nanotecnologia: os riscos da tecnologia do futuro**
  Grupo ETC. L&PM Editores. 2005.

  A nanotecnologia (tecnologia de manipulação da estrutura física dos materiais, em escala atômica ou molecular) tem gerado muita controvérsia. Por meio desse contexto, o autor apresenta uma visão geral a respeito do tema.

- **Newton: a órbita da Terra em um copo d'água**
  Eduardo de Campos Valadares. Odysseus Editora. 2009.

  Neste livro, o autor relata a vida e a obra deste grande gênio, com toda a sua capacidade experimental, intuição científica e energia intelectual.

- **No coração das galáxias – Coleção Desvendando a Ciência**
  Sueli Maria Marino Viegas. Editora Edusp. 2007.

  Este livro procura desvendar a Astronomia para os leitores leigos. Partindo de situações do cotidiano, a autora apresenta experiências científicas clássicas, levando o leitor a familiarizar-se com seus pressupostos teórico-metodológicos.

- **Nossa estrela: o Sol – Coleção Temas Atuais de Física**
  Adriana Valio Roque Silva. Editora Livraria da Física. 2007.

  No decorrer do tempo, cada vez mais descobertas têm sido feitas a respeito do nosso Sol. Este livro faz uma compilação das mais recentes delas e discorre sobre temas como a fonte de energia do Sol, sua atmosfera, as vibrações interiores, seu campo magnético etc.

- **O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**
  Leonard Mlodinow. Jorge Zahar Editor. 2011.

  O acaso deixa indícios indeléveis sobre o rumo que a vida toma. Ao menos é esse o ponto de vista adotado por Leonard Mlodinow. Para comprovar sua "tese", ele desfila uma série de acontecimentos determinados por... mero acaso.

- **O céu, mistério, magia e mito – Coleção Descobertas**
  Jean-Pierre Verdet. Editora Objetiva. 1987.

  Este livro traz histórias milenares que dão conta da atração que a humanidade sempre sentiu pelos fenômenos do cosmo e trata da dificuldade em separar mito de ciência.

- **O circo voador da Física**
  Jearl Walker. LTC Editora. 2008.

  Com exemplos baseados nas pesquisas publicadas em revistas científicas, este livro se propõe a fornecer ao leitor respostas para perguntas cotidianas como: Por que é possível ver dois arco-íris, mas não três? Como os lagartos andam na água e as cobras planam no ar?

- **O cosmo de Einstein: como a visão de Albert Einstein transformou nossa compreensão de espaço e tempo**
  Michio Kaku. Editora Companhia das Letras. 2005.

  Ao desbancar preceitos clássicos da teoria newtoniana, Einstein abriu caminho para algumas das mais importantes descobertas científicas do século XX. Suas ideias reverberaram em todos os campos da Física e transformaram profundamente nossa compreensão do espaço, do tempo e do cosmo.

- **O fim da Terra e do céu: o apocalipse na ciência e na religião**
  Marcelo Gleiser. Editora Companhia das Letras. 2011.

  Qual será o futuro da Terra e do Sol? Eles deixarão de existir? E quanto a nós? As religiões nos prometem salvação, mas e a ciência? É possível conciliar religião e ciência na busca por essas respostas? É disso que trata o livro escrito por Marcelo Gleiser.

- **O incrível mundo da Física Moderna**
  George Gamow. Editora Ibrasa. 2006.

  Narrado em um tom ficcional, este livro aborda diversos temas da Física Moderna com precisão, o que permite uma boa compreensão dos fenômenos e dos conceitos trabalhados.

- **O mágico dos *quarks*: a Física de partículas ao alcance de todos**
  Robert Gilmore. Jorge Zahar Editor. 2002.

  Neste livro, o autor se mune dos personagens de *O mágico de Oz* para tentar entender e explicar o universo das subpartículas atômicas, descrevendo a constante de Planck, a superposição, o tunelamento ou os *quarks* e os léptons.

- **O que é Astronomia – Coleção Primeiros Passos**
  Rodolpho Caniato. Editora Brasiliense. 1994.

  Este livro apresenta um panorama das conquistas alcançadas pela humanidade em busca da compreensão do Universo – dos primitivos conceitos aos mais recentes avanços da ciência (como a Radioastronomia).

- **O Sistema Solar**
  Alberto Delerue. Editora Ediouro. 2002.

  Este livro conta a história de uma grande aventura científica e tecnológica em uma linguagem direta e dinâmica.

- **O tempo que o tempo tem: por que o ano tem 12 meses e outras curiosidades sobre o calendário**
  Alexandre Cherman e Fernando Vieira. Jorge Zahar Editor. 2008.

  Esta obra traz uma reflexão sobre as motivações psicológicas e científicas para a caracterização do tempo que podem fazer sentido somente para a espécie humana.

- **O Universo elegante: supercordas, dimensões ocultas e a busca da teoria definitiva**
  Brian Greene. Editora Companhia das Letras. 1999.

  Brian Greene mostra o passo a passo da teoria das supercordas e como essa teoria pode levar a uma compreensão final sobre a estrutura e o funcionamento do Universo.

- **O Universo numa casca de noz**
  Stephen William Hawking. Editora Ediouro. 2013.

  O autor nos convida a iniciar uma jornada rumo aos bastiões da Física para tomarmos ciência dos princípios que regem o Universo: a Teoria da Relatividade, a Mecânica Quântica, o Princípio da Incerteza, a Teoria-M e as p-branas.

- **O Universo sem mistério: uma visão descomplicada da Física**
  Adriano A. Natale e Cássio Leite Vieira. Editora Vieira & Lent. 2003.

  Escrito pela equipe de pesquisadores do Instituto de Física Teórica da Universidade Estadual Paulista, este livro procura trazer aos olhos do leitor leigo as questões de vanguarda da pesquisa científica em Física e aborda desde as minúsculas partículas elementares até a imensidão do cosmos.

- **Ondas e *bits* – Coleção Temas Atuais de Física**
  Mauro M. Doria e Francioli da Cunha Marinho. Editora Livraria da Física. 2006.

  Ancorados nos princípios da Ondulatória, os autores discutem sobre o universo da comunicação digital, considerando duas vertentes: a do telégrafo (que teve início no século XIX) e a da internet (criada mais recentemente).

- **Óptica – Série Investigando**
  Daniel Cruz. Editora Ática. 2000.

  Este livro contém temas como a velocidade e a refração da luz, a fibra óptica, o raio laser etc., que podem servir de motivação para os estudos dos fenômenos ópticos.

- **Os erros de Einstein: as falhas humanas de um gênio**
  Hans C. Ohanian. Editora Larousse Brasil. 2009.

  Este livro convida o leitor a mergulhar na vida de Einstein e descobrir as forças fundamentais que moldaram suas conquistas. E mostra também que, apesar da genialidade, muitas falhas foram cometidas.

- **Os planetas**
  Dava Sobel. Editora Companhia das Letras. 2006.

  Recorrendo a outras áreas do conhecimento que não a Física (mitologia, música e até a astrologia etc.), a autora descreve ao leitor os planetas que integram nosso Sistema Solar, "contando com a ajuda" de físicos ilustres como Kepler, Galileu, Halley e outros.

- **Os sonhos atribulados de Maria Luísa: uma alegoria da cosmologia e da Física**
  Mário Novello. Jorge Zahar Editor. 2000.

  O autor faz de Maria Luísa, uma pré-adolescente filha de físico, o centro das atenções de toda uma série de acontecimentos que trazem à tona as mais variadas teses e discussões sobre a Física Moderna.

- **Passeio aleatório pela Ciência do dia a dia**
  Nuno Crato. Editora Livraria da Física. 2011.

  Sem que o leitor possa dar-se conta, o autor o leva a passear pelo cotidiano de que é feita nossa vida, abrindo seus olhos para uma ciência que antes ele não percebia. Obra de cunho interdisciplinar, útil para as provas do Enem e vestibulares em geral.

- **Perdido em Marte**
  Andy Weir. Editora Arqueiro. 2014.

  É um romance científico que narra a saga de um astronauta deixado no planeta vermelho depois de ser dado como morto após uma tempestade de areia. A missão é abortada e a tripulação viaja rumo à Terra sem o companheiro. O texto é rico em detalhes científicos de naturezas diversas, revelando um final surpreendente. O livro inspirou a produção de um filme de mesmo nome.

- **Poeira das estrelas**
  Marcelo Gleiser. Editora Globo. 2006.

  Baseado na série homônima exibida na televisão, o autor faz uma viagem ao passado remoto para buscar explicações para o começo de tudo. Ao descrever o balé de criação e destruição que rege o cosmo, ele faz da divulgação científica um veículo para a celebração estética.

- **Por que as coisas caem? Uma história da gravidade**
  Alexandre Cherman e Bruno Rainho Mendonça. Jorge Zahar Editor. 2010.

  Em um enredo que envolve personagens como Isaac Newton e Albert Einstein, este livro mostra por que a força gravitacional é a mais presente e enigmática das interações.

- **Radiação: efeitos, riscos e benefícios**
  Emico Okuno. Editora Harbra. 2007.

  Neste livro, o leitor encontrará respostas às perguntas que muitos poderiam fazer a respeito da radioatividade. Com uma linguagem acessível e didática, a autora faz um alerta às pessoas sobre os riscos e os benefícios de cada radiação.

- **Radiação ultravioleta: características e efeitos – Coleção Temas Atuais de Física**
  Emico Okuno e Maria Apparecida Constantino Vilela. Editora Livraria da Física. 2005.

  Este livro faz um alerta às pessoas sobre os riscos da exposição ao Sol sem proteção adequada, uma vez que existe uma forte relação entre câncer de pele e exposição aos raios ultravioleta do Sol.

- **Uma questão de graus**
  Gino Segrè. Editora Rocco. 2005.

  Livro de estreia do físico italiano Gino Segrè, esta obra conduz o leitor a uma jornada científica, histórica e cultural, abordando o corpo humano, a descoberta do fogo e tudo o que isso possibilitou em nossa sociedade.

- **Sinfonia das estrelas: a humanidade diante do cosmo**
  Sylvie Vauclair. Editora Globo. 2002.

  A autora coloca a humanidade diante do cosmo para mostrar os modos de funcionamento dessa natureza espacial.

- **Sobre os ombros de gigantes: uma história da Física**
  Alexandre Cherman. Jorge Zahar Editor. 2004.

  Neste livro o leitor tomará contato com as grandes questões que fundamentam o desenvolvimento da Física e identificará o esforço de alguns homens e mulheres para a construção do conhecimento na área.

- **Uma biografia do Universo: do *big-bang* à desintegração final – Coleção Ciência e Cultura**
  Fred Adams e Greg Laughlin. Jorge Zahar Editor. 2011.

  Para onde caminha a humanidade? Para o *Apocalypse Now* ou para sua perpetuação? Com base nas mais recentes descobertas da Astrofísica, os autores nos conduzem Universo adentro em busca de respostas.

- **Uma nova história do tempo**
  Stephen Hawking e Leonard Mlodinow. Editora Ediouro. 2005.

  Este livro explica de forma clara os principais conceitos abordados no *best-seller Uma breve história do tempo*, além de registrar os últimos progressos na busca por uma teoria unificada de todas as forças da Física.

- **Universo elétrico: a impressionante história da eletricidade**
  David Bodanis. Editora Record. 2008.

  Neste livro, David Bodanis explica de forma clara o que é a eletricidade e apresenta os virtuosos da Ciência que descobriram seus segredos.

- **Use a cabeça: Física**
  Heather Lang. Alta Books Editora. 2010.

  Guia ilustrado e envolvente sobre Mecânica, que traz ensinamentos práticos das leis da Física. Adotando uma abordagem inusitada, baseada na ciência cognitiva e na teoria do aprendizado, o autor nos convida a conhecer a Física de uma forma que não seja entediante.

10.2. Vídeos

- **A história dos ônibus espaciais – DVD4**
  Distribuidora: Flashstar Home Video. 2009.

  Este DVD conta a história do desenvolvimento dos ônibus espaciais, considerados a maior inovação tecnológica ocorrida no século XX.

- **Biografias – Isaac Newton – DVD4**
  Distribuidora: Log on Editora Multimidia. 2009.

  Este DVD, indicado para acompanhar os estudos dos capítulos de Cinemática, Dinâmica, Gravitação e Óptica, traz uma biografia de Isaac Newton, considerado o pai da ciência moderna.

- **Dias que abalaram o mundo 2 (Hiroshima, Primeiro teste nuclear e Acidente em Chernobyl)**
  BBC – Superinteressante. 2004.

  Estes vídeos são ótimos documentários sobre o primeiro teste nuclear, realizado em Hiroshima e sobre o acidente em Chernobyl.

- **Dias que abalaram o mundo 5 (Voo dos irmãos Wright e Chegada do homem à Lua)**
  BBC – Superinteressante. 2002.

  Ótimos documentários sobre o voo dos irmãos Wright e sobre a chegada do homem à Lua.

- **Os mistérios do cosmos – DVD4**
  Distribuidora: Focus Filmes. 2009.

  Este DVD traz vários acontecimentos que eclodiram no Universo, desde sua criação até os dias de hoje, além de grandes enigmas que foram decifrados e daqueles que ainda restam irresolvidos.

10.3. *Sites*

- **Aneel**
  Disponível em: <www.aneel.gov.br/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Site da Agência Nacional de Energia Elétrica traz informações e notícias sobre o setor elétrico. Acessando a área de Educação, encontram-se publicações com informações de utilidade pública, como o *Atlas de Energia Elétrica do Brasil* e as cartilhas *Por Dentro da Conta de Luz*, divulgadas pelas concessionárias estaduais.

- **Como Tudo Funciona**
  Disponível em: <www.hsw.uol.com.br>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Versão brasileira do *site How Stuff Works*, cuja sede fica nos Estados Unidos, este *site* procura explicar como tudo funciona. Entre os diversos assuntos abordados você encontra tudo sobre ambiente, carros, ciência, eletrônicos, entretenimento, esportes, informática, saúde, viagem e sua casa.

- **e-Física**
  Disponível em: <http://efisica.if.usp.br/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Ensino de Física *on-line* voltado para o Ensino Médio, uma realização do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada (Cepa) da USP. Os alunos poderão explorar a Física em todas as suas áreas em seis níveis de complexidade diferentes. Além disso, o *site* traz comunidades de aprendizagem, videoconferências e notícias científicas, e fornece material didático (livros, simulações, vídeos, fotografias, ilustrações, experimentos e demonstrações) e de apoio.

- **Feira de Ciências**

  Disponível em: <www.feiradeciencias.com.br>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Este *site* dá um destaque especial aos temas relacionados à Física, trazendo teoria, resumos, exercícios (com resolução) e experimentos.

- **Inovação tecnológica**

  Disponível em: <www.inovacaotecnologica.com.br/index.php>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Página eletrônica que traz as notícias mais recentes com descobertas e inovações científicas e tecnológicas. Entre os temas abordados no *site* estão espaço, meio ambiente, energia, informática, eletrônica e robótica. Há a possibilidade de se receber automaticamente por *e-mail* cada uma das publicações.

- **Nasa**

  Disponível em: <www.nasa.gov>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Este *site* (em inglês) traz vídeos, imagens, notícias atualizadas sobre as missões e todas as informações relacionadas à agência espacial estadunidense.

- **πon**

  Disponível em: <www.sbfisica.org.br/v1/novopion>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Este *site* é uma iniciativa da Sociedade Brasileira de Física cujo propósito consiste em levar noções básicas de Física ao público em geral, disponibilizando, para isso, material didático, vídeos, fotografias, ilustrações, simulações educativas, textos para leitura, informações de eventos na área, entre outros recursos relacionados à Física. Além disso, é um *site* que contribui para a formação de professores de Física no Ensino Médio.

- **Pontociência**

  Disponível em: <www.pontociencia.org.br>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Projeto desenvolvido por alunos e professores da Universidade Federal de Minas Gerais. Trata-se de uma comunidade virtual de professores, alunos e entusiastas da ciência. O *site* fornece instruções passo a passo, com fotos e vídeos, de experimentos de Química, Física e Biologia. O portal funciona como ponto de encontro que propicia a discussão da criação e da utilização de experimentos no ensino e na divulgação da ciência.

- **Seara da Ciência**

  Disponível em: <www.seara.ufc.br>. Acesso em: 4 mar. 2016.

  Espaço de divulgação científica e tecnológica da Universidade Federal do Ceará. Um acervo que procura estimular a curiosidade pela ciência, cultura e tecnologia, além de trazer sugestões para feiras de Ciências, curiosidades da Física, biografias de cientistas e um conjunto de textos assinados pela enigmática Dona Fifi, que na verdade são um apanhado da Física Moderna em seus primórdios.

10.4. Periódicos

- **Abrapec – Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**

  Disponível em: <http://revistas.if.usp.br/rbpec>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **ComCiência**

  Disponível em: <www.comciencia.br/comciencia/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Jornal da Ciência**

  Disponível em: <www.jornaldaciencia.org.br/index2.jsp>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Revista Brasileira de Ensino de Física**

  Disponível em: <www.sbfisica.org.br/v1/index.php?option=com_content&view=article&id=108&Itemid=232>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Revista Caderno Brasileiro de Ensino da Física**

  Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Revista Ciência e Cultura**

  Disponível em: <http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?script=sci_serial&pid=0009-6725&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Revista Ciência Hoje**

  Disponível em: <http://cienciahoje.uol.com.br/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Revista ComCiência – Revista Eletrônica de Jornalismo Científico**

  Disponível em: <www.comciencia.br/comciencia/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Revista Física na Escola**

  Disponível em: <www.sbfisica.org.br/fne/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Revista Investigações em Ensino de Ciências**

  Disponível em: <www.if.ufrgs.br/ienci/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

- **Revista Scientific American Brasil – Dueto editorial**

  Disponível em: <www2.uol.com.br/sciam/>. Acesso em: 4 mar. 2016.

11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONSO, M. S.; FINN, E. J. *Física*. São Paulo: Blucher, 2014. v. 1 e 2.

_____. *Física*: um curso universitário. São Paulo: Blucher, 2014.

_____. *Fundamentos cuánticos y estadísticos*. Cidade do México: Addison Wesley Longman, 1999.

ASIMOV, I. *O fim da eternidade*. São Paulo: Aleph, 2007.

_____. *Os próprios deuses*. São Paulo: Aleph, 2010.

ASOCIACIÓN FONDO DE INVESTIGADORES Y EDITORES. *Física*: una visión analítica del movimiento. v. 1. Lima: Lumbreras/Afined, 2006.

BACHELARD, G. *A formação do espírito científico*. Rio de Janeiro: Contraponto, 2002.

BEER, F. P.; JOHNSTON JR., E. R. *Mecânica vetorial para engenheiros*. São Paulo: McGraw-Hill/Makron Books, 1991.

BEN-DOV, Y. *Convite à Física*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1996.

BENSON, H. *University Physics*. Nova York: John Wiley & Sons, 1995.

BRASIL. *Leis, decretos etc. Estatuto da Criança e do Adolescente*, nº 8.069/1990.

_____. *Leis, decretos etc. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*, nº 9.394/96.

_____. *Leis, decretos etc. Plano Nacional de Educação 2014-2024*, nº 13.005/2014.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, 2000.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, 2002.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2013.

_____. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Matriz de referência para o Enem 2009*. Brasília, 2009.

BRAZ JR., D. *Física Moderna*: tópicos para o Ensino Médio. Campinas: Companhia da Escola, 2002.

BUKHOVTSEV, B. B. et al. *Problemas selecionados de Física elementar*. Moscou: Mir, 1997.

CANIATO, R. *O céu*. Campinas: Átomo, 2011.

CHAVES, A.; SAMPAIO, J. F. *Física básica*. São Paulo: Grupo Gen/LTC, 2007.

CUTNELL, J. D.; JOHNSON, K. W. *Física*. 6. ed. São Paulo: Grupo Gen/LTC, 2006.

EINSTEIN, A. *Como vejo o mundo*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2015.

EISBERG, R.; RESNICK, R. *Física Quântica*. Rio de Janeiro: Campus, 1994.

FEYNMAN, R. P. *Física em 6 lições*. Rio de Janeiro: Ediouro, 2006.

FISHBANE, P. M.; GASIOROWICZ, S.; THORTON, S. T. *Physics for scientists and engineers*. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

FORQUIN, J. C. *Escola e cultura*: as bases epistemológicas do conhecimento escolar. Porto Alegre: Artmed, 1993.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia*: saberes necessários à prática educativa. 43. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

GAMOW, G. *Gravidade*. São Paulo: Edart, 1973.

_____. *O incrível mundo da Física Moderna*. São Paulo: Ibrasa, 1976.

GARCIA, E. A. C. *Biofísica*. São Paulo: Sarvier, 2015.

GIANCOLI, D. C. *Física, principios con aplicaciones*. Cidade do México: Prentice Hall Hispanoamericana, 2007.

GROUEFF, S.; CARTIER, J. P. *O enigma do cosmo*. Rio de Janeiro: Primor, 1978.

GUAYDIER, P. *História da Física*. São Paulo: Martins Fontes, 1983.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos da física*. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

HAYT, W. H. *Eletromagnetismo*. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

HECHT, E. *Óptica*. Lisboa: Fund. Calouste Gulbekian, 2002.

KÓSEL, S. *Problemas de Física*. Moscou: Mir, 1986.

MATVEEV, A. N. *Electricidad y magnetismo*. Moscou: Mir. 1988.

MENEZES, L. C. de. *A matéria*: uma aventura do espírito. São Paulo: Livraria da Física, 2005.

MOREIRA, M. A. *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: EPU, 2011.

NEWTON, I. *Óptica*. São Paulo: Edusp, 2002.

NUSSENZVEIG, H. *Curso de Física básica*. São Paulo: Blucher, 2013.

OKUNO, E.; CALDAS, L. L.; CHOW, C. *Física para ciências biológicas e biomédicas*. São Paulo: Harbra, 1986.

OREAR, J. *Física*. Rio de Janeiro: LTC, 1991.

PAIS, A. *A ciência e a vida de Albert Einstein*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.

PERELMAN, Y. *Física recreativa*. Moscou: Mir, 1987.

PRIGOGINE, I. *O fim das certezas*: tempo, caos e as leis da natureza. São Paulo: Unesp, 2011.

PURCELL, E. M. *Curso de Física de Berkeley*: eletricidade e magnetismo. São Paulo: Blucher, 1981. v. 2.

RONAN, C. A. *História ilustrada da Ciência da Universidade de Cambridge*. São Paulo: Jorge Zahar, 1991.

ROZEMBERG, L. M. *O sistema internacional de unidades (SI)*. São Paulo: Instituto Mauá de Tecnologia, 2006.

SERWAY, R. A. *Física*. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

_____; FAUGHN, J. S. *Física*. Cidade do México: Pearson Educación, 2001.

_____; JEWETT, JR., J. W. *Princípios de Física*. São Paulo: Pioneira/Thomson Learning, 2004.

TIPLER, P. A. *Física*. 4. ed. São Paulo: Grupo Gen/LTC, 2000.

VAN WYLEN, G. J.; SONNTAG, R. E. *Fundamentos da termodinâmica clássica*. 2. ed. São Paulo: Blucher, 1995.

VERNE, J. *Viagem ao centro da Terra*. São Paulo: DCL, 2010.

WALKER, J. *O grande circo da Física*. Lisboa: Gradiva, 2001.

WESTFALL, R. S. *A vida de Isaac Newton*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1993.

WILSON, J. *Física*. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

WOLF, J. S. *Physics*. Nova York: Barron's Educational Series, 1996.

YOUNG, H. D. *University Physics*. Massachusetts: Addison Wesley, 1992.

ORIENTAÇÕES ESPECÍFICAS

VOLUME 1: MECÂNICA

Este volume é constituído de três unidades:

- **Unidade 1:** Cinemática
- **Unidade 2:** Dinâmica
  (Forças e movimento; Princípios de conservação)
- **Unidade 3:** Estática

A Cinemática é estudada sob dois enfoques: o escalar e o vetorial. No capítulo em que são abordados os aspectos vetoriais reside a base para a boa compreensão da sequência da Mecânica e de outros conteúdos da Física.

Assuntos tradicionalmente estudados em cursos de Cinemática, como queda livre, lançamentos verticais e lançamentos oblíquos – movimentos balísticos –, foram reunidos em um único capítulo. Esse capítulo foi inserido na Unidade **2** (Dinâmica), o que possibilitou que os citados temas fossem tratados de forma ampla, isto é, utilizando-se todos os elementos da matéria estudados até esse ponto.

O Capítulo **8** traz informações atualizadas sobre o rebaixamento de Plutão à condição de planeta-anão. Já o Capítulo **10** traz novos dados a respeito de importantes hidrelétricas e suas respectivas potências.

No Capítulo **12**, encerramos a Dinâmica com um estudo sobre centro de massa, que amplia as possibilidades do curso.

A Unidade **3** (Estática) está dividida em dois capítulos: **Estática dos sólidos** e **Estática dos fluidos**.

Neste livro, a Mecânica evolui de modo que conceitos anteriores sejam sempre retomados, fazendo com que o estudante tenha em cada momento uma visão completa da matéria.

INTRODUÇÃO À FÍSICA

A FÍSICA

Nesta introdução, destaca-se a importância da Física tanto na explicação dos fenômenos naturais como nas aplicações tecnológicas.

Apresentam-se também o conceito de medição, a distinção entre massa e volume, algumas unidades de medida, além dos prefixos mais usados na obtenção de múltiplos e submúltiplos de determinada unidade.

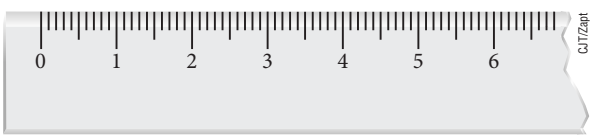
Por fim, conceitua-se grandeza física escalar para tornar compreensível a palavra **escalar** nas definições de algumas grandezas apresentadas, sobretudo nos Capítulos **1**, **2** e **3**.

ALGO MAIS

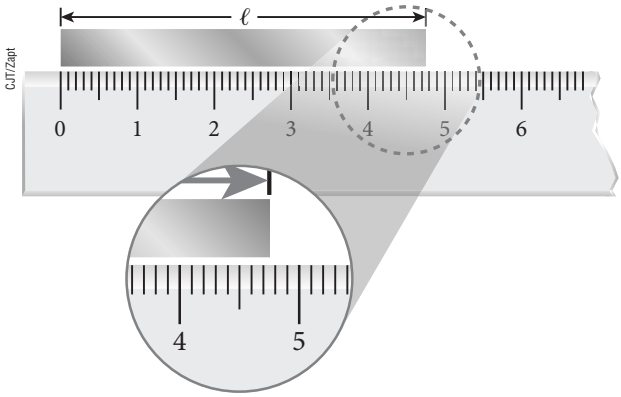
Apresentamos, a seguir, um texto que pode ser explorado em aula, se houver disponibilidade e o professor considerar pertinente.

Algarismos significativos

Considere uma régua comum, daquelas graduadas em milímetros. Essa régua tem precisão até o milímetro, o que significa dizer que sua menor subdivisão corresponde a 1 milímetro.



Admita agora que, utilizando essa régua, uma pessoa vá realizar a medição do comprimento de uma pequena haste metálica. Para tanto, a origem da escala deverá ser colocada coincidindo com uma das extremidades da haste. Em seguida, realiza-se a leitura.

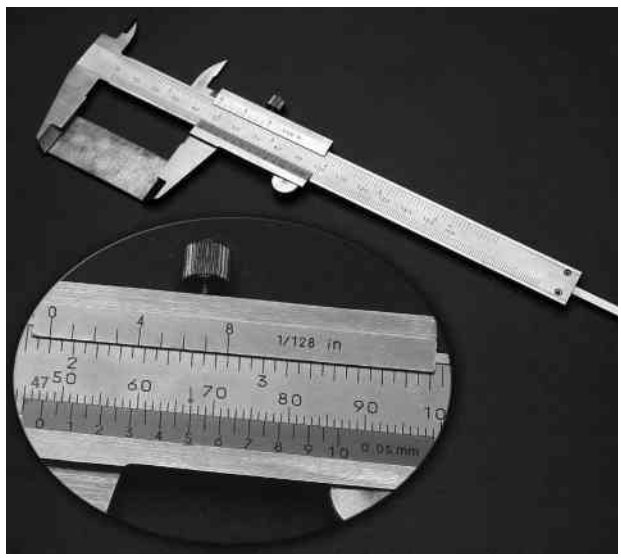


Vamos supor que o valor apresentado para o comprimento ℓ da haste seja $\ell = 4{,}7569$ cm. De acordo com a figura anterior, é muito fácil perceber que, dispondo de um instrumento como essa régua, a pessoa não tem condições de avaliar o comprimento da haste com tamanha precisão. De fato, nem todos os algarismos incluídos na medida $\ell = 4{,}7569$ cm são significativos, isto é, alguns dos algarismos componentes desse resultado foram colocados sem nenhum critério e, por isso, são desprovidos de qualquer significado.

Levando-se em conta a régua usada pela pessoa como instrumento de medida, podemos concluir que a ela só é permitido avaliar até o décimo de milímetro, pois não dispõe de meios para avaliar centésimos ou milésimos de milímetro.

Na medida apresentada, o algarismo 4 está **correto**, pois corresponde à quantidade de centímetros inteiros que o comprimento da haste abrangeu; o algarismo 4 é significativo. O algarismo 7 também está **correto**, pois corresponde à quantidade de milímetros inteiros que o comprimento da haste abrangeu, além dos 4 cm; o algarismo 7 também é significativo. O algarismo 5 corresponde a décimos de milímetro e foi **avaliado**, isto é, a pessoa subdividiu mentalmente em 10 partes iguais o milímetro compreendido entre 4,7 cm e 4,8 cm e julgou que o comprimento da haste abrangeu 5 dessas partes. O algarismo 5, por ter sido avaliado, é **duvidoso** – de fato, outra pessoa que tivesse realizado a mesma medição poderia julgar que o número de décimos de milímetro é 4 ou talvez 6 –, porém, como o algarismo 5 **pôde** ser avaliado, ainda é significativo.

Os algarismos que seguem o 5 (6 e 9), no entanto, não devem estar presentes na medida porque não é possível lê-los nem sequer avaliá-los. O algarismo 6 corresponde a centésimos de milímetro, e o 9, a milésimos. A pessoa que utiliza uma régua graduada em milímetros para fazer uma medição como essa não dispõe de recursos para tal avaliação. Nesse caso, os algarismos 6 e 9 não são dotados de significado e, portanto, não podem ser aceitos. Só seria possível aumentar a quantidade de algarismos significativos se o comprimento da haste fosse medido usando um instrumento de maior precisão. É o caso, por exemplo, de um paquímetro, que permite a leitura correta dos décimos de milímetro e a avaliação dos centésimos de milímetro.



Paquímetro.

Podemos dizer, então, que a precisão de uma medida está associada à quantidade de algarismos significativos nela presentes. Resumindo, a medida descrita no exemplo é composta de três algarismos significativos: o 4, o 7 e o 5, sendo os dois primeiros corretos e o terceiro, avaliado.

Algarismos significativos, em uma medida, são aqueles que sabemos estarem corretos e mais um, e apenas um, avaliado (duvidoso).

Assim, dizemos que a medida do comprimento da haste metálica é $\ell = 4{,}75$ cm.

Vamos, agora, converter a medida $\ell = 4{,}75$ cm em quilômetros. Obtemos: $\ell = 0{,}0000475$ km. Se inicialmente a medida dada em cm apresentava três algarismos significativos, agora, expressa em km, com quantos ficou?

Como a precisão da medida não foi alterada, pois nenhum outro instrumento foi usado para obtê-la, a quantidade de algarismos significativos continua igual a três. Os zeros à esquerda do 4 servem apenas para posicionar a vírgula que mudou de lugar em virtude da nova unidade em que a medida de ℓ está expressa. Assim, os zeros que precedem o 4 não são algarismos significativos.

Se a medida, em km, for escrita em notação científica, esses zeros vão desaparecer, permanecendo apenas os algarismos significativos. Veja:

$$\ell = 4{,}75 \cdot 10^{-5}\ \text{km}$$

Zeros à esquerda do primeiro algarismo diferente de zero não constituem algarismos significativos.

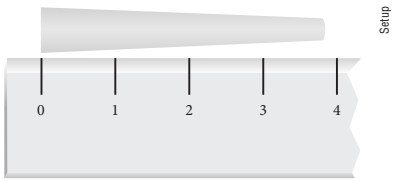
Considere agora um estudante que, dispondo de uma balança graduada em décimos de quilograma, realize a medição da massa **m** de um material qualquer. Admitamos que o valor encontrado para a massa tenha sido m = 2,30 kg.

Quantos algarismos significativos compõem a medida de **m**?

A medida de **m** é composta de três algarismos significativos. O algarismo 2 é correto e o mesmo ocorre com relação ao 3. O algarismo 0 (zero) foi avaliado e é, também, significativo. Você deve estar se perguntando: zero é algarismo significativo? Depende. Zeros à esquerda do primeiro algarismo diferente de zero não são significativos, porém:

Zeros à direita do primeiro algarismo diferente de zero constituem algarismos significativos, desde que estejam enquadrados na definição apresentada.

Uma régua de mesma precisão



A figura ilustra a medição do comprimento de um pedaço de giz, usando-se uma régua graduada em centímetros, sem subdivisões em milímetros.

Podemos ler apenas a quantidade de centímetros, que é 3 (algarismo correto), mas devemos também avaliar o número de décimos de centímetros, que é cerca de 8 (algarismo duvidoso). Assim, podemos expressar o comprimento do pedaço de giz: 3,8 cm. Note que qualquer outro algarismo escrito após o 8 seria um "chute", sem nenhum significado.

Algarismos significativos nas operações com medidas

Vamos observar como podemos determinar os algarismos significativos em resultados de adições, subtrações, multiplicações e divisões.

Em adições e subtrações

Na adição e na subtração de grandezas, devemos deixar a resposta com o menor número de casas decimais que apareceram nos termos das operações.

Exemplo 1: Adicionar 2,4 kg com 3,28 kg:

$$\begin{array}{rl} 2{,}4 & \longleftarrow \textbf{uma} \text{ casa decimal} \\ +\ 3{,}28 & \longleftarrow \textbf{duas} \text{ casas decimais} \\ \hline 5{,}68 & \end{array}$$

Deixando o resultado com apenas uma casa decimal (menor número de casas) e arredondando o 6 para 7 (porque 8 é maior do que 5), obtemos:

$$2{,}4\ \text{kg} + 3{,}28\ \text{kg} \cong 5{,}7\ \text{kg}$$

Exemplo 2: Subtrair 2,23 m de 5,673 m:

$$\begin{array}{rl} 5{,}673 & \longleftarrow \textbf{três} \text{ casas decimais} \\ -\ 2{,}23 & \longleftarrow \textbf{duas} \text{ casas decimais} \\ \hline 3{,}443 & \end{array}$$

Deixando o resultado com apenas duas casas decimais e mantendo a segunda igual a 4 (porque 3 é menor do que 5), obtemos:

$$5{,}673\ \text{m} - 2{,}23\ \text{m} \cong 3{,}44\ \text{m}$$

Nos arredondamentos, se for 5 o próximo algarismo depois do algarismo a ser arredondado, então este deverá ser arredondado para cima.

Em multiplicações e divisões

Na multiplicação e na divisão de grandezas, sugerimos deixar o resultado com o número de algarismos significativos do termo que tiver menos algarismos significativos, podendo-se tolerar até um a mais.

Exemplo 1: Calcular a área de um retângulo de 3,2 m de largura por 4,293 m de comprimento:

$$\underbrace{4{,}293\ \text{m}}_{\textbf{quatro}\ \text{algarismos significativos}} \cdot \underbrace{3{,}2\ \text{m}}_{\textbf{dois}\ \text{algarismos significativos}} = 13{,}7376\ \text{m}^2$$

O resultado deve ser dado com o menor número de algarismos significativos dos fatores, que é 2. Assim, arredondando o 3 para 4 (porque 7 é maior do que 5), obtemos 14 m^2. Normalmente, tolera-se um algarismo significativo a mais que o mínimo; nesse caso, teríamos 13,7 m^2.

Exemplo 2: Determinar o comprimento de um terreno retangular de 20,2 m de largura, cuja área é igual a 450 m^2:

$$\underbrace{450\ \text{m}^2}_{\textbf{três}\ \text{algarismos significativos}} : \underbrace{20{,}2\ \text{m}}_{\textbf{três}\ \text{algarismos significativos}} = 22{,}277228\ \text{m (calculadora)}$$

Devemos deixar o resultado com três algarismos significativos, ou seja, 22,3 m.

A principal finalidade desta exposição não é exigir o rigoroso respeito aos algarismos significativos em todos os cálculos, mas evitar abusos na quantidade de algarismos presentes nos resultados obtidos. O resultado da divisão de 450 m^2 por 20,2 m não pode ter tanta precisão como os 22,277228 m fornecidos pela calculadora.

SUBSÍDIOS AO *PENSANDO O SISTEMA INGLÊS* (p. 17)

Peça aos estudantes que conversem entre si e procurem identificar o que deveria acontecer para que brasileiros e todos os demais povos não precisassem mais usar o sistema inglês na aquisição de televisores e aparelhos de ar condicionado, na calibração de pneus, na navegação aérea e marítima etc.

Os fabricantes de televisores, de aparelhos de ar condicionado, de manômetros (usados na calibração de pneus etc.), de instrumentos usados em aviões e embarcações teriam de adotar o SI. Com isso, os profissionais que comercializam ou utilizam esses equipamentos e as pessoas em geral se adaptariam à nova linguagem do mesmo modo que, por exemplo, nós, brasileiros, nos adaptamos aos novos nomes da nossa moeda, que já foi cruzeiro, cruzado etc., e hoje é o **real**.

A MECÂNICA, UMA DAS PARTES DA FÍSICA

Esta introdução esclarece ao estudante o que é Mecânica e o que a diferencia das demais partes da Física. A seção **2** objetiva destacar a diferença entre a Cinemática, a Dinâmica e a Estática, partes da Mecânica.

Em seguida, é apresentado o modelo de ponto material ou partícula.

É muito importante enfatizar que os conceitos apresentados neste livro são fundamentais não apenas para o estudo da Mecânica, mas também para o desenvolvimento das demais partes da Física.

UNIDADE 1

CINEMÁTICA

CAPÍTULO 1

INICIAÇÃO À CINEMÁTICA ESCALAR E MOVIMENTO UNIFORME

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, são apresentadas as noções básicas para o desenvolvimento da cinemática escalar do ponto material. Nas situações em que um corpo não puder ser assimilado a um ponto material, será escolhido um de seus pontos para ser estudado.

É importante destacar que os conceitos estudados aqui e nos quatro capítulos seguintes serão fundamentais para o desenvolvimento dos demais assuntos da Física. Inicialmente, o estudante é convidado a conhecer meios de determinar a **posição** de um corpo, ou seja, saber informar **onde** o corpo está. Para isso, apresentamos o conceito de referencial e do conhecimento das unidades mais comuns de medida de comprimento, além de orientações para fazer conversões entre elas. Pode ser um bom momento para introduzir o Sistema Internacional de Unidades (**SI**) e alguns prefixos (ver *Introdução à Física*).

Pode-se começar falando sobre a posição de um ponto em um plano cartesiano, os números que localizam prédios em uma rua e os valores de latitude, longitude e altitude que determinam, por exemplo, a posição de um avião. Nessa última sugestão, é preciso acrescentar uma unidade de ângulo plano – o **grau** –, que não pertence ao SI.

Em seguida, buscamos destacar em que **instante** um corpo está em determinado local, ou seja, **quando** ele está ali, ou dizer em que instante ocorreu determinado fato ("localização temporal"). Para isso, é necessário falar sobre **tempo**, sua medição, suas unidades de medida (referindo-se novamente ao SI) e algumas conversões entre elas. Para saber, por exemplo, quanto tempo durou uma viagem ou o tempo decorrido entre dois acontecimentos, é preciso calcular um **intervalo de tempo**.

É importante salientar que tanto o instante quanto o intervalo de tempo são um número de unidades de tempo que, de um modo ou de outro, só pode ser determinado a partir da adoção de um instante de referência (origem dos tempos), por exemplo, o ano zero do nosso calendário, a zero hora do dia ou o zero estabelecido quando se aciona um cronômetro.

A mudança ou não da posição de um corpo no decorrer do tempo leva aos conceitos de **movimento** e **repouso**. A relatividade desses conceitos é facilmente assimilada a partir de alguns exemplos. Essa facilidade de assimilação, entretanto, geralmente não ocorre com a **simetria** deles.

Durante o desenvolvimento do capítulo, pode surgir alguma dificuldade em abstrair o que acontece em relação a outros referenciais que não seja o solo. Para amenizar a exposição da simetria, além da maneira formal apresentada no livro, são sugeridas propostas como:

1. Imagine duas naves, **A** e **B**, no espaço, prestes a colidir, e que as pessoas que estão nelas só podem ver a outra nave, além, obviamente, da sua. As pessoas que viajam na nave **A** vão dizer que a nave **B** vem de encontro a elas. Já as que viajam na nave **B** vão dizer que é a nave **A** que vem de encontro a elas. Todas estão corretas: é a simetria.
2. Imagine um gol marcado em uma cobrança de pênalti. Logo após o chute, a bola se moveu em relação ao referencial **meta**, aproximando-se desta. Considerando a **bola** como referencial, ela esteve em repouso durante o evento, mas o gol aconteceu. Portanto, também nesse caso houve aproximação entre a meta e a bola, o que só pode ser explicado pelo movimento da meta em relação à bola.
3. A rotação da Terra em torno de seu eixo é percebida por um referencial no Sol. Para um referencial no solo terrestre, é o Sol que gira em torno daquele eixo, "cortando" o céu de leste a oeste.

Na sequência, vem o conceito de **trajetória**, também relativo a um referencial. Em movimentos que ocorrem em trajetórias conhecidas de antemão, a posição de um corpo é dada pelo **espaço**. Falar dos marcos quilométricos de uma rodovia e dos números que vemos nas casas de uma rua facilita a exposição desse conceito.

Espaços negativos não estão no cotidiano dos estudantes. Entretanto, como também serão usados, pode-se fazer uma comparação com as coordenadas negativas usadas na localização de pontos no plano cartesiano.

Convém mencionar o significado da **função horária do espaço**, já que ela também estará presente nos próximos capítulos.

A variação de espaço ocorrida em um determinado intervalo de tempo leva ao conceito da **velocidade escalar**, que costuma ser mais facilmente entendida quando se considera um movimento em uma rodovia.

Pode-se pedir aos estudantes que determinem a velocidade escalar média do veículo, em km/h, entre o início e o fim de alguma viagem feita por rodovia. Pedir também que observem e anotem, em vários momentos durante a viagem, os valores da velocidade escalar instantânea indicados no velocímetro e depois os comparem com o valor da velocidade escalar média. Solicitar, ainda, a conversão em m/s da velocidade média determinada.

Se possível, leve os estudantes a um centro de esportes para que cronometrem corridas de 100 m rasos (por exemplo) e calculem velocidades escalares médias em m/s, e as convertam em km/h. Ou, ainda, proponha esta atividade de modo integrado às aulas de Educação Física.

Com relação aos sinais positivo e negativo da velocidade escalar – que não são comuns no dia a dia –, é recomendável ponderar que o uso desses sinais será fundamental no equacionamento dos movimentos estudados nos capítulos seguintes, já que indicam os sentidos em que os corpos se movem.

A teoria referente a este capítulo é finalizada com a apresentação do conceito de **movimento uniforme**.

Julgamos interessante comentar que o fato de o condutor de um veículo em movimento estar pisando no pedal do seu acelerador ("estar acelerando", na linguagem comum) não garante que o movimento do veículo seja acelerado: pode ser uniforme ou até mesmo retardado, principalmente em aclives acentuados.

Fato semelhante pode ocorrer quando o condutor pisa no pedal do freio: o movimento do veículo não se torna necessariamente retardado, podendo ser uniforme ou até acelerado, em trechos de declives acentuados.

Uma outra observação também pode ser feita já neste primeiro capítulo: a velocidade escalar de um corpo pode ser nula **em um determinado instante**, e sua aceleração escalar, diferente de zero. É o caso, por exemplo, de uma pedra lançada verticalmente para cima. No ponto mais alto atingido por ela, sua velocidade escalar é nula, mas sua aceleração escalar não é nula, porque a velocidade escalar está permanentemente variando com o tempo, durante a subida e a descida.

O QUE NÃO PODE FALTAR

2. Referencial
3. Instante e intervalo de tempo
4. Movimento e repouso
5. Trajetória
6. Rapidez média
7. Espaço
8. Variação de espaço e distância percorrida
9. Velocidade escalar média
10. Velocidade escalar instantânea
▶ Atividades
11. Movimento uniforme
▶ Atividades

ALGO MAIS

Outra sugestão experimental é a determinação do período – duração de cada vaivém – de um pêndulo (um prumo, por exemplo).

O professor e alguns estudantes cronometram o tempo Δt correspondente a várias (**n**) oscilações e determinam o período dividindo por **n** o valor medido de Δt. Ao fazer isso, deve-se questionar o porquê de se cronometrar o tempo de várias oscilações em vez de apenas uma: minimizar o erro experimental cometido no início e no final da medição de Δt.

Pode-se propor uma pesquisa sobre o funcionamento e as aplicações do GPS. Como esse sistema possibilita a determinação das coordenadas geográficas de um lugar? Como isso era feito antes do surgimento desse sistema?

O texto *Método do carbono 14 para a determinação de idades (datação)* poderá despertar a curiosidade dos estudantes. Se possível, fale sobre cicloide (ver boxe na seção **5** do capítulo).

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 33)

3. a) $\Delta t = t_{final} - t_{inicial} = 60 - 10 \Rightarrow \boxed{\Delta t = 50 \text{ min}}$

b) Significa 20 minutos antes do instante em que foi iniciada a contagem do tempo ($t = 0$ min)

c) $\Delta t = t_{final} - t_{inicial} = 30 - (-20) \Rightarrow \boxed{\Delta t = 50 \text{ min}}$

4. Lembrando o caráter relativo e simétrico dos conceitos de movimento e repouso, concluímos que a única afirmação **incorreta** está na alternativa ***e***.

5. A Lua completa uma volta ao redor da Terra em cerca de 27 dias (quase 1 mês). Portanto, se as duas trajetórias estivessem contidas em um mesmo plano, os eclipses do Sol e da Lua aconteceriam aproximadamente uma vez por mês, o que, obviamente, não é verdade.

6. A alternativa ***d*** é a correta.

7. A alternativa ***c*** é a correta.

8. A alternativa ***c*** é a correta.

9. $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{340\text{ km} - 100\text{ km}}{14\text{ h} - 10\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m = 60\text{ km/h}}$

10. a) $\Delta t = 2{,}25\text{ min} = 2{,}25 \cdot 60\text{ s} = 135\text{ s}$

$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{117{,}45}{135} \Rightarrow \boxed{v_m = 0{,}87\text{ m/s}}$

b) $\Delta t = 2\text{ min } 25\text{ s} = 120\text{ s} + 25\text{ s} = 145\text{ s}$

$\Delta s = v_m \cdot \Delta t = 0{,}81 \cdot 145 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 117{,}45\text{ m}}$

11. a) Duração da corrida do jabuti ($\Delta \mathbf{t}_j$)

$v_j = \frac{\Delta s}{\Delta t_j} \Rightarrow \frac{1{,}6\text{ m}}{\text{min}} = \frac{800\text{ m}}{\Delta t_j} \Rightarrow \Delta t_j = 500\text{ min}$

Duração da corrida do coelho ($\Delta \mathbf{t}_c$), se não tivesse parado:

$v_c = \frac{24\text{ km}}{\text{h}} = \frac{24\,000\text{ m}}{60\text{ min}} = \frac{400\text{ m}}{\text{min}}$

$v_c = \frac{\Delta s}{\Delta t_c} \Rightarrow \frac{400\text{ m}}{\text{min}} = \frac{800\text{ m}}{\Delta t_c} \Rightarrow \Delta t_c = 2\text{ min}$

Como o coelho perdeu a corrida:

$\Delta t_s + \Delta t_c > \Delta t_j \Rightarrow \Delta t_s + 2 > 500 \Rightarrow \Delta t_s > 498\text{ min}$

$\boxed{\Delta t_s > 8\text{ h } 18\text{ min}}$

b) Foi menor que a do jabuti, ou seja, menor que 1,6 m/min.

12. Seja d = 60 m a distância entre postes consecutivos.

Do 1º ao 20º poste, temos uma distância percorrida D = 19d. Assim: D = 19 · 60 m em Δt = 45,6 s.

$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{19 \cdot 60\text{ m}}{45{,}6\text{ s}} \Rightarrow \boxed{v_m = 25\text{ m/s} = 90\text{ km/h}}$

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 38)

16. Na ida do sinal até o cardume, o tempo decorrido é de 0,15 s. Assim: $\Delta s = v t = 1\,480 \cdot 0{,}15 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 222\text{ m}}$

17. a) $s = s_0 + v t$ $\begin{cases} \boxed{s_A = 20 + 11t} \text{ (SI)} \\ \boxed{s_B = 90 + 4t} \text{ (SI)} \end{cases}$

b) $s_A = s_B \Rightarrow 20 + 11t_e = 90 + 4t_e \Rightarrow \boxed{t_e = 10\text{ s}}$

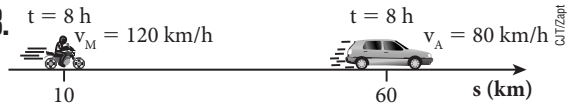
O valor de $\mathbf{t}_e$ também poderia ser encontrado considerando como referencial um dos móveis (**B**, por exemplo). Teríamos, então:

$|v'_A| = |v_A| - |v_B| \Rightarrow |v'_A| = 7\text{ m/s}$

$|v'_A| = \frac{d}{t_e} \Rightarrow 7 = \frac{90 - 20}{t_e} \Rightarrow \boxed{t_e = 10\text{ s}}$

c) $s_A = 20 + 11 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{s_A = s_B = 130\text{ m}}$

18.



Em relação a um referencial no automóvel, $v'_M = 40\text{ km/h}$.

Assim, o intervalo de tempo **Δt** para ocorrer o encontro vem de: $v'_M = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$\Delta t = \frac{\Delta s}{v'_M} = \frac{50}{40} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{4}\text{ h} = 1\text{ h } 15\text{ min}$

Portanto: $t_e = 8\text{ h} + 1\text{ h } 15\text{ min} \Rightarrow \boxed{t_e = 9\text{ h } 15\text{ min}}$

19. a) $\Delta s = v t \Rightarrow 200 = 20t \Rightarrow \boxed{t = 10\text{ s}}$

b) $\Delta s = v t \Rightarrow 200 + 100 = 20t \Rightarrow \boxed{t = 15\text{ s}}$

20. a) $\Delta s = vt \Rightarrow 90 = 120t \Rightarrow t = \frac{3}{4}\text{ h} \Rightarrow \boxed{t = 45\text{ min}}$

b) $\Delta s = vt \Rightarrow 90 = 100t \Rightarrow t = \frac{9}{10}\text{ h} \Rightarrow \boxed{t = 54\text{ min}}$

c) A 120 km/h: $\frac{7{,}33\text{ km}}{1\text{L}} = \frac{90\text{ km}}{x} \Rightarrow \boxed{x \cong 12{,}3\text{ L}}$

A 100 km/h: $\frac{8{,}63\text{ km}}{1\text{L}} = \frac{90\text{ km}}{y} \Rightarrow \boxed{y \cong 10{,}4\text{ L}}$

d) A 120 km/h: $\boxed{70{,}60\text{ m}}$

A 100 km/h: $\boxed{50{,}15\text{ m}}$

21. Num mesmo intervalo de tempo **Δt**, o carro percorre $\Delta s_c = 5{,}0\text{ km}$ com velocidade $v_c = 100\text{ km/h}$ e o ponto na tela do radar percorre $\Delta s_p = 36\text{ cm}$ com velocidade $\mathbf{v}_p$.

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} \Rightarrow \frac{\Delta s_c}{v_c} = \frac{\Delta s_p}{v_p}$

Assim: $\frac{5{,}0\text{ km}}{100\text{ km/h}} = \frac{36 \cdot 10^{-5}\text{ km}}{v_p}$

$v_p = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\text{ km/h} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\text{ m/s}$

Logo: $\boxed{v_p = 2{,}0\text{ mm/s}}$

22. a) **A** move-se no sentido da trajetória, enquanto **B** move-se em sentido contrário.

b) **A** e **B** se encontram.

c) **B** está na origem dos espaços.

23. • De 0 s a 10 s:

$v = \frac{300 - 100}{10 - 0} \Rightarrow v = 20\text{ m/s}$ (constante)

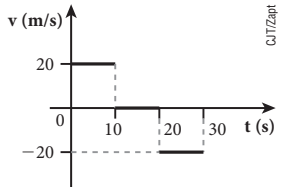
• De 10 s a 20 s:

$v = \frac{300 - 300}{20 - 10} \Rightarrow v = 0\text{ m/s}$ (constante)

• De 20 s a 30 s:

$v = \frac{100 - 300}{30 - 20} \Rightarrow v = -20\text{ m/s}$ (constante)

Em uma situação real, "bicos" (cúspides) no gráfico s × t, como os observados em t = 10 s e em t = 20 s nesta questão, não podem ocorrer, pois correspondem a saltos no gráfico v × t: a velocidade pode variar de 20 m/s a 0 m/s, por exemplo, mas não instantaneamente, como se vê em t = 10 s!



CJT/Zapt

Nota: Na ocorrência de um fenômeno de duração **Δt** exígua demais, como uma colisão, por exemplo, se esse **Δt** não puder ser registrado na escala do eixo **t**, a cúspide será inevitável.

24. Trator I: $s_0 = 0$ km;

$v = \frac{60 - 0}{3 - 0} \Rightarrow v = 20$ km/h

Portanto: $s_I = 20t$

Trator II: $s_0 = 300$ km;

$v = \frac{270 - 300}{3 - 0} \Rightarrow v = -10$ km/h

Portanto: $s_{II} = 300 - 10t$

$s_I = s_{II}$

$20t_e = 300 - 10t_e \Rightarrow 30t_e = 300 \Rightarrow \boxed{t_e = 10\text{ h}}$

25. O trem chega ao cruzamento em 10 s e termina a passagem por esse ponto em 16 s. Para não haver acidente, o automóvel deve chegar ao cruzamento em $\Delta t \leqslant 10$ s ou em $\Delta t \geqslant 16$ s.

Para o automóvel: $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{160}{v}$

$\Delta t \leqslant 10\text{ s} \Rightarrow \frac{160}{v} \leqslant 10 \Rightarrow \boxed{v \geqslant 16\text{ m/s}}$

ou $\Delta t \geqslant 16\text{ s} \Rightarrow \frac{160}{v} \geqslant 16 \Rightarrow \boxed{v \leqslant 10\text{ m/s}}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 39)

1. Estima-se que a Terra tenha entre 4,5 e 4,6 bilhões de anos. E que o Universo tenha entre 13 e 15 bilhões de anos.

2. A idade da Terra pode ser determinada por datação radiativa semelhante à que vimos no texto *Método do carbono 14 para a determinação de idades (datação)*, que é subsídio para o entendimento deste texto:

Uma porção de matéria que um dia se solidificou, tornando-se uma rocha, e que possui traços de um determinado elemento radiativo de meia-vida conhecida permite estimar a idade do planeta.

Até hoje, as rochas mais antigas da Terra foram encontradas na Groenlândia, com cerca de 3,8 bilhões de anos. Entretanto, o planeta deve ser mais velho que essas rochas, porque ele se solidificou (parcialmente) antes da formação das rochas.

As rochas lunares mais antigas têm cerca de 4,5 bilhões de anos.

Datações feitas em meteoritos revelam que eles têm de 4,5 a 4,6 bilhões de anos e acredita-se que foi nessa época que se formou não só a Terra, mas o Sistema Solar.

Veja a seguir um cálculo pouco preciso, porém simples, que dá uma ideia de como é possível determinar a idade da Terra por datação radiativa.

Na Terra atual, as abundâncias dos isótopos de urânio, U-238 e U-235, são, respectivamente, iguais a 99,3% e 0,7%. Sabe-se que a meia-vida do U-238 é igual a $6{,}52 \cdot 10^9$ anos e que a do U-235 é de $1{,}02 \cdot 10^9$ anos.

Supondo que essas abundâncias eram iguais quando a Terra se formou (50% de cada), temos, para o U-235:

$$\frac{n}{n_0} = \frac{0{,}7\%}{50\%}$$

$$\ln\left(\frac{n}{n_0}\right) = -\frac{0{,}693\,t}{\text{meia-vida}} \Rightarrow \ln\left(\frac{0{,}7}{50}\right) = \frac{-0{,}693\,t}{1{,}02 \cdot 10^9}$$

$$\text{Logo: } -4{,}27 = -\frac{0{,}693\,t}{1{,}02 \cdot 10^9}$$

$t \cong 6 \cdot 10^9$ anos ou 6 bilhões de anos

Essa é uma estimativa da idade da Terra.

O resultado obtido não difere exageradamente de outros determinados com maior nível de sofisticação.

Seja t = 0 o instante em que teria ocorrido o *big-bang* − a explosão primordial − e dado origem ao Universo. Seja **t** o instante atual.

Se, em relação ao local dessa grande explosão, a velocidade **v** de um corpo que "nasceu" dela foi constante durante todo o tempo **t**, ele percorreu uma distância **d** dada por:

$$d = v\,t \qquad \text{(I)}$$

Pela **Lei de Hubble** − que será apresentada no Capítulo **12** (Noções de Física Quântica) do Volume **3**:

$$v = H\,d \qquad \text{(II)}$$

em que **H** é uma constante denominada **constante de Hubble**.

Substituindo (**I**) em (**II**), temos: $v = H\,v\,t$

Então: $t = \frac{1}{H}$

Sabendo que **H** é aproximadamente igual a $2{,}3 \cdot 10^{-18}\ s^{-1}$, determinamos **t**:

$$t \cong \frac{1}{2{,}3 \cdot 10^{-18}}\ s \Rightarrow t \cong 4{,}4 \cdot 10^{17}\ s$$

Como 1 ano $\cong 3{,}2 \cdot 10^{7}$ s, $t \cong \frac{4{,}4 \cdot 10^{17}}{3{,}2 \cdot 10^{7}}$ anos

Logo: t ≅ 14 bilhões de anos

Essa é uma estimativa da idade do Universo. O valor estimado mais atual dessa idade é:
$13{,}7 \pm 0{,}2$ bilhões de anos.

CAPÍTULO 2

MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Este capítulo visa apresentar o movimento uniformemente variado (MUV), identificar suas constantes ($\mathbf{s}_0$, $\mathbf{v}_0$ e α) e descrevê-lo de diversas maneiras: por meio de tabelas, equações e gráficos.

No estudo desse movimento, espera-se que o estudante use conhecimentos matemáticos e relacione a função v × t com a função de primeiro grau e a função s × t com a função quadrática.

Ao definir o MUV, podem ser aproveitados os exemplos citados nos dois primeiros itens da teoria. Em seguida, representar graficamente a aceleração escalar em função do tempo.

Após demonstrar formalmente a função horária da velocidade escalar instantânea, é recomendável trabalhar com exemplos numéricos, de modo análogo ao proposto no capítulo anterior (MU). A partir desses exemplos, podem ser organizadas tabelas v × t e ser traçados os gráficos v × t correspondentes.

Convém generalizar para qualquer outro tipo de movimento a propriedade dos gráficos v × t que possibilita o cálculo de **Δs** (e também de **s**, se $\mathbf{s}_0$ for conhecido) por meio de "área".

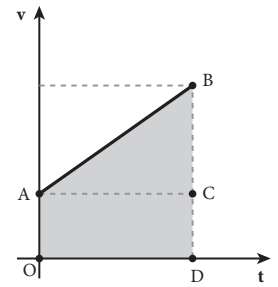
Nesses gráficos, o estudante poderá perceber que, em iguais intervalos de tempo, o deslocamento tem módulo cada vez maior, em movimento acelerado, ou cada vez menor, em movimento retardado, ao contrário do que acontece no MU, em que os deslocamentos são iguais.

Utilizando a propriedade citada dos gráficos v × t, deduz-se a função horária do espaço (s × t) e a função horária do deslocamento escalar (Δs × t).

Pode ser bastante esclarecedor estabelecer a seguinte relação entre a função $\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$ e o gráfico v × t (em movimentos que ocorrem no sentido dos espaços crescentes, para facilitar a análise):

Movimento acelerado

- A "área" do retângulo OACD é a parcela $v_0 \cdot t$ (positiva), que corresponde ao deslocamento que o móvel realizaria se seu movimento fosse uniforme, com velocidade $\mathbf{v}_0$.
- A "área" do triângulo ABO é a parcela $\frac{\alpha}{2} t^2$ (também positiva), que corresponde ao deslocamento que o móvel realizou **a mais** por ter velocidade **crescente**.

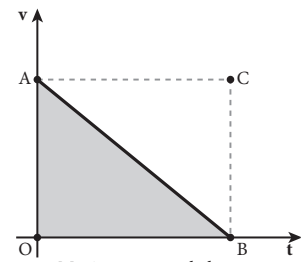


Ilustrações: CJT/Zapt

Movimento acelerado.

Movimento retardado

- A "área" do retângulo OACB é a parcela $v_0 \cdot t$ (positiva), que corresponde ao deslocamento que o móvel realizaria se seu movimento fosse uniforme, com a velocidade $\mathbf{v}_0$.
- A "área" do triângulo ABO é a parcela $\frac{\alpha}{2} t^2$ (negativa), que corresponde ao deslocamento que o móvel realizou **a menos** por ter velocidade **decrescente**.



Movimento retardado.

As atividades **12** e **18** poderão ser utilizadas na apresentação do gráfico s × t. A partir das funções s × t e v × t, obtém-se a **equação de Torricelli**, que simplifica a solução de problemas em que a variável **t** não está envolvida.

O QUE NÃO PODE FALTAR

1. Movimento acelerado, movimento retardado e movimento uniforme
2. Aceleração escalar
3. Movimento uniformemente variado

▶ Atividades

ALGO MAIS

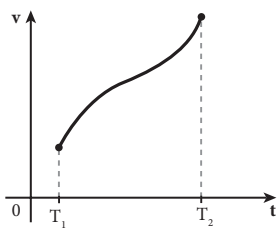
Pode-se reforçar a distinção entre MU e MUV considerando um automóvel em movimento uniformemente variado e perguntando aos estudantes o tipo (uniforme) de movimento dos pontos do ponteiro do velocímetro desse veículo. A análise de fotografias estroboscópicas de movimentos — uma queda livre, por exemplo — também é uma ferramenta útil para o estudo do MUV.

Comente que ao estudar o **Princípio Fundamental da Dinâmica**, no Capítulo **5**, será verificada a condição para ser produzido um movimento uniformemente variado (acelerado ou retardado).

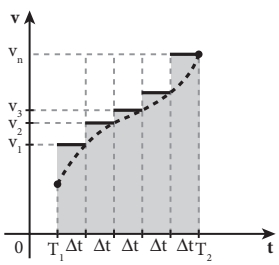
Se houver disponibilidade e julgar relevante, explore com os estudantes o texto a seguir.

Generalização da propriedade: "área" = Δs

Consideremos o gráfico **v** × **t** ao lado, que mostra como variou a velocidade escalar de um móvel no intervalo de tempo $\Delta T = T_2 - T_1$.



Vamos imaginar o intervalo **ΔT** dividido em **n** intervalos iguais a Δt e supor que, em cada um deles, a velocidade escalar tenha sido constante, como no gráfico ao lado.

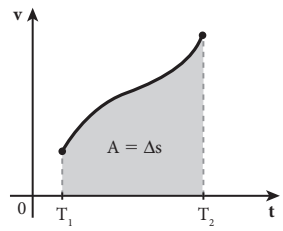


A "área" total **A** dos retângulos destacados é:

$$A = v_1 \Delta t + v_2 \Delta t + \ldots + v_n \Delta t = \sum_{i=1}^{n} v_i \Delta t$$

que corresponde a um deslocamento escalar. Esse deslocamento não é o que aconteceu entre T_1 e T_2 no gráfico original, pois este foi modificado quando assumimos velocidade escalar constante em cada **Δt**.

Entretanto, fazendo **n** tender a infinito ($n \to \infty$), o que equivale a fazer **Δt** tender a zero ($\Delta t \to 0$), o somatório das "áreas" dos retângulos tende à "área" representada em cinza na figura ao lado, ou seja, a "área" **A** passa a ser o deslocamento real **Δs** entre os instantes T_1 e T_2, que é a integral da função v(t) entre esses dois instantes.



Ilustrações: CJT/Zapt

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 46)

3. a) $\left.\begin{matrix} v = v_0 + \alpha t \\ v = 15 + 20t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{v_0 = 15\ m/s}$ e $\boxed{\alpha = 20\ m/s^2}$

b) $v = 15 + 20 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{v = 95\ m/s}$

c) $215 = 15 + 20t \Rightarrow \boxed{t = 10\ s}$

4. a) $v = v_0 + \alpha t \Rightarrow \boxed{v = 20 - 2t}$ (SI)

b) $0 = 20 - 2t \Rightarrow \boxed{t = 10\ s}$

5. $v_0 = 20{,}0\ m/s; \alpha = \dfrac{5{,}0 - 20{,}0}{5{,}0 - 0} \Rightarrow \alpha = -3{,}0\ m/s^2$

$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 20{,}0 - 3{,}0 \cdot 3{,}5$

Logo: $\boxed{v = 9{,}5\ m/s}$

6. De 0 s a 20 s: $\alpha = 0$ (constante)

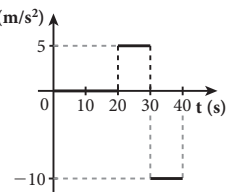
De 20 s a 30 s: $\alpha = \dfrac{100 - 50}{30 - 20}$

$\alpha = 5\ m/s^2$ (constante)

De 30 a 40 s: $\alpha = \dfrac{0 - 100}{40 - 30}$

$\alpha = -10\ m/s^2$ (constante)

O gráfico da aceleração escalar em função do tempo é:



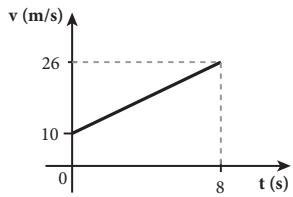
7. a) $v = v_0 + \alpha t$

$26 = 10 + 2t'$

$t' = 8\ s$

b) $\Delta s = \dfrac{(26 + 10)8}{2}$

$\boxed{\Delta s = 144\ m}$

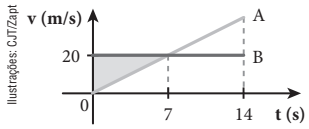


8. "A velocidade escalar constante que o corpo deveria manter para percorrer a mesma distância no mesmo intervalo de tempo" é outra maneira de conceituar a **velocidade escalar média**.

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\text{"área"}}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{\dfrac{(60 + 20) \cdot 30}{2}}{60}$$

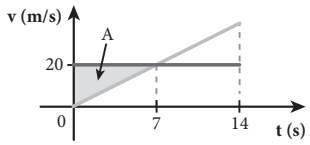
Logo: $\boxed{v_m = 20\ m/s}$

9. a) Em $t_0 = 0$ s, os automóveis estão lado a lado.
Para que isso volte a ocorrer, devemos ter $\Delta s_A = \Delta s_B$:

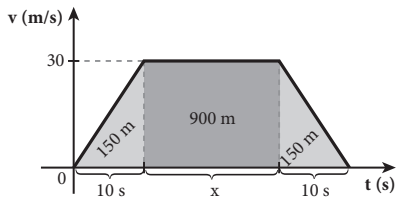


Em t = 14 s, as "áreas" do triângulo (Δs_A) e do retângulo (Δs_B) são iguais.

b) A distância entre **B** e **A** aumenta enquanto **B** é mais veloz que **A**, atingindo valor máximo quando as velocidades se igualam (t = 7 s). A diferença **A** entre as "áreas" calculadas de 0 a 7 s é igual a $\frac{7 \cdot 20}{2}$ m, ou seja, 70 m:

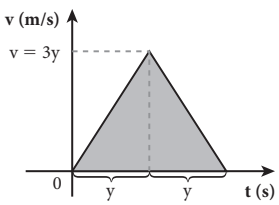


10. $\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{30}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10$ s



"área" = $\Delta s = 1\,200$ m
$30x = 900 \Rightarrow x = 30$ s
$\Delta t_{mín} = 10 \text{ s} + 30 \text{ s} + 10 \text{ s} \Rightarrow \boxed{\Delta t_{mín} = 50 \text{ s}}$

11. $3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{v}{y} \Rightarrow v = 3y$



$\frac{(2y) \cdot (3y)}{2} = 1200$
$3y^2 = 1\,200$
$y = 20$ s

$\Delta t_{mín} = y + y \Rightarrow \boxed{\Delta t_{mín} = 40 \text{ s}}$

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 49)

14. a) $v_0 = 0$; $v = 540$ km/h $= 150$ m/s
$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 150 = \alpha \cdot 30 \Rightarrow \boxed{\alpha = 5{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) $\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 = \frac{5}{2} \cdot 30^2 \Rightarrow \Delta s = 2{,}25 \cdot 10^3$ m

MUV: $v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \frac{150 + 0}{2} = \frac{\Delta s}{30}$

$\boxed{\text{Logo: } \Delta s = 2\,250 \text{ m} = 2{,}25 \cdot 10^3 \text{ m}}$

15. $v_0 = 108$ km/h $= 30$ m/s
$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 30 + \alpha \cdot 3 \Rightarrow \alpha = -10 \text{ m/s}^2$

$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 = 30 \cdot 3 + \frac{(-10)}{2} \cdot 3^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 45 \text{ m}}$

16. O movimento será uniforme se a grandeza representada no eixo das ordenadas for a posição (**s**) ou uniformemente variado se essa grandeza for a velocidade escalar (**v**).
A alternativa ***d*** é a correta.

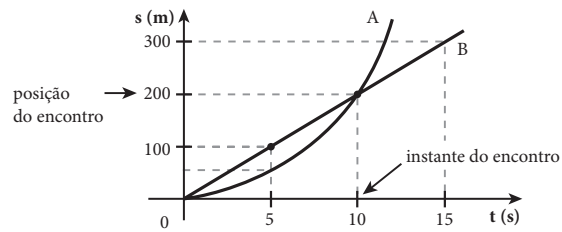
17. A alternativa ***d*** é a correta.

18. De 0 s a 2 s, temos:

$v_{m_B} = v_{m_A} \Rightarrow v_B = \frac{v_0 + v_2}{2} \Rightarrow 6 = \frac{0 + v_2}{2}$

Logo: $\boxed{v_2 = 12 \text{ m/s}}$

19. Em $t_e = 10$ s: $s_A = s_B = 10 \text{ s} \cdot 20 \text{ m/s} = 200$ m
Para **B**, a função s × t é crescente, do primeiro grau em **t**, com $s_{0_B} = 0$ m.
Para **A**, a função s × t também é crescente, com $s_{0_A} = 0$ m. É um arco de parábola com vértice em $t_0 = 0$ s, pois $v_{0_A} = 0$ m/s, apresentando concavidade voltada para cima, já que $\alpha_A > 0$.



20. $v_0 = 0$; $v = 6 \cdot 10^6$ m/s; $\Delta s = 1{,}8 \cdot 10^{-2}$ m
Aplicando a **equação de Torricelli**, temos:
$v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s$
$36 \cdot 10^{12} = 2\alpha \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 1 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2}$

21. $v_0 = 72$ km/h $= 20$ m/s; $v = 0$; $\alpha = -5 \text{ m/s}^2$
$v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s \Rightarrow 0^2 = 20^2 + 2(-5)\Delta s$
Logo: $\boxed{\Delta s = 40 \text{ m}}$
$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 20 - 5t \Rightarrow \boxed{t = 4 \text{ s}}$

22. $v = 36$ km/h $= 10$ m/s; $\Delta s = 50$ m; $\alpha = -8 \text{ m/s}^2$
$v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s \Rightarrow 10^2 = v_0^2 + 2(-8)50$
Assim: $v_0 = 30$ m/s ou $\boxed{v_0 = 108 \text{ km/h}}$

CAPÍTULO 3

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

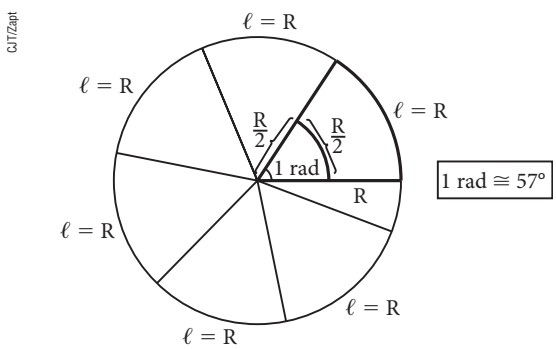
Neste capítulo, apresentamos o movimento circular uniforme por meio de grandezas escalares lineares e angulares e relacionamos valores de raios com frequências de rotação em sistemas de engrenagens — como os que existem nas caixas de câmbio e nos diferenciais dos automóveis e nos mecanismos de relógios, por exemplo —, em acoplamentos de polias por meio de correias e em acoplamentos de coroas por meio de correntes, como acontece nas bicicletas.

Inicia-se o capítulo com alguns exemplos de movimentos circulares e de movimentos de rotação.

Pode-se comentar que, em um sólido realizando exclusivamente rotação, existe uma infinidade de pontos realizando movimentos circulares.

Destaca-se a importância do movimento de rotação, citando, por exemplo, a rotação do nosso planeta, que implica a sucessão dos dias e das noites, a rotação das rodas, volantes, polias e engrenagens de automóveis e outros veículos.

Comente sobre a unidade de medida de ângulo plano denominada **radiano**. Para facilitar a compreensão desta unidade de medida, use uma roda de papelão, madeira ou isopor, traçando nela um raio (**R**). Use uma régua flexível, ou uma fita métrica, para marcar arcos de comprimentos ℓ iguais ao do raio, ao longo de toda a circunferência externa da roda, traçando também outros raios, como indica a figura:



Com esse recurso, os estudantes poderão compreender o que é um radiano a partir das medições dos comprimentos do raio e do arco e, além disso, constatar que o ângulo de uma volta equivale a seis radianos e mais um pouco ($360° = 2\pi$ rad $\cong 6{,}28$ rad).

Destaca-se ainda que essa unidade não depende do comprimento do raio da roda usada. Se o raio fosse reduzido à metade, por exemplo, o mesmo aconteceria com o comprimento do arco (ver destaque na figura anterior).

Espera-se que o estudante verifique que a posição de uma partícula em uma circunferência pode continuar sendo dada pelo espaço **s** — agora denominado **espaço linear** —, mas também pode ser dada pela medida de um ângulo: o **espaço angular** φ, determinado, na unidade **radiano**, pelo quociente de **s** por **R**.

Em seguida, define-se a **velocidade escalar angular**, uma outra maneira de se medir a rapidez de uma partícula em movimento circular, e deduz-se uma relação entre ela e a outra velocidade escalar já conhecida, que agora recebe o nome de **velocidade escalar linear**.

É fundamental destacar que a relação $v = \omega R$ só é válida quando ω está na unidade **radiano por unidade de tempo**, já que foi deduzida a partir da unidade radiano.

No estudo do movimento circular e uniforme (MCU), sugere-se que as definições de período (**T**) e frequência (**f**) e a relação entre essas grandezas sejam acompanhadas de exemplos numéricos. Também é conveniente citar alguns períodos relevantes como os de rotação e translação da Terra e de outros planetas, de rotação e translação da Lua, de translação dos satélites geoestacionários e de rotação dos ponteiros de um relógio.

Recomenda-se uma análise detalhada da abordagem feita em *Acoplamento de polias e rodas dentadas*. Com isso, os estudantes poderão entender, por exemplo, como podem ser obtidas as mais diversas frequências a partir de uma única frequência de rotação do eixo de um motor.

O boxe em que apresentamos *Uma bicicleta de rodas quadradas* deve despertar bastante interesse. Sugerimos que a leitura fique a cargo dos estudantes, mas que sejam alertados de que arcos de parábola, cicloide, catenária e hipérbole, entre outros, podem ser parecidos, porém não são iguais: possuem diferentes propriedades e são descritos por expressões matemáticas também diferentes.

O QUE NÃO PODE FALTAR

2. Enfoque angular

3. Velocidade escalar angular

▶ Atividades

4. Período e frequência

▶ Atividades

ALGO MAIS

Comente com os estudantes que as alterações de rodas e pneus originais, trocando-os por outros maiores, para o veículo ficar mais elevado do chão, ou por menores, para o veículo ficar rebaixado, acarretam erros nos valores de velocidade indicados pelo velocímetro.

É interessante relacionar a velocidade angular referente ao movimento de rotação da Terra, na unidade graus por hora, com o estabelecimento dos fusos horários.

A seguir apresentamos um texto sobre a evolução histórica da indústria fonográfica, que pode ser lido para os estudantes se houver disponibilidade.

Indústria fonográfica

Em plena época do *compact disc* (CD), muitas vezes esquecemos ou desconhecemos que a origem da gravação sonora no mundo começou, em 1877, com a invenção do **fonógrafo**, um aparelho capaz de gravar e reproduzir o som, inventado por Thomas Alva Edison (1847-1931).

O fonógrafo de disco plano, ou gramofone, foi inventado pelo alemão Emil Berliner, em 1887.

Com a evolução da indústria fonográfica, as gravações mecânicas foram substituídas pelas elétricas e, em 1948, surgem os discos de alta-fidelidade (*hi-fi*) e o *long-play*, feitos de vinil. Para ouvi-los, foi criado o toca-discos, que consistia de um prato giratório acionado por um motor elétrico. A frequência de rotação do prato era de 16, 33, 45 ou 78 rpm (rotações por minuto).

A rotação de um disco de vinil ocorre no sentido horário, com velocidade angular (ω) **constante**. No caso de um *long-play* (LP), por exemplo, a rotação se dá com frequência aproximadamente igual a 33 rpm. Por isso, a duração de cada volta é cerca de 1,8 s.

Nas irregularidades (saliências e reentrâncias) existentes ao longo de um sulco em espiral de um LP, estão gravadas as informações que dão origem aos sinais sonoros. Na reprodução do conteúdo gravado, o sulco passa por uma agulha que vai se deslocando lentamente da borda externa para a região mais central do disco. Essa agulha, em contato com as citadas irregularidades, vibra e, assim, capta as informações gravadas.

Obviamente uma "circunferência" do sulco, situada na região mais periférica do disco, é mais longa que uma "circunferência" das regiões mais internas. Como a velocidade angular (ω) é constante, o tempo de duração da reprodução do conteúdo de cada "circunferência" é o mesmo (aproximadamente 1,8 s). Assim, as informações correspondentes a 1,8 s de uma música estão gravadas mais espaçadamente em uma "circunferência" mais externa e mais "espremidas" em "circunferências" mais internas. Isso compromete a qualidade da reprodução do que está gravado na região mais próxima do centro do disco.

Desde 1967 foram realizadas pesquisas sobre a gravação sonora digital, mas só em 1982 foram lançados (em Tóquio) o CD (com 12 cm de diâmetro) e o CD *player* (leitor de CD), resultado do trabalho conjunto de uma empresa da Holanda e outra do Japão. No Brasil, esse lançamento ocorreu em 1984.

Em um *compact disc* (CD), a leitura das informações digitais gravadas, em microcavidades e em código binário, é feita por um finíssimo feixe de *laser*.

A rotação de um CD acontece no sentido anti-horário, e seu sulco passa pelo feixe de *laser*, que vai se deslocando da região gravada situada mais próxima do centro do disco para a região mais periférica.

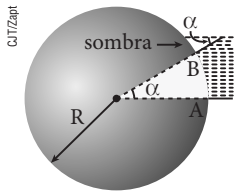
Diferentemente do que acontece com os discos de vinil, a velocidade angular (ω) de um CD é variável durante a leitura de seu conteúdo. Essa variação é controlada, com altíssima precisão, por um circuito conhecido tecnicamente por CLV (*Constant Linear Velocity*), de modo que torne constante (1,30 m/s) a velocidade linear (v): qualquer "circunferência" do sulco passa pelo feixe de *laser* com a mesma velocidade linear. Assim, o intervalo de tempo de leitura das informações contidas em uma "circunferência" mais próxima do centro do disco é menor que o de leitura das informações que estão em uma "circunferência" mais externa. Consequentemente, a quantidade de informações gravadas é tanto menor quanto menor for o perímetro da "circunferência", e essas informações estão uniformemente distribuídas ao longo de todo o sulco, não mais havendo o problema dos discos de vinil, que continham regiões com informações mais "espremidas".

No início da leitura de um CD (conteúdo gravado na "circunferência" mais próxima do seu centro), o disco gira com frequência 539 rpm. Em seguida, essa frequência vai diminuindo gradualmente até 214 rpm, quando é lido o conteúdo gravado na "circunferência" mais externa.

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 53)

3. $v = \omega R = 0{,}1 \cdot 200 \Rightarrow v = 20\ m/s \Rightarrow \boxed{v = 72\ km/h}$

4. Como um ângulo central e o comprimento do arco que ele "enxerga" são proporcionais, temos:



$$\frac{\alpha}{AB} = \frac{360°}{2\pi R}$$

$$\frac{20°}{10\ cm} = \frac{360°}{2 \cdot 3 \cdot R}$$

$$\boxed{R = 30\ cm}$$

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 56)

Uma bicicleta pode ser um excelente "laboratório" para os estudantes assimilarem conceitos e propriedades relacionados aos movimentos circulares. Por isso, recomendamos que a atividade sugerida nesta seção seja realizada como mais um instrumento de motivação e conhecimento.

Analisando o experimento

1. O período, a frequência e a velocidade escalar angular.

2. Os pontos periféricos da coroa e da catraca, bem como os pontos da corrente, deslocam-se com a mesma velocidade escalar linear. Logo:

$v_{co} = v_{ca} \Rightarrow (2\pi R f)_{co} = (2\pi R f)_{ca}$

Assim: $\boxed{\frac{f_{co}}{f_{ca}} = \frac{R_{ca}}{R_{co}}}$

Portanto, observar que as frequências de rotação da coroa e da catraca e os respectivos raios dessas engrenagens estão na **proporção inversa**.

3. O acoplamento por correia entre a polia da ventoinha e a polia do alternador dos antigos motores de alguns automóveis poderia ser um exemplo.

Também em moendas de cana, como as máquinas de fazer garapa, esses acoplamentos podem ser notados.

4. Deve selecionar uma catraca de **pequeno raio**. Veja o porquê:

$$\frac{f_{co}}{f_{ca}} = \frac{R_{ca}}{R_{co}} \Rightarrow f_{ca} = \frac{R_{co}}{R_{ca}} f_{co} \quad (I)$$

Mas: $v_{bicicleta} = 2\pi R_{roda} f_{ca}$ (II)

Substituindo (**I**) em (**II**), temos:

$$v_{bicicleta} = 2\pi R_{roda} \frac{R_{co}}{R_{ca}} f_{co}$$

Sendo 2π, $\mathbf{R_{co}}$ e $\mathbf{f_{co}}$ constantes (a bicicleta supostamente estará sendo movida sempre com o mesmo número de pedaladas por unidade de tempo), segue que: $v_{bicicleta} = \frac{K}{R_{ca}}$, em que **K** é uma constante.

A última expressão nos permite dizer que $\mathbf{v_{bicicleta}}$ é inversamente proporcional a $\mathbf{R_{ca}}$, o que justifica o que respondemos.

5. Deve selecionar uma **catraca de raio grande**.

Nesse caso, o ciclista aciona a coroa com "pouca força", mas com muitos giros de seus pés e pedais. A catraca da bicicleta (portanto, a roda traseira do veículo), por sua vez, realiza um número menor de giros, mas impulsionada por forças de grande intensidade, que produzem uma "tração mais forte".

Professor, na Unidade **3** deste livro, no Capítulo **13**, inserimos um exercício com os elementos matemáticos dessa questão.

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 57)

7. $f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{20}{10} \Rightarrow \boxed{f = 2\ Hz}$

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}5\ s}$

8. $f = \frac{3000\ \text{rotações}}{60\ s} = 50\ Hz$

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}02\ s}$

9. $T = 60\ s$ e $R = 1{,}2\ m$

$v = \omega R = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1{,}2}{60} \Rightarrow \boxed{v = 0{,}12\ m/s}$

10. $\boxed{T_A = T_B}$; $\boxed{f_A = f_B}$; $\boxed{\omega_A = \omega_B}$

$\left.\begin{array}{l} v_A = \omega_A\, d \\ v_B = \omega_B\, 2d \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{v_B = 2v_A}$

11. a) $v_A = v_B \Rightarrow f_A R_A = f_B R_B$

$60\ rpm \cdot 5\ cm = f_B \cdot 20\ cm$

Assim: $\boxed{f_B = 15\ rpm}$

b) Usando um ponto da correia em contato com a polia **A**, por exemplo, temos:

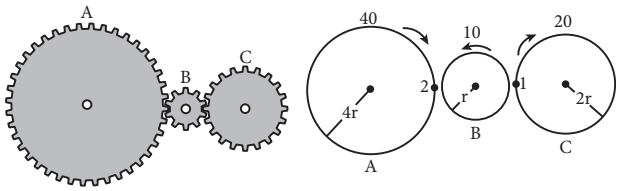
$v_A = \omega_A R_A = 2\pi f_A R_A = 2 \cdot 3{,}1 \cdot \frac{60}{60} Hz \cdot 5\ cm$

Logo: $\boxed{v_A = 31\ cm/s}$

12. a) $T_1 = T_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1}$

b) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1 r_1}{\omega_2 r_2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2}}$

13.



O perímetro é proporcional ao número de dentes. Como o raio e o perímetro também são proporcionais, o raio é proporcional ao número de dentes.

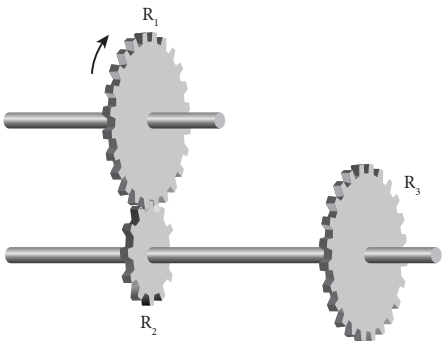
$v_1 = v_2 \Rightarrow \omega_1 \cdot 2r = \omega_2 \cdot 4r \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\pi f_C \cdot 2 = 2\pi f_A \cdot 4 \Rightarrow 2 f_C = 4 f_A \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\frac{n_C}{\Delta t} = 4\frac{n_A}{\Delta t} \Rightarrow 2n_C = 4n_A \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \cdot 10 = 4n_A \Rightarrow \boxed{n_A = 5}$

14.



Ilustrações: CJT/Zapt

a) $f_1 = 5\,000$ rpm

$v_1 = v_2 \Rightarrow 2\pi f_1 r_1 = 2\pi f_2 r_2$

Assim: $5\,000 \cdot 50 = f_2 \cdot 25 \Rightarrow \boxed{f_2 = f_3 = 10\,000 \text{ rpm}}$

b) $\frac{v_1}{v_3} = \frac{2\pi f_1 r_1}{2\pi f_3 r_3} = \frac{5\,000 \cdot 50}{10\,000 \cdot 50} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_3} = \frac{1}{2}}$

15. $R = 25$ cm, $f = 1\,200$ rpm $= 20$ Hz

Em $\Delta t = 1$ s:

$\Delta s = 20 \cdot 2\pi R = 20 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0{,}25 \Rightarrow \Delta s = 30$ m

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 30 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v = 108 \text{ km/h}}$

ou

$v = \omega R = 2\pi f R = 2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 0{,}25 \Rightarrow v = 30$ m/s

Logo: $\boxed{v = 108 \text{ km/h}}$

16. a) Sejam **A** e **B** dois pontos periféricos do anel e da região de raio r_1, respectivamente.

$v_A = v_B \Rightarrow 2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B \Rightarrow f_A R = f_B r_1$

Assim: $\frac{100}{3}$ rpm $\cdot$ 90 mm $= f_B \cdot 1{,}20$ mm

$\boxed{f_B = 2\,500 \text{ rpm}}$

b) Sejam **A** e **C** dois pontos periféricos do anel e da região de raio r_2, respectivamente.

$v_A = v_C \Rightarrow 2\pi f'_A R_A = 2\pi f_C R_C$

Logo: $f'_A R = f_C r_2 = f r_2$

Assim: $f'_A \cdot 90$ mm $= 2\,500$ rpm $\cdot 1{,}62$ mm

Portanto: $\boxed{f'_A = 45 \text{ rpm}}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 58)

Em 240 a.C., o sábio grego Eratóstenes de Cirene determinou, pela primeira vez, o raio (**R**) da Terra.

Para isso, ele se valeu de constatações experimentais feitas em duas cidades egípcias localizadas aproximadamente em um mesmo meridiano: **Alexandria**, situada no delta do rio Nilo, e **Siena** (hoje Assuã), situada mais ao sul, bem próxima do trópico de Câncer.

Eratóstenes havia observado que, por volta de 22 de junho (solstício de verão no hemisfério Norte), em Siena, ao meio-dia, o Sol estava bem a pino, de modo que o fundo de um poço era completamente iluminado pelos raios solares (veja a figura a seguir, em que **S** simboliza Siena e **A**, Alexandria). No mesmo dia e no mesmo horário, porém, isso não acontecia em Alexandria. Assim, uma estaca fincada verticalmente em terreno plano e horizontal, em Alexandria, projetava uma sombra no solo:

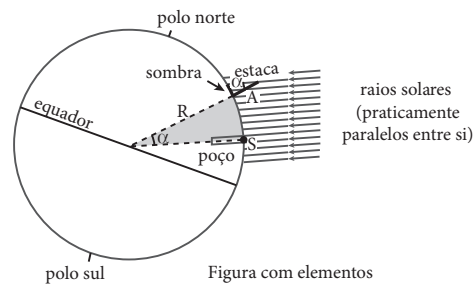


Figura com elementos sem proporção entre si.

Eratóstenes mediu o ângulo α indicado na figura, obtendo cerca de 7,2°, que corresponde a $\frac{1}{50}$ do ângulo de uma volta.

A "distância" de Alexandria a Siena, ou seja, o comprimento do arco AS, já havia sido determinada. Em uma unidade de medida denominada *stadium* (*stadia*, no plural), usada na época naquela região e que equivale aproximadamente a 183 m, o comprimento AS era cerca de 5 000 *stadia*.

Com α em graus, pode-se então calcular o raio **R** da Terra:

$$\begin{array}{l} \alpha \quad \rightarrow AS \\ 360^\circ \rightarrow 2\pi R \end{array}$$

$$R = \frac{360^\circ AR}{2\pi\alpha} \Rightarrow R = \frac{360^\circ \cdot 5\,000}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}2^\circ}$$

Assim: $R \cong 39\,809$ *stadia* $\cong 39\,809 \cdot 0{,}183$ km

Portanto: $R \cong 7\,285$ km

Levando em conta a época em que essa determinação foi feita, o resultado é muito bom, já que supera em apenas cerca de 14% o valor médio atual, que é de aproximadamente 6 400 km.

CAPÍTULO 4

VETORES E CINEMÁTICA VETORIAL

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

A assimilação da diferença entre grandezas escalares e vetoriais e a operacionalização com vetores são essenciais para a compreensão da Mecânica e outros campos da Física, como Eletrostática e Eletromagnetismo. Por isso, a primeira parte deste capítulo trata de vetores com o imprescindível respaldo de uma bem diversificada e atualizada coletânea de atividades. Espera-se, assim, que os estudantes estejam aptos a adicionar, subtrair e decompor vetores que traduzam grandezas vetoriais, utilizando adequadamente as regras do polígono e do paralelogramo, a Lei dos cossenos, além de outras relações matemáticas.

Na segunda parte, são apresentadas as definições de deslocamento vetorial, velocidade vetorial média e velocidade vetorial instantânea. É praticamente uma releitura da Cinemática, agora em seu caráter pleno, atribuindo às grandezas envolvidas o devido tratamento vetorial.

Ainda na segunda parte, estudamos a aceleração vetorial e suas componentes tangencial e centrípeta. Recomenda-se fixar que a componente tangencial está vinculada às mudanças de intensidade da velocidade vetorial, enquanto a componente centrípeta associa-se às mudanças de direção dessa velocidade. Exemplos contextuais são sempre recomendados, pois colaboram para a compreensão do assunto.

Finalmente, na terceira parte, é desenvolvido o tema *Composição de movimentos*, que se fundamenta no Princípio de Galileu sobre a independência dos movimentos: cada movimento parcial — movimento relativo e de arrastamento — ocorre como se o outro não existisse. A tratativa também recebeu o reforço de uma ampla lista de atividades que permitem a adequada absorção das noções envolvidas.

Acreditamos que o assunto deste capítulo foi desenvolvido de modo completo. Se o professor, entretanto, não dispuser de tempo ou achar que a abordagem deve ser mais resumida, o material permitirá sintetizações, bastando selecionar os pontos da teoria e as atividades de maior interesse.

O QUE NÃO PODE FALTAR

1. Grandezas escalares e vetoriais
2. Vetores e operações com vetores
   - Atividades
3. Deslocamento vetorial
4. Velocidade vetorial média
5. Velocidade vetorial (instantânea)
6. Aceleração vetorial média
7. Aceleração vetorial (instantânea)
   - Atividades
8. Velocidade relativa, de arrastamento e resultante
9. Princípio de Galileu
   - Atividades

ALGO MAIS

Em geral, há dificuldade em assimilar que o movimento relativo ocorre independentemente do movimento de arrastamento (Princípio de Galileu). O problema da travessia de um rio em tempo mínimo, por exemplo, que impõe a perpendicularidade entre a velocidade do barco em relação às águas e a velocidade de arrastamento provocada pela correnteza, quase sempre é de difícil compreensão. Um bom argumento que pode colaborar nessa explicação está na pergunta:

— Como você faria para atravessar uma rua em tempo mínimo, admitindo-se que sua velocidade em relação ao solo tenha sempre a mesma intensidade?

A resposta quase sempre é: — Ora, caminhando perpendicularmente às guias das calçadas.

Nesse ponto cabe uma réplica insofismável:

— Você sabia que seu corpo está sendo arrastado concomitantemente pelo movimento de rotação da Terra? Isso influi nos seus procedimentos para que a travessia da rua ocorra em tempo mínimo?

Resposta: — Certamente não...

Com esse exemplo, é possível compreender a ideia de que o movimento imposto pelas nossas pernas (movimento relativo) acontece independentemente do movimento provocado pela rotação do planeta (movimento de arrastamento). Esse movimento de arrastamento pode existir ou não; a travessia da rua ocorrerá durante o mesmo intervalo de tempo em ambos os casos.

Apresentamos a seguir duas demonstrações que podem ser exploradas em aula, se o professor julgar relevante e se houver disponibilidade.

Demonstrações de $a_{cp} = \frac{v^2}{R}$

Tratamento vetorial

Na figura **1**, uma partícula realiza movimento circular e uniforme ao longo de uma circunferência de raio **R**. Sua velocidade vetorial tem intensidade **v**, sendo representada pelo vetor $\vec{v}_A$ no ponto **A** e pelo vetor $\vec{v}_B$ no ponto **B**.

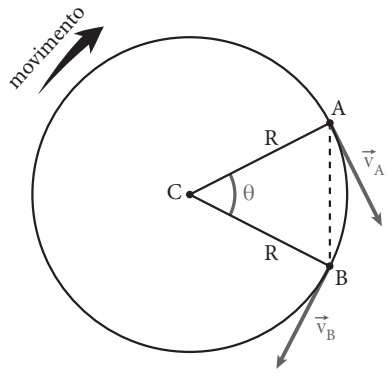


figura 1

Sendo **Δt** o intervalo de tempo gasto no percurso de **A** até **B**, o módulo da aceleração vetorial média da partícula fica determinado por:

$$|\vec{a}_m| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} \quad (I)$$

A variação de velocidade vetorial $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ está representada na figura **2**.

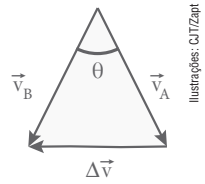


figura 2

Observe na figura **2** que o ângulo formado entre $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ é igual ao ângulo formado entre os raios da circunferência nos pontos **A** e **B** da figura **1** (ângulos de lados perpendiculares têm medidas iguais); pode-se concluir, então, que os triângulos destacados nas duas figuras são semelhantes. Logo:

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{AB} = \frac{|\vec{v}_A|}{R}$$

Admitindo-se **Δt** muito pequeno, a medida do segmento AB fica praticamente igual à do arco AB. Como $\overline{AB} \cong \overset{\frown}{AB} = v\,\Delta t$ e $|\vec{v}_A| = v$, tem-se:

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v\Delta t} = \frac{v}{R} \Rightarrow \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \quad (II)$$

Comparando as equações (**I**) e (**II**), obtemos:

$$|\vec{a}_m| = \frac{v^2}{R}$$

Para intervalos de tempo tendentes a zero, no entanto, a aceleração vetorial média assume caráter instantâneo, com direção radial e orientação para o centro da trajetória da mesma forma que $\Delta\vec{v}$, o que justifica a denominação **aceleração centrípeta** ($\vec{a}_{cp}$).

Portanto: $\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}}$

Tratamento escalar

Na figura **3**, uma partícula percorre uma circunferência de raio **R** com velocidade escalar constante igual a **v** (movimento circular e uniforme).

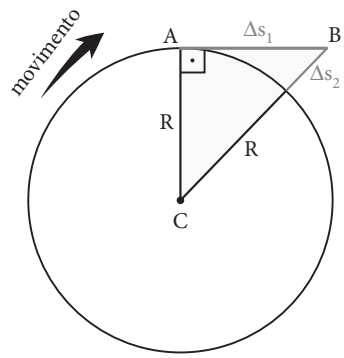


figura 3

Para intervalos de tempo tendentes a zero, o movimento descrito pela partícula pode ser assimilado a uma sucessão de pares de movimentos elementares: um uniforme na direção tangencial e outro uniformemente acelerado na direção radial. Em cada movimento tangencial, a partícula percorre uma distância $\Delta s_1 = v\,t$, e em cada movimento radial ela percorre, a partir do repouso, uma distância $\Delta s_2 = \frac{\alpha t^2}{2}$, em que α traduz a aceleração escalar nessa direção.

Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo ABC destacado na figura, em que aparecem as distâncias Δs_1 e Δs_2 com dimensões exageradas para melhor visualização, temos:

$(R + \Delta s_2)^2 = (\Delta s_1)^2 + R^2$

$R^2 + 2R\,\Delta s_2 + (\Delta s_2)^2 = (\Delta s_1)^2 + R^2$

$2R\,\Delta s_2 + (\Delta s_2)^2 = (\Delta s_1)^2$

Para pequenos intervalos de tempo:

$\Delta s_2 << R \Rightarrow (\Delta s_2)^2 << R\,\Delta s_2$

Logo, na soma $2R\,\Delta s_2 + (\Delta s_2)^2$, pode-se desprezar a parcela $(\Delta s_2)^2$, já que seu valor é muito menor que o da parcela $2R\,\Delta s_2$. Assim:

$$2R\,\Delta s_2 \cong (\Delta s_1)^2 \Rightarrow 2R\frac{\alpha}{2}t^2 = (vt)^2$$

Logo: $R\,\alpha\,t^2 = v^2t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{v^2}{R}$

Como a aceleração calculada ocorre na direção radial e no sentido do centro da trajetória, trata-se de uma **aceleração centrípeta (a_{cp})**.

Portanto: $\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}}$

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 66)

5. a) Grandezas escalares: energia (1); massa (2); densidade (4); tempo (7). $\boxed{1\,247}$

b) Grandezas vetoriais: força (3); aceleração (5); deslocamento (6); velocidade (8). $\boxed{3\,568}$

6. a) $|\vec{s}| = |\vec{b}| + |\vec{a}| \Rightarrow |\vec{s}| = (80 + 60)$ u

Logo: $\boxed{|\vec{s}| = 140 \text{ u}}$

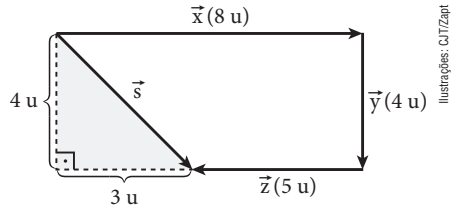
b) $|\vec{s}| = |\vec{b}| - |\vec{a}| \Rightarrow |\vec{s}| = (80 - 60)$ u

Logo: $\boxed{|\vec{s}| = 20 \text{ u}}$

c) $|\vec{s}|^2 = |\vec{b}|^2 + |\vec{a}|^2 \Rightarrow |\vec{s}|^2 = (80)^2 + (60)^2$

Logo: $\boxed{|\vec{s}| = 100 \text{ u}}$

7.



Ilustrações: CJT/Zapt

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo destacado, tem-se:

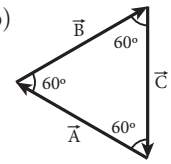
$|\vec{s}|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow \boxed{|\vec{s}| = 5 \text{ u}}$

8. Lei dos cossenos: $s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos 60°$

Assim: $s^2 = (24)^2 + (21)^2 + 2 \cdot 24 \cdot 21 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{s = 39 \text{ u}}$

9. a) $|\vec{S}| = x + x - x \Rightarrow \boxed{|\vec{S}| = x}$

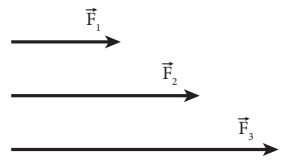
b)



$\boxed{|\vec{S}| = 0}$

10.

a)

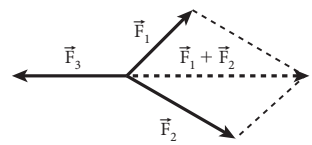


$|\vec{S}_{máx}| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3|$

$|\vec{S}_{máx}| = (10 + 15 + 20)$ N

$\boxed{|\vec{S}_{máx}| = 45 \text{ N}}$

b)



$|\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$

$\boxed{|\vec{S}_{mín}| = 0}$

11. a)

$\vec{S} = \vec{F}_A + \vec{F}_B \Rightarrow |\vec{S}| = 12{,}0 - 5{,}0$ (N)

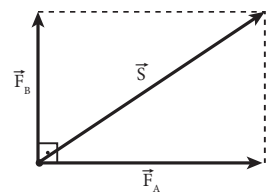
Logo: $\boxed{|\vec{S}| = 7{,}0 \text{ N}}$

$\vec{D} = \vec{F}_A - \vec{F}_B \Rightarrow \vec{D} = \vec{F}_A + (-\vec{F}_B)$

Assim: $|\vec{D}| = 12{,}0 + 5{,}0$ (N)

$\boxed{|\vec{D}| = 17{,}0 \text{ N}}$

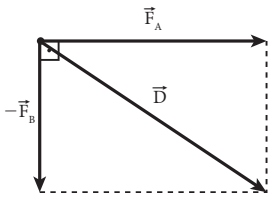
b) $\vec{S} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$



Teorema de Pitágoras:

$|\vec{S}|^2 = (12{,}0)^2 + (5{,}0)^2$

$\boxed{|\vec{S}| = 13{,}0 \text{ N}}$



$\vec{D} = \vec{F}_A - \vec{F}_B$

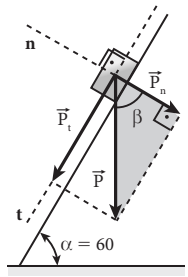
$\vec{D} = \vec{F}_A + (-\vec{F}_B)$

Teorema de Pitágoras:

$|\vec{D}|^2 = (12{,}0)^2 + (5{,}0)^2$

$\boxed{|\vec{D}| = 13{,}0\ \text{N}}$

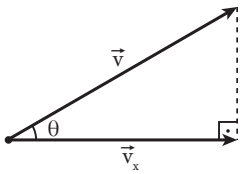
12. Na figura ao lado, estão representadas as componentes de $\vec{P}$ segundo as retas **t** e **n**, respectivamente $\vec{P}_t$ (componente tangencial) e $\vec{P}_n$ (componente normal). É importante observar que, no triângulo retângulo destacado, temos: $\beta = \alpha = 60°$ (ângulos de lados perpendiculares têm medidas iguais).



$P_t = P \operatorname{sen}\beta \Rightarrow P_t = 20{,}0 \cdot 0{,}87\,(\text{N}) \Rightarrow \boxed{P_t = 17{,}4\ \text{N}}$

$P_n = P \cos\beta \Rightarrow P_n = 20{,}0 \cdot 0{,}50\,(\text{N}) \Rightarrow \boxed{P_n = 10{,}0\ \text{N}}$

13. a)

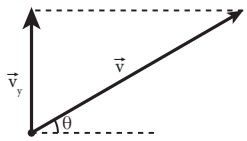


$v_x = v \cdot \cos\theta$

$v_x = 360 \cdot \frac{40}{50}$ (km/h)

Logo: $\boxed{v_x = 288\ \text{km/h}}$

b)



$v_y = v \cdot \operatorname{sen}\theta$

$v_y = 360 \cdot \frac{30}{50}$ (km/h)

Logo: $\boxed{v_y = 216\ \text{km/h} = 60\ \text{m/s}}$

$v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow 60 = \frac{480}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 8{,}0\ \text{s}}$

c) $D = v \cdot \Delta t \Rightarrow D = \frac{360}{3{,}6} \cdot 8{,}0\,(\text{m}) \Rightarrow \boxed{D = 800\ \text{m}}$

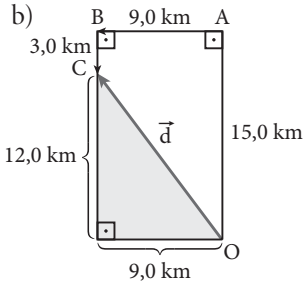
RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 73)

17. a) $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{OA + AB + BC}{\Delta t}$

$v_m = \frac{15{,}0 + 9{,}0 + 3{,}0}{13 - 7} = \frac{27}{6}$

$\boxed{v_m = 4{,}5\ \text{km/h}}$

b)



Teorema de Pitágoras:

$|\vec{d}|^2 = (9{,}0)^2 + (12{,}0)^2$

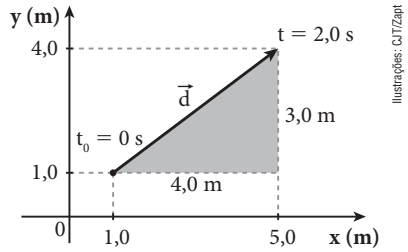
$\boxed{|\vec{d}| = 15{,}0\ \text{km}}$

$\vec{v}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$

$|\vec{v}_m| = \frac{15{,}0\ \text{km}}{6{,}0\ \text{h}}$

$\boxed{|\vec{v}_m| = 2{,}5\ \text{km/h}}$

18.



Ilustrações: CJT/Zapt

a) Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo destacado, temos:

$|\vec{d}|^2 = (3{,}0)^2 + (4{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{|\vec{d}| = 5{,}0\ \text{m}}$

b) $|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{v}_m| = \frac{5{,}0\ \text{m}}{2{,}0\ \text{s}} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 2{,}5\ \text{m/s}}$

19. a) Velocidade: vetor (**I**); Aceleração: vetor (**II**)

$\vec{a}$ requer uma componente centrípeta e uma componente tangencial no sentido do movimento.

b) Velocidade: vetor (**I**); Aceleração: vetor (**IV**)

$\vec{a}$ requer uma componente centrípeta e uma componente tangencial em sentido oposto ao do movimento.

c) Velocidade: vetor (**I**); Aceleração: vetor (**III**)

A aceleração vetorial é centrípeta.

20. a) MCU: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$

Assim: $v = \frac{2 \cdot 3{,}1 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}}{3{,}1 \cdot 10^7}$ (m/s)

Logo: $v = 30 \cdot 10^3\ \text{m/s} \Rightarrow \boxed{v = 30\ \text{km/s}}$

b) $a_{cp} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_{cp} = \frac{(30 \cdot 10^3)^2}{1{,}5 \cdot 10^{11}}\ (\text{m/s}^2)$

Logo: $\boxed{a_{cp} = 6{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{m/s}^2}$

21. a) Para t = 0,50 s:

$v = 1{,}0 + 4{,}0 \cdot (0{,}50) \Rightarrow \boxed{v = 3{,}0\ \text{m/s}}$

b) $v = v_0 + \alpha \cdot t$, logo: $\boxed{\alpha = |\vec{a}_t| = 4{,}0\ \text{m/s}^2}$

$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{(3{,}0)^2}{\frac{6{,}0}{2}} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = 3{,}0\ \text{m/s}^2$

Teorema de Pitágoras:

$|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 = (4{,}0)^2 + (3{,}0)^2$

Logo: $\boxed{|\vec{a}| = 5{,}0\ \text{m/s}^2}$

22. a) $|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{(3{,}0)^2}{1{,}5}$

Logo: $\boxed{|\vec{a}_{cp}| = 6{,}0\ \text{m/s}^2}$

$|\vec{a}_{cp}| = |\vec{a}| \cdot \operatorname{sen} 30° \Rightarrow 6{,}0 = |\vec{a}| \cdot 0{,}50$

Logo: $\boxed{|\vec{a}| = 12\ \text{m/s}^2}$

b) $\vec{a}$ admite uma componente tangencial no sentido de $\vec{v}$. Logo, o movimento é **acelerado**.

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (p. 78)

26. (I) $v_G + v_E = \frac{C}{\Delta t_1} \Rightarrow 1{,}5 + 0{,}50 = \frac{C}{\Delta t_1}$

Logo: $\Delta t_1 = \frac{C}{2{,}0}$

(II) $v_G - v_E = \frac{C}{\Delta t_2} \Rightarrow 1{,}5 - 0{,}50 = \frac{C}{\Delta t_2}$

Logo: $\Delta t_2 = \frac{C}{1{,}0}$

(III) $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 12 \Rightarrow \frac{C}{2{,}0} + \frac{C}{1{,}0} = 12$

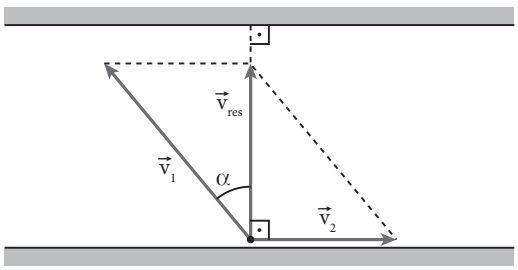
Logo: $\boxed{C = 8{,}0\ m}$

27. a) $v_{rel} = \frac{\ell}{t} \Rightarrow 40 = \frac{10}{t} \Rightarrow \boxed{t = 0{,}25\ h = 15\ min}$

t independe de $\mathbf{v}_{arr}$

b) $v_{arr} = \frac{D}{t} \Rightarrow 10 = \frac{D}{0{,}25} \Rightarrow \boxed{D = 2{,}5\ km}$

28. Travessia em distância mínima:

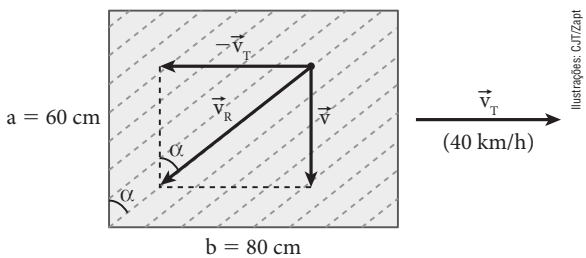


$\text{sen}\,\alpha = \frac{|v_2|}{|v_1|} \Rightarrow \text{sen}\,\alpha = \frac{20}{40} \Rightarrow \text{sen}\,\alpha = 0{,}50$

Assim: $\alpha = 30°$

Logo: $\theta = 30° + 90° \Rightarrow \boxed{\theta = 120°}$

29.



Ilustrações: CJT/Zapt

a) $\text{tg}\,\alpha = \frac{b}{a}$; e $\text{tg}\,\alpha = \frac{v_T}{v}$

Assim: $\frac{b}{a} = \frac{v_T}{v} \Rightarrow \frac{80}{60} = \frac{40}{v} \Rightarrow \boxed{v = 30\ km/h}$

b) Teorema de Pitágoras:

$(v_R)^2 = (v_T)^2 + v^2 \Rightarrow (v_R)^2 = (40)^2 + (30)^2$

Logo: $\boxed{v_R = 50\ km/h}$

30. $v_{rel} = 5{,}0\ cm/s$

$v_{arr} = 2\pi R f \Rightarrow v_{arr} = 2\pi f v_{rel} t_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow v_{arr} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{30}{60} \cdot 5{,}0 \cdot 0{,}80\ (cm/s) \Rightarrow \boxed{v_{arr} = 12\ cm/s}$

Teorema de Pitágoras:

$(v_{res})^2 = (5{,}0)^2 + (12)^2 \Rightarrow \boxed{v_{res} = 13\ cm/s}$

A alternativa ***c*** é a correta.

31. (I) Movimento na direção AC: $v_{rel_y} = \frac{L}{\Delta t}$

$v_{rel_y} = \frac{600}{100}\ m/s \Rightarrow \boxed{v_{rel_y} = 6{,}0\ m/s}$

(II) Teorema de Pitágoras: $(v_{rel})^2 = (v_{rel_x})^2 + (v_{rel_y})^2$

$(10)^2 = (v_{rel_x})^2 + (6{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{v_{rel_x} = 8{,}0\ m/s}$

(III) Movimento na direção BC: $v_{rel_x} - v_c = \frac{D}{\Delta t}$

$8{,}0 - v_c = \frac{400}{100} \Rightarrow \boxed{v_c = 4{,}0\ m/s}$

32. Ponto **A**:

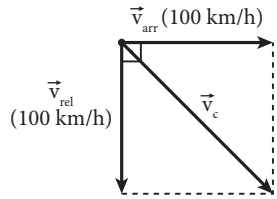
$\vec{v}_{arr}$ (100 km/h) e $\vec{v}_{rel}$ (100 km/h) $\Rightarrow$ $\vec{v}_A$

$v_A = 100 + 100 \Rightarrow \boxed{v_A = 200\ km/h}$

Ponto **B**:

$\vec{v}_{rel}$ (100 km/h) $\quad$ $\vec{v}_{arr}$ (100 km/h) $\quad v_B = 100 - 100 \Rightarrow \boxed{v_B = 0}$

Ponto **C**:



Teorema de Pitágoras:

$(v_C)^2 = (100)^2 + (100)^2$

$v_C = 100\sqrt{2}$

$v_C \cong 100 \cdot 1{,}4\ (km/h)$

$\boxed{v_C \cong 140\ km/h}$

33. a) Em relação ao solo, os elos da parte de cima que se deslocam de **A** para **B** têm velocidade 2v.

$2v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2v = \frac{6{,}0}{1{,}5} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0\ m/s}$

O eixo de um dos roletes maiores do tanque desloca-se um comprimento **L** em relação ao solo durante 1,5 s.

$v = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 2{,}0 = \frac{L}{1{,}5} \Rightarrow \boxed{L = 3{,}0\ m}$

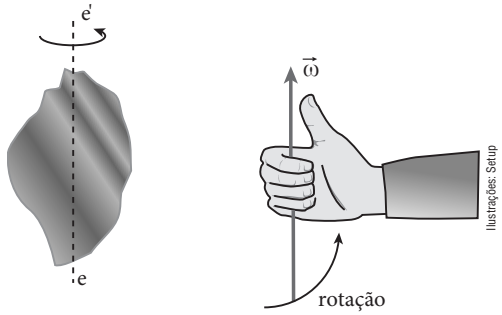
b) Em relação ao tanque, nas periferias dos roletes maiores e menores, a intensidade da velocidade linear é a mesma. Logo:

$v_{maior} = v_{menor} \Rightarrow (2\pi R f)_{maior} = (2\pi R f)_{menor}$

Assim: $R \cdot 50 = \frac{2R}{3} f_{menor} \Rightarrow \boxed{f_{menor} = 75\ rpm}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 79)

1. Consideremos o sólido representado a seguir (corpo extenso, ou seja, de dimensões não desprezíveis) em rotação em torno de um eixo imaginário **ee'**.



A velocidade angular $\vec{\omega}$ é uma **grandeza vetorial** de módulo igual ao módulo da velocidade escalar angular dos pontos do sólido, direção do eixo **ee'** e sentido dado pela regra da mão direita. Essa regra consiste em dispor o polegar da mão direita na direção do eixo **ee'** e os quatro dedos restantes dessa mão no sentido da rotação do sistema.

2. Calculemos, inicialmente, a intensidade da velocidade de arrastamento que a Terra impõe ao trem, em razão do movimento uniforme de rotação do planeta no ponto de interseção da ferrovia com a linha do Equador.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Sendo $\pi \cong 3{,}14$, $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m e

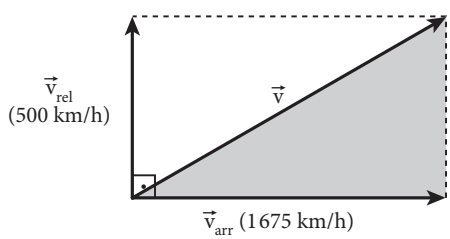
$T = 24\text{ h} = 24 \cdot 3\,600\text{ s} = 8{,}64 \cdot 10^4$ s, temos:

$$v = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6}{8{,}64 \cdot 10^4}(\text{m/s})$$

$v \cong 465{,}2$ m/s

$v = 465{,}2 \cdot 3{,}6\ (\text{km/h}) \Rightarrow \boxed{v \cong 1\,675\text{ km/h}}$

A velocidade pedida é dada pela soma vetorial da velocidade relativa do trem com a velocidade de arrastamento calculada.



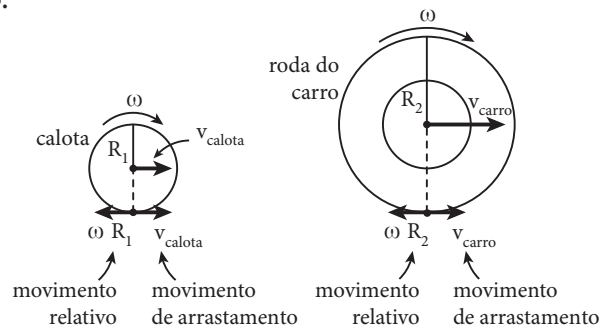
Aplicando-se o Teorema de Pitágoras, segue-se que:

$v^2 = v_{rel}^{\ 2} + v_{arr}^{\ 2} \Rightarrow v = (500)^2 + (1\,675)^2$

Logo: $\boxed{v \cong 1\,748\text{ km/h}}$

Desprezados quaisquer bloqueios, esta seria a velocidade de ejeção do trem para fora do planeta caso este parasse subitamente de girar.

3.



- Para a calota: $v_{calota} = \omega R_1$
- Para a roda do carro: $v_{carro} = \omega R_2$

$$\frac{v_{calota}}{v_{carro}} = \frac{\omega R_1}{\omega R_2} \Rightarrow \frac{v_{calota}}{v_{carro}} = \frac{R_1}{R_2}$$

Como $R_1 < R_2 \Rightarrow \boxed{v_{calota} < v_{carro}}$

SUBSÍDIOS AO *INTERSABERES* (p. 80)

Esta é uma boa oportunidade para propor um trabalho integrado com professores de outras disciplinas, fomentando um debate sobre meteorologia e variáveis que influem nas condições climáticas. Em que medida o aquecimento global interfere no clima, servindo de catalisador para o surgimento de ciclones e furacões, por exemplo?

Compreensão, pesquisa e debate

1. O texto a seguir é uma das possibilidades que os estudantes podem exibir como resultado de suas pesquisas.

Ciclones extratropicais são comuns no Brasil, diz especialista

[...]

Segundo o doutor em meteorologia Gustavo Escobar, do Centro de Previsão do Tempo e Estudos Climáticos (Cptec), ciclones extratropicais são comuns no Brasil, mas não são sentidos por se formarem geralmente longe da costa. "Entre os meses de abril e setembro, a frequência desse fenômeno pode ser maior, mas isso não impede que ele possa ocorrer em outros períodos e em outras regiões", explica Escobar.

Segundo o especialista, algumas regiões, chamadas ciclogenéticas, são características por serem as áreas onde se formam os ciclones. Na América do Sul, as principais regiões ciclogenéticas são o Nordeste da Argentina, o Uruguai, o Paraguai, o Rio Grande do Sul e Santa Catarina.

Como se formam os ciclones

Escobar explica [...] que os ciclones, independentemente da área do globo onde se localizam, se formam com a associação de um sistema de baixa pressão, ou seja, uma região onde a pressão atmosférica é baixa, e a convergência de ar, que tende a ir para o centro do sistema e subir, caracterizando um mecanismo de levantamento, como é chamado pelos especialistas.

"O ar que converge de fora do sistema de baixa pressão sobe e, quando isso ocorre, se houver umidade, há a formação de nuvens e, portanto, chuvas. Por isso é que geralmente os ciclones vêm associados à chuva e nebulosidade", diz.

Os ventos associados a esses sistemas são giratórios, segundo o especialista, e seu sentido varia de acordo com o hemisfério em que se forma o ciclone. No Hemisfério Norte, a circulação dos ventos se dá no sentido anti-horário. No Hemisfério Sul, que é o caso de grande parte do Brasil, os ventos circulam no sentido horário.

Tipos de ciclone

Os ciclones podem ser classificados em extratropicais e tropicais. No primeiro grupo, como diz o nome, estão os ciclones formados fora da faixa entre os trópicos de Câncer e Capricórnio. Eles se formam geralmente em áreas continentais próximas ao oceano e atingem sua máxima intensidade sobre os oceanos, com um deslocamento sempre do Oeste para o Leste.

Já os ciclones tropicais se formam geralmente na superfície do mar, na região entre os trópicos de Câncer e de Capricórnio. Neste caso, a temperatura da água do mar está quente, acima dos 28 graus, condição em que se formam mais facilmente áreas de baixa pressão. Esses ciclones se deslocam de forma aleatória.

Segundo Escobar, os ciclones tropicais, [...], são mais severos e mais intensos do que os extratropicais [...] O especialista destaca ainda que os prejuízos causados pelos ciclones podem depender da vulnerabilidade das áreas atingidas, além de variar conforme a intensidade do fenômeno.

Ciclones, tufões e furacões

De acordo com o que explica Escobar, furacões, tufões e ciclones se formam por meio do mesmo processo de convergência de ar em áreas de baixa pressão atmosférica, mas eles se formam em áreas diferentes.

"No Caribe, costumam ocorrer furacões; no sudeste asiático, costumam ocorrer tufões; e os ciclones são mais característicos em áreas do Oceano Índico e da Índia", afirma.

No Brasil, segundo o meteorologista, não costumam ocorrer furacões. "O furacão Catarina, registrado em 2004, caracterizou-se como um evento raro e anômalo, que acontece uma vez a cada 50 ou 100 anos", diz. Escobar explica que é possível prever os ciclones, mas é difícil definir precisamente sua localização e intensidade.

Disponível em: <http://g1.globo.com/Noticias/Brasil/0,,MUL455649-5598,00-CICLONES+EXTRATROPICAIS+SAO+COMUNS+NO+BRASIL+DIZ+ESPECIALISTA.html>. Acesso em: 9 abr. 2016.

Um tornado é um fenômeno meteorológico que se manifesta como uma coluna de ar que gira de forma violenta e potencialmente perigosa – vórtice –, estando em contato tanto com a superfície da Terra como com uma nuvem *cumulonimbus* ou, excepcionalmente, com a base de uma nuvem *cumulus*. Trata-se da súbita ascensão de ar quente e úmido de regiões próximas ao solo para regiões de maior altitude.

Sendo um dos fenômenos atmosféricos mais intensos que se conhece, os tornados se apresentam sob várias formas e tamanhos, mas geralmente possuem um formato cônico, cuja extremidade mais fina toca o solo e normalmente está rodeada por uma nuvem de pó e outras partículas. A maioria dos tornados conta com ventos que chegam a velocidades entre 65 e 180 km/h, mede aproximadamente 75 m de altura e translada-se por vários metros, senão quilômetros, antes de desaparecer. Os mais extremos podem ter ventos com velocidades superiores a 480 km/h, medir até 1,5 km de altura e permanecer no solo, percorrendo mais de 100 km de distância.

2. Esse aumento estaria relacionado com o aquecimento global, fruto da intensificação do efeito estufa na Terra. Com isso, a temperatura média das águas oceânicas estaria subindo, especialmente no Atlântico Sul, aproximando-se perigosamente de 28 °C entre os meses de março e setembro. A partir dessa temperatura, intensifica-se sobremaneira a evaporação da água, favorecendo a formação de ciclones extratropicais que podem chegar à categoria de furacões.

UNIDADE 2

DINÂMICA

CAPÍTULO 5

PRINCÍPIOS DA DINÂMICA

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, introduzimos os conceitos de **massa** e **força**, bem como as **Leis de Newton**, que nortearão o estudo da Dinâmica.

Nesse momento, ampliam-se bastante as possibilidades de contextualização e exemplos do dia a dia. Cria-se no curso um cenário favorável ao envolvimento da turma, despertando para a utilização de novas ferramentas com o propósito de obter explicações formais para situações ligadas ao seu cotidiano.

Recomendamos especial cuidado na apresentação da seção **4**. É fundamental que os estudantes concebam força como o ente físico capaz de provocar variações na velocidade vetorial de um corpo. Deve ficar claro que, no caso de uma partícula em equilíbrio, a força resultante é nula e, por isso, sua velocidade vetorial mantém-se constante.

Em geral, apresenta-se muita dificuldade em se desvencilhar das ideias aristotélicas: não é trivial compreender a situação do movimento retilíneo e uniforme, em que uma partícula se desloca por inércia sob força resultante nula. Uma boa maneira de introduzir esse conceito é com o exemplo de um avião, que, estando sujeito a quatro forças principais – peso, sustentação, propulsão e resistência do ar –, realiza movimento retilíneo e uniforme quando a resultante dessas forças é igual a zero.

Na seção **10**, é preciso enfatizar que as forças de ação e reação nunca se equilibram mutuamente, já que se aplicam em corpos diferentes. Na explicação teórica, aconselhamos que sejam dados vários exemplos relacionados à **3ª Lei de Newton**.

Atividades diversas com "bloquinhos" são também essenciais, já que a operacionalização facilita a compreensão conceitual, tornando mais fácil a fixação do conteúdo.

O QUE NÃO PODE FALTAR

2. O efeito dinâmico de uma força
4. Equilíbrio de uma partícula
6. O Princípio da Inércia (**1ª Lei de Newton**)
7. O Princípio Fundamental da Dinâmica (**2ª Lei de Newton**)
▶ Atividades
8. Peso de um corpo
9. Deformações em sistemas elásticos
10. O Princípio da Ação e Reação (**3ª Lei de Newton**)
▶ Atividades

ALGO MAIS

Nossa experiência tem demonstrado que um preâmbulo histórico como abertura deste capítulo pode ser muito proveitoso. Sugerimos discorrer a respeito da evolução das concepções sobre movimentos, citando as participações de Aristóteles, Galileu, Newton e Einstein com seus respectivos trabalhos.

É estimulante perceber que, a despeito de suas limitações, a Física Clássica é o fundamento que permitiu a elaboração de grande parte da tecnologia de que dispomos, haja vista as viagens à Lua, ocorridas no século passado, em que quase todo o desenvolvimento técnico teve como base as equações de Isaac **Newton** e outros cientistas da mesma geração.

Apresentamos neste capítulo um texto denominado *Newton versus Einstein* em que demonstramos a importância desses dois pensadores, cada um em seu tempo, e os desdobramentos de suas teorias. É uma leitura que sugerimos como elemento de reflexão e discussão em sala de aula.

Procedimentos experimentais, cujo objetivo é determinar a constante elástica de uma mola, também podem auxiliar bastante, tanto na correta aplicação da **Lei de Hooke**, como na assimilação do conceito de peso. Além das atividades experimentais propostas no livro do estudante, sugerimos ao final destas Orientações didáticas um experimento adicional que poderá ser realizado com a turma caso haja disponibilidade de tempo.

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 87)

Analisando o experimento

1. A explicação para o ocorrido é a seguinte: durante a retirada da placa, a força resultante na moeda é aquela recebida do plano de apoio, que, além de

não ter intensidade expressiva, atua durante um intervalo de tempo muito pequeno. Por isso, nesse curto intervalo de tempo, a moeda mantém-se praticamente em repouso, **por inércia**. Após retirada a placa, entretanto, a força da gravidade (peso) faz com que a velocidade vertical da moeda cresça a partir de zero, vencendo sua inércia de repouso e conduzindo-a ao fundo do copo.

2. Provavelmente não, pois a força de atrito aceleraria a moeda junto com a placa.

3. Provavelmente não, pois a moeda poderia não escorregar em relação à placa, deslocando-se solidariamente a ela.

4. É possível, por exemplo, puxar bruscamente a toalha de uma mesa sem que os objetos posicionados em cima dessa toalha caiam da mesa. Isso, porém, exige habilidade e prática e não aconselhamos essa realização, que pode ser danosa e, eventualmente, perigosa.

5. O caminhão vai e o bloco de gelo fica, isto é, sem receber a ação de forças horizontais (atrito), o bloco de gelo permanece em repouso nessa direção, caindo verticalmente sobre o solo a partir da perda de contato com a carroceria do veículo. É a **Lei da Inércia** sendo verificada em relação a deslocamentos horizontais do bloco de gelo.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 91)

3. (I) **Correta.** Nas freadas, as pessoas tendem a seguir em frente (inércia de movimento) e o cinto de segurança exerce forças que contribuem para a frenagem.

(II) **Incorreta.** Para que o cachorro seja acelerado, faz-se necessária a atuação de uma força externa.

(III) **Incorreta.** O único movimento que ocorre por inércia (força resultante nula) é o retilíneo e uniforme.

A alternativa ***e*** é a correta.

4. **2ª Lei de Newton**: $\vec{F} = m\ \vec{a}$

Assim: $F_1 - F_2 = m\ a \Rightarrow (4{,}0 - 1{,}6) \cdot 10^3 = 8{,}0 \cdot 10^2 \cdot a$

Logo: $\boxed{a = 3{,}0\ m/s^2}$

A direção de $\vec{a}$ é a de $\vec{F}_1$ ou $\vec{F}_2$ e o sentido é o de $\vec{F}_1$.

5. Sendo F_c a intensidade da força que a correnteza exerce no bote, aplicando-se a **2ª Lei de Newton**, temos:

$F_{res} = ma \Rightarrow 2F\cos\theta - F_c = ma$

Assim: $2 \cdot 80 \cdot 0{,}8 - F_c = 600 \cdot 0{,}02 \Rightarrow \boxed{F_c = 116\ N}$

6. **2ª Lei de Newton**: $\vec{F} = m\ \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_m = m\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

Assim: $1{,}2 \cdot 10^3 = 10 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{(v - 0)}{3{,}0 \cdot 10^{-3}}$

$\boxed{v = 3{,}6 \cdot 10^2\ m/s}$

7. a) **2ª Lei de Newton**: $\vec{F} = m\ \vec{a}$

Logo: $F_x - F_{at} = m\ a \Rightarrow F\cos 60° - F_{at} = m\ a$

Assim: $160 \cdot \dfrac{1}{2} - 50 = 25a \Rightarrow \boxed{a = 1{,}2\ m/s^2}$

b) O movimento será retilíneo e uniformemente acelerado.

$\Delta s = v_0\ t + \dfrac{a}{2}\ t^2 \Rightarrow 2{,}4 = \dfrac{1{,}2}{2}\ t^2 \Rightarrow \boxed{t = 2{,}0\ s}$

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 94)

... *Considere g = 10 m/s²*. Esse é um dado recorrente, que comparece em um grande número de atividades e proposições. Mas como obter experimentalmente a intensidade de $\vec{g}$?

Somos conscientes de que o método apresentado nesta seção é extremamente precário e rudimentar, mas pode servir como uma primeira indicação para se determinar o módulo da aceleração da gravidade. A sugestão serve também para levar os estudantes a elaborar hipóteses e defrontar as dificuldades impostas pela prática experimental.

Analisando o experimento

1. Esse experimento tem dois fatores principais que colaboram para distanciar o valor experimental de **g** do valor teórico (9,81 m/s²): os atritos sobre a arruela e a medição do intervalo de tempo gasto em sua descida ao longo do fio. Qualquer iniciativa que venha no sentido de atenuar os efeitos desses dois fatores contribuirá para tornar o valor experimental de $\vec{g}$ mais próximo do valor teórico esperado.

2. A utilização de pó de grafite em estado hiperfino pode reduzir o coeficiente de atrito entre as superfícies atritantes e isso contribuiria para reduzir a intensidade das forças de atrito entre a arruela e o fio de náilon. Há também óleos lubrificantes melhores que o óleo de cozinha, que também podem ser cogitados.

3. A maneira ideal de medir o intervalo de tempo gasto pela arruela em sua descida ao longo do fio é utilizar sensores fotossensíveis conectados a um cronômetro digital. Quando o objeto passasse por um determinado ponto do fio, um impulso elétrico acionaria o cronômetro e, no final do percurso,

quando o objeto passasse por um ponto distante 2 metros do primeiro, outro impulso elétrico travaria o cronômetro. A intervenção humana nessa medição de tempo é um fator que praticamente inviabiliza o procedimento, já que o intervalo de tempo de reação de uma pessoa, cerca de 0,5 s, é extremamente significativo diante do intervalo de tempo gasto pela arruela em sua descida (aproximadamente 0,9 s).

4. **Postulado de Gauss**

O valor mais provável $\overline{\alpha}$ que devemos atribuir a uma série de **n** medidas, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n$, de mesma confiança (isto é, realizadas pelo mesmo experimentador, utilizando o mesmo método e em idênticas condições), feitas para uma determinada grandeza, é a **média aritmética** dos valores experimentais obtidos, isto é:

$$\overline{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \ldots + \alpha_n}{n}$$

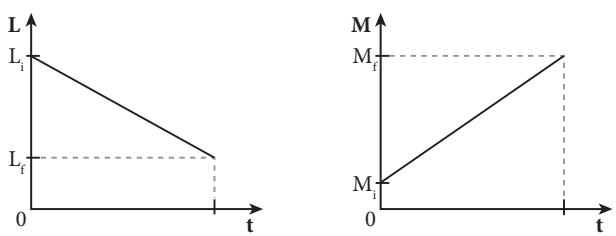
5. Além da atividade experimental proposta para a medição da intensidade de $\vec{g}$, há muitas outras possibilidades, como a que utiliza uma máquina de *Atwood*. Nesse caso, supondo-se conhecidas as massas **M** e **m** dos dois bloquinhos, mede-se a intensidade **a** de sua aceleração, com um deles subindo e o outro descendo. Pela aplicação da **2ª Lei de Newton**, chega-se à expressão a seguir, que permite obter, de maneira indireta, o valor da aceleração da gravidade.

$$g = \frac{(M + m)}{2M\ m} a$$

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 97)

Analisando o experimento

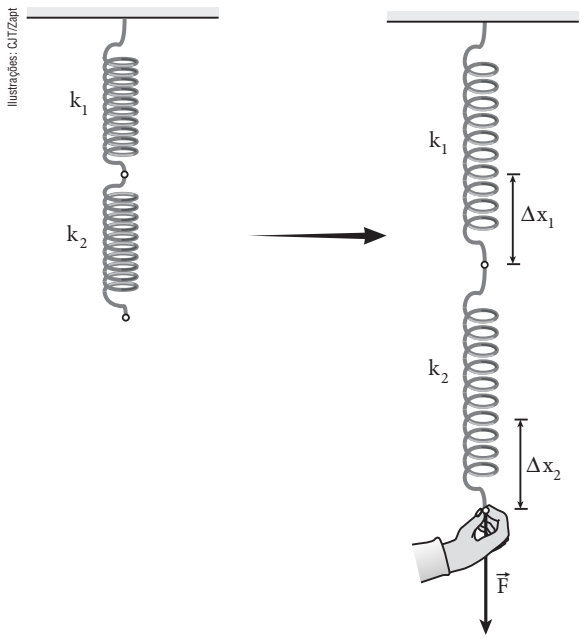
1. Como a vazão de água através da tampa do recipiente de cima rumo ao recipiente de baixo é praticamente constante, os dois gráficos são lineares, como esboçamos qualitativamente a seguir.



Oriente os estudantes a apresentarem nos gráficos os valores numéricos obtidos no experimento.

2. Em geral, molas utilizadas em suspensões de veículos são "duras", apresentando elevada constante elástica, da ordem de 10^6 N/m. Já as utilizadas em alguns modelos de canetas esferográficas e em outros dispositivos similares são bem mais "moles", apresentando constantes elásticas da ordem de 10^2 N/m.

3. Se as molas estão associadas em série, temos a seguinte situação:



Observe que, nesse caso, a intensidade da força aplicada nas duas molas é igual e a deformação total do sistema, Δx, é obtida pela soma das deformações individuais exibidas em cada mola, isto é:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

Mas $F = k\,\Delta x \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{F}{k}$

Logo, representando $\mathbf{k_s}$ a constante elástica equivalente à associação, temos:

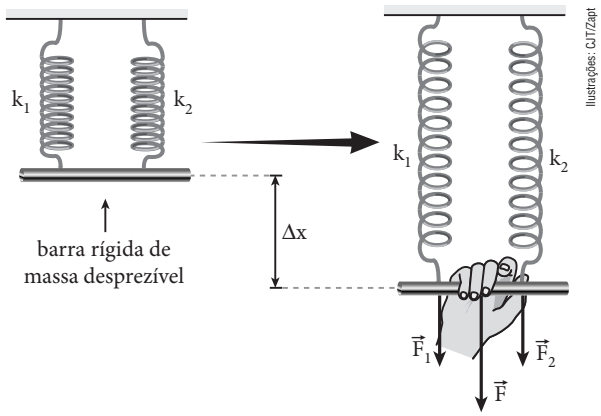
$$\frac{F}{k_s} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

O que corresponde a: $k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

No caso de **n** molas associadas em série, a constante elástica equivalente $\mathbf{k_s}$ fica determinada por:

$$\boxed{\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots + \frac{1}{k_n}}$$

Se as molas estão associadas em paralelo, temos a seguinte situação:



Aplicando-se uma força $\vec{F}$ em um ponto bem determinado da barra, as duas molas sofrem deformações iguais e a intensidade da força total aplicada na barra é dada pela soma das intensidades das forças aplicadas em cada mola, isto é:

$$F = F_1 + F_2$$

Representando $\mathbf{k_p}$ a constante elástica equivalente à associação, decorre que:

$$k_p \Delta x = k_1 \Delta x + k_2 \Delta x \Rightarrow \boxed{k_p = k_1 + k_2}$$

No caso de **n** molas associadas em paralelo, a constante elástica equivalente $\mathbf{k_p}$ fica determinada por:

$$\boxed{k_p = k_1 + k_2 + ... + k_n}$$

4. As molas que aparecem na fotografia estão associadas em paralelo e a constante elástica equivalente à associação é dada pela soma das constantes elásticas, isto é:

$$K_{eq} = K + K \Rightarrow K_{eq} = 2K$$

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 106)

Analisando o experimento

1. Aumenta a diferença entre os pesos das latas e, portanto, aumenta também a intensidade da força externa resultante no sistema. Como a massa total é constante, cresce a intensidade da aceleração verificada. Veja a expressão abaixo.

$$a = \frac{P_2 - P_1}{m_2 + m_1}$$

2. À medida que se transfere areia de uma lata para outra, a intensidade da força de tração no fio diminui. Observe na expressão a seguir que, quanto maior for $\mathbf{m_2}$ em comparação com $\mathbf{m_1}$, menor ficará o produto $m_2 \cdot m_1$ e menor será o valor de **T**. Note que **g** e a soma $m_2 + m_1$ são constantes.

$$T = \frac{2m_2 \cdot m_1}{m_2 + m_1} g$$

3. A intensidade da aceleração da gravidade pode ser obtida a partir do conhecimento prévio de $\mathbf{m_1}$ e $\mathbf{m_2}$. Levando-se em conta que os blocos descrevem movimento uniformemente acelerado, determina-se a intensidade comum de sua aceleração: **a**. Isso pode ser feito por meio da medição do intervalo de tempo gasto por eles no percurso de uma distância preestabelecida. Pela função horária do espaço do MUV $\left(\Delta s = \frac{a}{2} t^2\right)$, calcula-se a intensidade da aceleração e, em seguida, submete-se $\mathbf{m_1}$, $\mathbf{m_2}$ e **a** à expressão:

$$g = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} a$$

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 107)

20. a) A massa da sonda na Terra ou no planeta **X**, em kg, é numericamente igual ao peso desse corpo na Terra, em kgf, num local em que a aceleração da gravidade é normal. Assim: $\boxed{m = 5{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}}$

b) $P_x = m\ g_x \Rightarrow 1{,}0 \cdot 10^4 = 5{,}0 \cdot 10^2\ g_x$

Logo: $\boxed{g_x = 20 \text{ m/s}^2}$

21. a) A tração de maior intensidade se estabelece no fio **1**:

$T_{1_{máx}} = P_{máx} \Rightarrow T_{1_{máx}} = (m_A + m_{B_{máx}})\ g$

$90 = (6{,}0 + m_{B_{máx}})10 \Rightarrow 9{,}0 = 6{,}0 + m_{B_{máx}}$

Logo: $\boxed{m_{B_{máx}} = 3{,}0 \text{ kg}}$

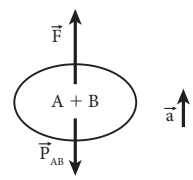
b) Sistema em queda livre: $T_2 = 0$

22. a) O peso total do sistema é:

$P_{AB} = (m_A + m_B)\ g \Rightarrow P_{AB} = (2{,}0 + 3{,}0) \cdot 10 \text{ (N)}$

Logo: $\boxed{P_{AB} = 50 \text{ N}}$

Como $F > P_{AB}$, o sistema é acelerado verticalmente para cima.

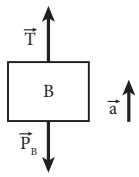


2ª Lei de Newton:

$F - P_{AB} = (m_A + m_B)\,a$

$80 - 50 = (2{,}0 + 3{,}0)\,a$

$\boxed{a = 6{,}0\ m/s^2}$



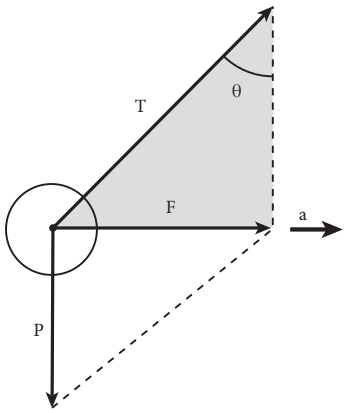
b) **2ª Lei de Newton**:

$T - P_B = m_B\ a$

$T - 3{,}0 \cdot 10 = 3{,}0 \cdot 6{,}0$

$\boxed{T = 48\ N}$

23. a) De **A** para **B**, pois $\vec{a}$ deve ter a mesma orientação da força resultante na esfera.



b) $\text{tg}\,\theta = \dfrac{F}{P} = \dfrac{m\,a}{m\,g}$

$a = g\,\text{tg}\,\theta$

$a = 10\,\text{tg}\,45°$

$\boxed{a = 10\ m/s^2}$

c) Pode ser de **A** para **B** ou de **B** para **A**.

24. a) Analisando o gráfico no intervalo de 10 s a 14 s, temos:

$v_L = \dfrac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow v_L = \dfrac{200\ m}{4{,}0\ s} \Rightarrow \boxed{v_L = 50\ m/s}$

b) A partir do instante em que $v = v_L$, temos: $R = P$.

$R = P \Rightarrow k\ v_L^{\,2} = m\ g$

Assim: $k \cdot (50)^2 = 75 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{k = 0{,}30\ \dfrac{Ns^2}{m^2}}$

c) $R' = k\left(\dfrac{v_L}{2}\right)^2 \Rightarrow R' = 0{,}30\left(\dfrac{50}{2}\right)^2$

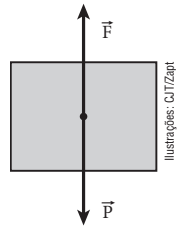
Logo: $\boxed{R' = 187{,}5\ N}$

2ª Lei de Newton:

$P - R' = m\ a \Rightarrow 75 \cdot 10 - 187{,}5 = 75\ a$

Portanto: $\boxed{a = 7{,}5\ m/s^2}$

25. a) Na situação de equilíbrio, a força elástica $\vec{F}$ equilibra o peso do bloco $\vec{P}$.



$F = P \Rightarrow K\,\Delta L = P$

Assim: $K\,(L - L_0) = P$

1º caso: $K\,(8{,}0 - L_0) = 1{,}0$ (I)

2º caso: $K\,(12{,}0 - L_0) = 3{,}0$ (II)

Dividindo-se (**II**) por (**I**), temos:

$$\frac{K\,(12{,}0 - L_0)}{K\,(8{,}0 - L_0)} = \frac{3{,}0}{1{,}0}$$

$3{,}0\,(8{,}0 - L_0) = 12{,}0 - L_0$

$24{,}0 - 3\,L_0 = 12{,}0 - L_0 \Rightarrow \boxed{L_0 = 6{,}0\ cm}$

b) De (**I**): $K\,(8{,}0 - 6{,}0) = 1{,}0 \Rightarrow \boxed{K = 0{,}50\ N/cm}$

26. 1) MUV: $v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{v_0 + v}{2}$

(**1**): $\dfrac{d}{T} = \dfrac{0 + v_1}{2} \Rightarrow v_1 = \dfrac{2d}{T}$

(**2**): $\dfrac{d}{2T} = \dfrac{0 + v_2}{2} \Rightarrow v_2 = \dfrac{d}{T}$

2) $F_1 = F_2$

$m_1\,a_1 = m_2\,a_2$

$$m_1\frac{v_1}{T} = m_2\frac{v_2}{2T} \Rightarrow m_1\frac{\frac{2d}{T}}{T} = m_2\frac{\frac{d}{T}}{2T}$$

Logo: $2\ m_1 = \dfrac{m_2}{2} \Rightarrow \boxed{\dfrac{m_1}{m_2} = 4}$

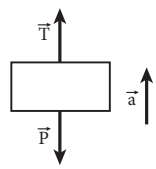
27. **2ª Lei de Newton**:

$T - P = m\ a$

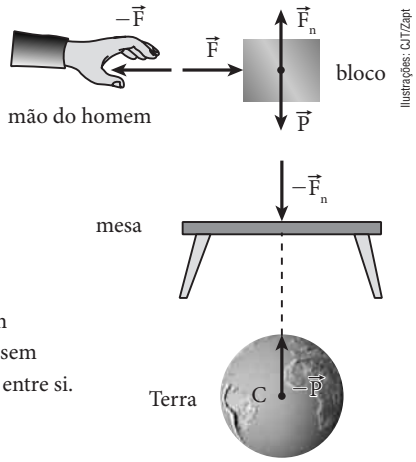
$T - m\,g = m\,a$

$60 - 4{,}0 \cdot 10 = 4{,}0\,a$

Logo: $\boxed{a = 5{,}0\ m/s^2}$



28.



29. Jato **1** para acelerar verticalmente.
Jato **3** para frear verticalmente.
Jato **2** para acelerar horizontalmente.
A resposta ***d*** é a correta.

30. Aplicando o **Princípio Fundamental da Dinâmica** para o projétil e o conjunto canhão-carrinho, temos:

$$F_P = m_P \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_P \text{ e } F_C = m_C \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_C$$

Ação e reação:

$$F_C = F_P \Rightarrow m_C \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_C = m_P \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_P$$

Assim: $2{,}4 \cdot 10^3\, v_C = 20 \cdot 1{,}2 \cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{v_C = 1{,}0 \text{ m/s}}$

31. a) **2ª Lei de Newton** para o conjunto A + B:
$F = (m_A + m_B)\ a \Rightarrow 16 = (6{,}0 + 2{,}0)\ a$
Logo: $\boxed{a = 2{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) **2ª Lei de Newton** para o bloco **B**:
$F_{AB} = m_B\ a \Rightarrow F_{AB} = 2{,}0 \cdot 2{,}0 \text{ (N)}$
Logo: $\boxed{F_{AB} = 4{,}0 \text{ N}}$

32. 1) **2ª Lei de Newton** para o conjunto A + B:
$F_1 - F_2 = (m_A + m_B)\ a$
$40 - 10 = (3{,}0 + 2{,}0)\ a$
Logo: $\boxed{a = 6{,}0 \text{ m/s}^2}$

2) **2ª Lei de Newton** para o bloco **A**:
$F_1 - F_{BA} = m_A\ a \Rightarrow 40 - F_{BA} = 3{,}0 \cdot 6{,}0$
Logo: $\boxed{F_{BA} = 22 \text{ N}}$
A alternativa ***d*** é a correta.

33. 1) **2ª Lei de Newton** para o bloco **B**:
$T_{máx} = m_B\ a_{máx} \Rightarrow 32 = 8{,}0\ a_{máx}$
Logo: $\boxed{a_{máx} = 4{,}0 \text{ m/s}^2}$

2) **2ª Lei de Newton** para o conjunto A + B:
$F_{máx} = (m_A + m_B)\ a_{máx}$
$F_{máx} = (2{,}0 + 8{,}0)\ 4{,}0 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_{máx} = 40 \text{ N}}$

34. 1) **2ª Lei de Newton** para o conjunto dos dois flutuadores:
$T_1 - 2f = 2m\ a$
$800 - 2f = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}10 \Rightarrow \boxed{f = 80 \text{ N}}$

2) **2ª Lei de Newton** para o flutuador de trás:
$T_2 - f = m\ a \Rightarrow T_2 - 80 = 3{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}10$
Logo: $\boxed{T_2 = 400 \text{ N}}$
A alternativa ***a*** é a correta.

35. a) Aplicando a **2ª Lei de Newton** em cada um dos blocos, temos:
(**B**): $P_B - T = m_B\ a \quad \text{(I)}$
(**A**): $T = m_A\ a \quad \text{(II)}$
Adicionando (**I**) e (**II**), temos:
$P_B = (m_A + m_B)\ a \Rightarrow 1{,}0 \cdot 10 = (4{,}0 + 1{,}0)\ a$
Logo: $\boxed{a = 2{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) De (**II**): $T = 4{,}0 \cdot 2{,}0 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{T = 8{,}0 \text{ N}}$

36. 1) **2ª Lei de Newton** para o conjunto A + B + C:
$P_A = (m_A + m_B + m_C)\ a \Rightarrow 3Mg = 6Ma$
Logo: $\boxed{a = \frac{g}{2}}$

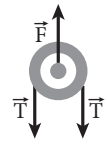
2) **2ª Lei de Newton** para o conjunto B + C:
$T = (m_B + m_C)\ a \Rightarrow \boxed{T = \frac{3Mg}{2}}$

3) **2ª Lei de Newton** para o bloco **C**:
$F_{BC} = m_C\ a \Rightarrow \boxed{F_{BC} = \frac{Mg}{2}}$

37. a) Aplicando a **2ª Lei de Newton** aos blocos **A** e **B**, temos:
(**A**): $P_A - T = m_A\, a \quad \text{(I)}$
(**B**): $T - P_B = m_B\, a \quad \text{(II)}$
Adicionando (**I**) e (**II**), temos:
$P_A - P_B = (m_A + m_B)\, a$
$3{,}0 \cdot 10 - 2{,}0 \cdot 10 = (3{,}0 + 2{,}0)\, a$
$\boxed{a = 2{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) De (**II**): $T - 2{,}0 \cdot 10 = 2{,}0 \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{T = 24 \text{ N}}$

c) Equilíbrio da polia:
$F = 2T$
$F = 2 \cdot 24 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F = 48 \text{ N}}$



38. 1) A gravidade aparente estabelecida dentro do elevador é dada por:

$g_{ap} = g + a \Rightarrow g_{ap} = 10{,}0 + 2{,}0\ (m/s)^2$

Logo: $\boxed{g_{ap} = 12{,}0\ m/s^2}$

2) **2ª Lei de Newton** para o conjunto A + B:

$(m_A - m_B)\ g_{ap} = (m_A + m_B)\ a'$

$(3{,}00 - 1{,}00)\ 12{,}0 = (3{,}00 + 1{,}00)\ a'$

Logo: $\boxed{a' = 6{,}00\ m/s^2}$

3) Movimento uniformemente variado de **A**:

$\Delta s = v_0\ t + \frac{a'}{2} t^2 \Rightarrow 1{,}92 = \frac{6{,}00}{2} t^2$

Logo: $\boxed{t_2 = 8{,}00 \cdot 10^{-1}\ s}$

39. a) Etapa (**I**): $P_{ap_1} = m\, g_{ap_1}$

$P_{ap_1} = m\,(g + a_1)$

$P_{ap_1} = 70\,(10 + 1{,}0)\,(N) \Rightarrow \boxed{P_{ap_1} = 770\ N}$

Etapa (**II**): $P_{ap_2} = m\ g_{ap_2}$

$P_{ap_2} = m\ g$

$P_{ap_2} = 70 \cdot 10\ (N) \Rightarrow \boxed{P_{ap_2} = 700\ N}$

Etapa (**III**): $P_{ap_3} = m\ g_{ap_3}$

$P_{ap_3} = m\ (g - a_3)$

$P_{ap_3} = 70\ (10 - 1{,}0)\,(N) \Rightarrow$

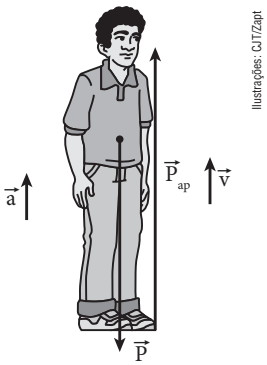
$\Rightarrow \boxed{P_{ap_3} = 630\ N}$

b) Queda livre: $P_{ap} = m\ g_{ap}$

$P_{ap} = m\ (g - a)$

$P_{ap} = 70\ (10 - 10)\,(N) \Rightarrow \boxed{P_{ap} = 0}$

40. a)



Ilustrações: CJT/Zapt

$P_{ap} - P = m\,a$

$720 - 60\,g = 60\,a \quad (I)$

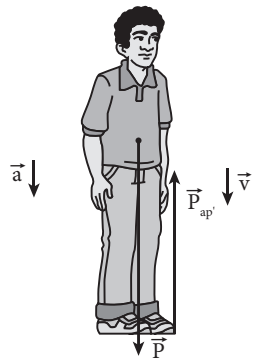
$P - P'_{ap} = m\,a$

$60\,g - 456 = 60\,a \quad (II)$

De (**I**) e (**II**), temos:

$\boxed{g = 9{,}8\ m/s^2 \text{ e } a = 2{,}2\ m/s^2}$

b)



$P''_{ap} = P = m\,g$

$P''_{ap} = 60 \cdot 9{,}8\ (N)$

$\boxed{P''_{ap} = 588\ N}$

41. (I) Equilíbrio do bloco **A** na vertical:

$T = m_A\,g \Rightarrow T = 2{,}0 \cdot 10\ (N) \Rightarrow \boxed{T = 20\ N}$

(II) **2ª Lei de Newton** para o bloco **B**:

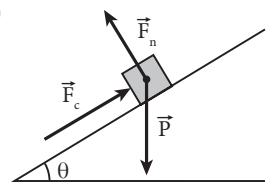
$T = m_B\,a_{sist} \Rightarrow 20 = 1{,}0\,a_{sist} \Rightarrow \boxed{a_{sist} = 20\ m/s^2}$

(III) **2ª Lei de Newton** para o sistema (conjunto A + B + C):

$F = (m_A + m_B = m_C)\,a_{sist}$

$F = 8{,}0 \cdot 20\ (N) \Rightarrow \boxed{F = 1{,}6 \cdot 10^2\ N}$

42. a)



Na figura: $\vec{P}$ = peso

$\vec{F}_n$ = reação normal do plano inclinado

$\vec{F}_c$ = força aplicada pelo calço

b) Aplicando o Teorema de Pitágoras para saber o comprimento da rampa:

$x^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow x = \sqrt{25}\ (m) \Rightarrow x = 5\ m$

$F_c = P_t$

$F_c = P \operatorname{sen} \theta$

$F_c = 5{,}0 \cdot 10\ \frac{3}{5}\ (N) \Rightarrow \boxed{F_c = 30\ N}$

$F_n = P_n$

$F_n = P\ \cos \theta$

$F_n = 5{,}0 \cdot 10\ \frac{4}{5}\ (N) \Rightarrow \boxed{F_n = 40\ N}$

43. a) **2ª Lei de Newton**:

$F_{res} = P_t \Rightarrow m\,a = m\,g\,\text{sen}\,\theta$

Logo: $a = g\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow a = 10\,\text{sen}\,30°$

Portanto: $\boxed{a = 5{,}0\ m/s^2}$

A aceleração independe da massa.

b) $\text{sen}\,30° = \dfrac{H}{AB} \Rightarrow 0{,}50 = \dfrac{1{,}25}{AB} \Rightarrow \boxed{AB = 2{,}5\ m}$

MUV: $AB = v_A t + \dfrac{a}{2} t^2 \Rightarrow 2{,}5 = \dfrac{5{,}0}{2} t^2$

Logo: $\boxed{t = 1{,}0\ s}$

c) **MUV**: $v_B = v_A + at \Rightarrow v_B = 5{,}0 \cdot (1{,}0) \Rightarrow$

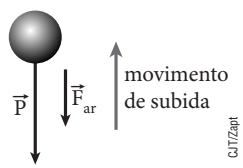
Logo: $\boxed{v_B = 5{,}0\ m/s}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 110)

1. O copo deve ser deslocado em **movimento retilíneo e uniforme**, com qualquer velocidade, de modo que a superfície líquida se mantenha horizontal. Dessa forma, a água não apresentará nenhum movimento em relação ao copo, não havendo derramamento do líquido. Isso é justificado pela **1ª Lei de Newton (Princípio da Inércia)**, pois se trata de uma situação de equilíbrio dinâmico. Qualquer solavanco que o sistema sofrer ou mesmo situações estáveis de movimentos curvilíneos e/ou variados (acelerados ou retardados) poderão fazer a água derramar.

2. Não, pois as forças trocadas entre ele e a corda e entre a corda e a proa do barco são internas ao sistema e não contribuem para modificar a velocidade vetorial da embarcação. Para que o barco seja freado, há a necessidade da ação de forças externas, sem as quais ele prosseguirá em movimento retilíneo e uniforme, por inércia.

3. **(I)** Durante a subida, o movimento será retardado e a pedra ficará sujeita a duas forças de sentido oposto ao do deslocamento: o peso ($\vec{P}$) e a força de resistência do ar ($\vec{F}_{ar}$), como representa a figura ao lado.

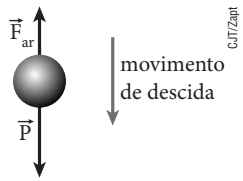


CJT/Zapt

A força resultante de $\vec{P}$ e $\vec{F}_{ar}$ irá impor à pedra uma aceleração média de intensidade $\mathbf{a}_1$, e o intervalo de tempo gasto na subida será $\mathbf{T}_1$.

(II) Durante a descida, o movimento será acelerado e a pedra ficará sujeita a uma força no mesmo sentido do deslocamento (o peso $\vec{P}$) e a outra de sentido oposto (a força de resistência do ar $\vec{F}_{ar}$), conforme representa a figura a seguir.

A força resultante de $\vec{P}$ e $\vec{F}_{ar}$ irá impor à pedra uma aceleração média de intensidade $\mathbf{a}_2$, e o intervalo de tempo gasto na descida será $\mathbf{T}_2$.



CJT/Zapt

Sendo iguais as distâncias percorridas na subida e na descida e $a_1 > a_2$, então $T_1 < T_2$, ou seja, o intervalo de tempo gasto pela pedra na subida será **menor** que na descida.

4. A intensa compressão do corpo do piloto contra o encosto da poltrona, bem como a deformação de sua face, se deve à inércia de repouso, abordada pela **1ª Lei de Newton**. Trata-se de uma resistência que a massa do piloto opõe ao entrar em movimento, propriedade inerente à matéria de modo geral.

(I) Cálculo da intensidade média da aceleração da aeronave:

Equação de Torricelli: $v^2 = (v_0)^2 + 2\alpha\Delta s$

$(56{,}0)^2 = 2\alpha\,80{,}0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 19{,}6\ m/s^2}$

(II) Cálculo da intensidade média da força resultante: **2ª Lei de Newton**: $\vec{F} = m\vec{a}$

$F = 13\,300 \cdot 19{,}6\,(N) \Rightarrow \boxed{F \cong 2{,}61 \cdot 10^5\ N}$

5. Não, pois sendo a massa da Terra muito maior que a da pedra, e como esses dois corpos estão sujeitos a forças de interação de mesma intensidade (forças de ação e reação de natureza gravitacional), o planeta fica sujeito a uma aceleração de intensidade extremamente pequena que não pode ser detectada.

2ª Lei de Newton para a pedra: $F_{pedra} = mg$

2ª Lei de Newton para a Terra: $F_{Terra} = Ma$

Lei de ação e reação: $F_{Terra} = F_{pedra}$

$Ma = mg \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{mg}{M}}$

Sendo $M >> m \Rightarrow a << g$

O mesmo não ocorreria, entretanto, se em vez de pedra abandonássemos nas proximidades da Terra um corpo de grande massa, como a Lua, por exemplo. Nesse caso, os dois corpos se aproximariam mutuamente com acelerações consideráveis, movidos pelas forças de atração gravitacional.

SUBSÍDIOS AO *INTERSABERES* (p. 111)

Nessa oportunidade, o professor pode ilustrar bastante suas aulas, dissertando sobre a influência do ar no movimento de diversos tipos de sistemas. Deve-se ressaltar a importância do formato de veículos com vistas a "enfrentar" a resistência do ar.

Sugere-se falar de carros desenhados para corridas, que têm aerodinâmica milimetricamente estudada de modo a melhorar as *performances*.

A discussão sobre os desastres dos ônibus espaciais *Challenger e Columbia* pode motivar uma ampla reflexão de caráter interdisciplinar envolvendo as viagens espaciais e a segurança dos tripulantes de espaçonaves de todo tipo.

Compreensão, pesquisa e debate

1. As aves voadoras têm as estruturas muscular e óssea especialmente desenvolvidas para voar. Além disso, suas penas favorecem a interação com o ar. De acordo com a **3ª Lei de Newton** (**Princípio da ação e reação**), ao bater as asas elas "empurram" o ar, recebendo deste as forças adequadas à propulsão e também aquelas necessárias para se manterem suspensas, sem despencarem rumo ao chão.

Apresentamos a seguir um interessante texto relacionado à anatomia das aves.

Como os pássaros voam?

Esse dom invejável está intimamente associado às penas, que, embora leves e flexíveis, são, ao mesmo tempo, fortes e resistentes. Dependendo da espécie, um pássaro pode ter entre 1 000 e 25 000 penas espalhadas pelo corpo. Mas elas não são as únicas responsáveis pelos *shows* aéreos que as aves costumam apresentar – na verdade, cada elemento da anatomia desses animais foi feito para que eles pudessem voar. "O formato aerodinâmico do corpo, o esqueleto, a musculatura, o modo de vida e o hábitat são outros fatores que ajudam no deslocamento aéreo", afirma o ornitólogo Martin Sander, da Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Unisinos), em São Leopoldo, RS. Ainda assim, as asas são as peças principais, por exercerem dois papéis fundamentais: como um propulsor, elas impulsionam o pássaro à frente; e, como um aerofólio, dão a sustentação necessária para mantê-lo flutuando no ar.

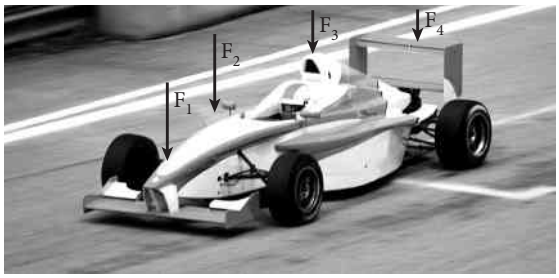
Hoje, voar é uma capacidade quase exclusiva das cerca de 9 600 espécies de aves existentes, mas nem sempre foi assim. Outros animais de médio porte também já foram capazes de deslizar pelo céu. Era o caso dos pterodátilos. Os cientistas acreditam que esse réptil se comportava como uma ave marinha, voando em bandos e frequentando praias há cerca de 200 milhões de anos. Já o mais antigo fóssil de ave encontrado é o de uma espécie do período jurássico, entre 208 e 144 milhões de anos atrás. Batizado de *Archaeopteryx lithographica*, ele foi achado na Alemanha em 1860.

Disponível em: <http://mundoestranho.abril.com.br/materia/como-os-passaros-voam>. Acesso em: 13 mar. 2013.

---

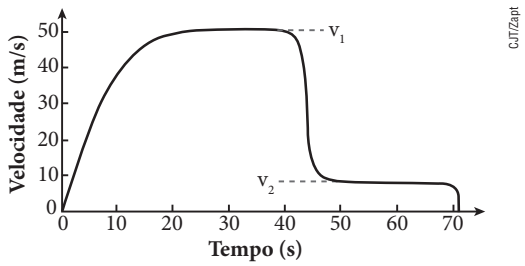
2. As asas, aerofólios e o próprio formato dos carros de Fórmula 1 são desenhados de modo a receberem na interação com o ar forças de pressão dirigidas de cima para baixo. Essas forças visam dar estabilidade ao veículo, mantendo-o verticalmente "preso" ao solo. Sem esses acessórios e um *design* adequado, os carros "levantariam voo", desgarrando-se da pista.

Na imagem a seguir, estão representadas forças resultantes em regiões do carro que carecem dessas forças de pressão. Elas favorecem a aderência do veículo ao solo.



Shariff Che Lah/Panthersstock

3. No paraquedismo, o praticante salta do avião e despenca sob a ação de seu peso e da força de resistência do ar, que nessa prática apresenta importância fundamental. Durante cerca de 20 s (esse número é variável de acordo com a modalidade do salto e com a altitude), ele ganha velocidade até atingir uma velocidade-limite $\mathbf{v}_1$, de aproximadamente 50 m/s ou 180 km/h (veja o gráfico a seguir), quando o paraquedas é aberto. A partir daí, devido à maior área sob a ação das forças de resistência do ar, há uma súbita redução de velocidade, atingindo-se uma nova velocidade-limite $\mathbf{v}_2$, em torno de 7 m/s ou 25 km/h, aproximadamente, chegando-se, dessa forma, ao solo.



CJT/Zapt

Reiteramos, porém, que valores de velocidade e tempo citados nesse comentário (e gráfico) podem sofrer sensíveis alterações em função de variáveis inerentes a cada salto.

4. **Marie Curie** (1887-1924) – Cientista polonesa que ganhou o Nobel de Física em 1903 (dividido com seu marido, o cientista francês Pierre Curie, e também com Becquerel), por seus trabalhos sobre radioatividade, e o Nobel de Química, em 1911, pela descoberta dos elementos químicos rádio e polônio. Ela morreu de leucemia, muito provavelmente por exposição maciça à radiação durante seu trabalho.

   Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923) – Cientista alemão que ganhou o Nobel de Física em 1901 pela descoberta da radiação X, denominação criada por ele próprio.Ele morreu vítima de um grave tumor cancerígeno, muito provavelmente provocado por sua exposição excessiva aos raios X, cujos malefícios às células humanas, quando excessivamente irradiadas, eram desconhecidos à época.
5. Os ônibus espaciais reutilizáveis mostraram-se, ao longo de mais de 30 anos de operação, caros, inseguros e, atualmente, obsoletos. Para que missões com esse tipo de equipamento fossem economicamente sustentáveis, cada veículo deveria fazer mais de 50 viagens por ano, o que jamais ocorreu. Cada espaçonave da frota estadunidense realizou, no máximo, 5 viagens em um mesmo ano. Além do mais, os ônibus espaciais são, de certa forma, adequados apenas a viagens curtas, até a estação espacial internacional (ISS), por exemplo. Viagens mais longas, à Lua ou a Marte, requerem outros tipos de espaçonaves, diferentes dos velhos *space shuttles*.

   Enquanto o Congresso dos Estados Unidos não aprovar as verbas necessárias às pesquisas e a implementação de novos conceitos de espaçonaves e outras alternativas não forem deflagradas, o país terá de enviar seus astronautas à ISS propulsionados pelos antigos foguetes russos *Soyuz*, já em tempo de necessária e merecida aposentadoria.

   Acredita-se que entre 2020 e 2025 haverá novas espaçonaves que permitirão realizar viagens rumo ao cosmo com mais segurança e menor custo operacional.

CAPÍTULO 6

ATRITO ENTRE SÓLIDOS

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Este estudo sobre atrito propicia uma ampliação do capítulo anterior. Os casos que foram analisados em condições ideais são, neste ponto, retomados acrescentando-se o atrito, que, inexoravelmente, é um fenômeno presente em situações reais.

Espera-se que os estudantes percebam que as forças de atrito, a despeito de em muitos casos serem o veículo para dissipação de grandes quantidades de energia nobre, também têm papel decisivo na ocorrência de diversos fenômenos, como o do movimento de uma caixa conjuntamente com um caminhão, estando a caixa simplesmente apoiada em sua carroceria.

Há também contextos ainda mais importantes, como o de uma pessoa caminhando sobre o solo em condições convencionais. Esse caminhar é possível graças às forças de atrito trocadas entre o solo e os pés da pessoa. É relevante ainda o mecanismo de deslocamento de um veículo automotor, cujas rodas, ao interagirem com a pista, recebem forças de atrito que provocam a tração.

Damos ênfase ao fato de a força de atrito estático ter intensidade crescente. Seu valor varia de zero, no caso em que não há solicitação de escorregamento, até um valor máximo, denominado atrito de destaque, que ocorre nas situações em que o escorregamento é iminente. Convém ressaltar as diferenças entre atrito estático e atrito cinético (ou dinâmico). É conveniente também assinalar que a intensidade das forças de atrito independe da área de contato entre as superfícies atritantes.

No texto há várias atividades sobre atrito, que podem servir de ferramenta para a perfeita compreensão do assunto e uma melhor assimilação das Leis de Newton. Sendo assim, recomendamos como atividade de sala de aula a resolução de um bom número de questões.

O QUE NÃO PODE FALTAR

2. Atrito estático
3. Atrito cinético
4. Lei do atrito
▶ Atividades

ALGO MAIS

Sugerimos acrescentar a informação de que as forças de atrito são de natureza eletromagnética, surgindo de interações entre átomos e moléculas das superfícies atritantes. É o que também ocorre com as forças de contato, trações e compressões, que estão relacionadas com coesão e adesão entre partículas dos materiais.

Há diversos experimentos interessantes para a determinação de coeficientes de atrito, alguns descritos no livro, que podem colaborar para uma melhor compreensão dos conceitos.

A leitura dos textos *Sem atrito, seria possível caminhar?* e *Como obter maior eficiência nas arrancadas e freadas?* pode ser estimulante.

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 117)

Experimento 1

Analisando o experimento

1. Na situação de escorregamento iminente, a componente tangencial do peso do bloco estará equilibrando a força de atrito de destaque.

Assim: $P_t = F_{at_d} \Rightarrow m\,g\,\text{sen}\,\theta = \mu_e F_n$ (I)

A força normal de compressão tem intensidade igual à da componente do peso do bloco na direção normal ao plano de apoio.

$F_n = P_n \Rightarrow F_n = m\,g\cos\theta$ (II)

Substituindo (**II**) em (**III**), obtemos:

$$m\,g\,\text{sen}\,\theta = \mu_e\, m\,g\cos\theta \Rightarrow \frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \mu_e$$

Logo: $\mu_e = \text{tg}\,\theta \Rightarrow \boxed{\mu_e = \frac{a}{b}}$

2. Espera-se que os estudantes usem os valores obtidos no experimento realizado para calcular o valor de $\boldsymbol{\mu_e}$.

3. Lixando-se as superfícies atritantes, haveria redução do coeficiente de atrito estático $\boldsymbol{\mu_e}$ e, consequentemente, de $\text{tg}\,\theta$ e do próprio ângulo θ. Com isso, o comprimento **a** ficaria menor e o **b**, maior.

Experimento 2

Analisando o experimento

1. Espera-se que os estudantes usem os valores obtidos no experimento para determinar o valor de $\boldsymbol{\mu_e}$ com base na fórmula deduzida.

2. Se $\mathbf{x'_2}$ é menor do que $\mathbf{x_2}$ e o valor $(x_1 - x_0)$ permanecer o mesmo, podemos verificar que $\frac{x_2 - x_0}{x_1 - x_0} < \frac{x'_2 - x_0}{x_1 - x_0}$, ou seja, na segunda situação, o calçado é mais escorregadio.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 125)

6. a) $F = F_{at_d} \Rightarrow F = \mu_e \cdot m \cdot g \Rightarrow F = 0{,}10 \cdot 2{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10\,(\text{N})$

Logo: $\boxed{F = 2{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}}$

b) Como $F < F_{at_d}$ (50 N < 200 N), a caixa permanece em repouso e a força de atrito estático que age sobre ela é $F_{at} = F = 50$ N.

7. a) $F_{at_d} = \mu_e F_n = \mu_e P_B \Rightarrow F_{at_d} = 0{,}10 \cdot 80\,(\text{N})$

Logo: $\boxed{F_{at_d} = 8{,}0\ \text{N}}$

$F = P_{prato} + 2\,p \Rightarrow F = 1{,}0 + 2 \cdot 0{,}10 \cdot 10\,(\text{N})$

Logo: $\boxed{F = 3{,}0\ \text{N}}$

Como $F < F_{at_d}$, o sistema permanece em repouso e a força de atrito estático exercida em **B** vale 3,0 N.

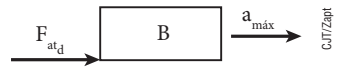
b) $P_{prato} + n \cdot p = F_{at_d} \Rightarrow 1{,}0 + n\ 0{,}10 \cdot 10 = 8{,}0$

Logo: $\boxed{n = 7\ \text{bloquinhos}}$

8. $P_t = F_{at_d} \Rightarrow P\,\text{sen}\,\theta = \mu_e P \cos\theta$

$\text{tg}\,\theta = \mu_e = 1 \Rightarrow \boxed{\theta = 45°}$

9.



1) **2ª Lei de Newton** para o bloco **B**:

$F_{at_d} = m_B\ a_{máx}$

$\mu_e\ m_B\ g = m_B a_{máx} \Rightarrow a_{máx} = \mu_e\ g$

Logo: $a_{máx} = 0{,}50 \cdot 10\,(\text{m/s}^2) \Rightarrow \boxed{a_{máx} = 5{,}0\ \text{m/s}^2}$

2) **2ª Lei de Newton** para o conjunto A + B:

$F_{máx} = (m_A + m_B)\ a_{máx}$

$F_{máx} = (4{,}0 + 6{,}0)\ (5{,}0)\,(\text{N})$

Logo: $\boxed{F_{máx} = 50\ \text{N}}$

10. 1) $F_{at_d} = \mu_e \cdot F_n = \mu_e \cdot P \Rightarrow F_{at_d} = 0{,}30 \cdot 40\,(\text{N})$

Logo: $\boxed{F_{at_d} = 12\ \text{N}}$

2) $F_{at_c} = \mu_c \cdot F_n = \mu_c \cdot P \Rightarrow F_{at_c} = 0{,}25 \cdot 40\,(\text{N})$

Logo: $\boxed{F_{at_c} = 10\ \text{N}}$

3) O bloco entrará em movimento se a intensidade de $\vec{F}$ superar a intensidade da força de atrito de destaque, isto é, $F > 12$ N. Com $F = 30$ N, o bloco entrará em movimento acelerado e a força de atrito sobre ele será do tipo cinético ($F_{at_c} = 10$ N).

Aplicando-se a **2ª Lei de Newton**:

$F - F_{at_c} = m \cdot a \Rightarrow 30 - 10 = \frac{40}{10} \cdot a$

Logo: $\boxed{a = 5{,}0\ \text{m/s}^2}$

F(N)	F_{at} (N)	a (m/s²)
10	10	0
12	12	0
30	10	5,0

11. a) A força de atrito cinético é a resultante responsável pela frenagem do esquiador.

2ª Lei de Newton: $F_{at_c} = m\,a \Rightarrow \mu_c\,m\,g = m\,a \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \mu_c\,g \Rightarrow a = 0{,}20 \cdot 10\,(\text{m/s}^2) \Rightarrow \boxed{a = 2{,}0\ \text{m/s}^2}$

b) O movimento ao longo do trecho BC é uniformemente retardado. Logo:

$(v_C)^2 = (v_B)^2 + 2\alpha BC \Rightarrow 0 = (20)^2 + 2(-2{,}0)BC$

Portanto: $\boxed{BC = 100\ m}$

$v_C = v_B + \alpha t \Rightarrow 0 = 20 - 2{,}0t \Rightarrow \boxed{t = 10\ s}$

12. a) $F_{at_A} = \mu \cdot m_A \cdot g \Rightarrow F_{at_A} = 0{,}60 \cdot 2{,}0 \cdot 10 = 12\ N$

$F_{at_B} = \mu \cdot m_B \cdot g \Rightarrow F_{at_B} = 0{,}60 \cdot 3{,}0 \cdot 10 = 18\ N$

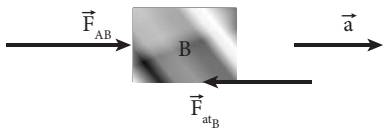
2ª Lei de Newton para A + B:

$F - (F_{at_A} + F_{at_B}) = (m_A + m_B) \cdot a$

$50 - (12 + 18) = (2{,}0 + 3{,}0) \cdot a$

$50 - 20 = 5{,}0 \cdot a \Rightarrow \boxed{a = 4{,}0\ m/s^2}$

b)



2ª Lei de Newton para **B**:

$F_{AB} - F_{at_B} = m_B \cdot a \Rightarrow F_{AB} - 18 = 3{,}0 \cdot 4{,}0$

Logo: $\boxed{F_{AB} = 30\ N}$

13. $F_{at_{d_A}} = \mu_d\ m_A\ g = 0{,}60 \cdot 2{,}0 \cdot 10 = 12\ N$

$F_{at_{d_B}} = \mu_d\ m_B\ g = 0{,}60 \cdot 3{,}0 \cdot 10 = 18\ N$

$F_{at_{d_{A,B}}} = 12 + 18 = 30\ N$

Como $F > F_{at_d}$ (50 N > 30 N), os blocos são arrastados sobre o plano de apoio e o atrito é do tipo cinético.

$F_{at_{c_A}} = \mu_c\ m_A\ g = 0{,}50 \cdot 2{,}0 \cdot 10 = 10\ N$

$F_{at_{c_B}} = \mu_c\ m_B\ g = 0{,}50 \cdot 3{,}0 \cdot 10 = 15\ N$

$F_{at_{c_{A,B}}} = 10 + 15 = 25\ N$

a) **2ª Lei de Newton** para o conjunto A + B:

$F - F_{at_{c_{A,B}}} = (m_A + m_B)\,a$

$50 - 25 = (2{,}0 + 3{,}0)\,a \Rightarrow \boxed{a = 5{,}0\ m/s^2}$

b) **2ª Lei de Newton** para o bloco **B**:

$T - F_{at_{c_B}} = m_B a \Rightarrow T - 15 = 3{,}0 \cdot 5{,}0 \Rightarrow \boxed{T = 30\ N}$

$F_{at_A} = P_B \Rightarrow \mu_C \cdot m_A \cdot g = m_B \cdot g$

14. a) Assim: $\mu_c = \dfrac{m_B}{m_A} = \dfrac{3{,}0}{5{,}0} \Rightarrow \boxed{\mu_c = 0{,}60}$

b) **2ª Lei de Newton** para A + B:

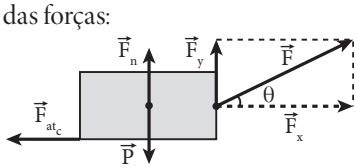
$P - F_{at_A} = (m_A + m_B + m) \cdot a$

$(m_B + m)g - \mu_c \cdot m_A \cdot g = (m_A + m_B + m) \cdot a$

$(3{,}0 + 2{,}0)10 - 0{,}60 \cdot 5{,}0 \cdot 10 = (5{,}0 + 3{,}0 + 2{,}0)a$

$50 - 30 = 10 \cdot a \Rightarrow \boxed{a = 2{,}0\ m/s^2}$

15. Esquema das forças:



Cálculo de $\mathbf{F}_n$: $F_n + F_y = P$

$F_n + F\ \text{sen}\,\theta = P \Rightarrow F_n + 10 \cdot 0{,}60 = 1{,}0 \cdot 10$

Logo: $\boxed{F_n = 4{,}0\ N}$

Cálculo da aceleração:

$F_x - F_{at_c} = m\ a \Rightarrow F\ \cos\theta - \mu_c F_n = m\ a$

Logo: $10 \cdot 0{,}80 - 0{,}25 \cdot 4{,}0 = 1{,}0\,a \Rightarrow \boxed{a = 7{,}0\ m/s^2}$

A alternativa ***a*** é a correta.

16. a) Cálculo da intensidade da aceleração no plano inclinado:

$a = g\ \text{sen}\,30° \Rightarrow a = 10 \cdot 0{,}5\ (m/s^2)$

Logo: $\boxed{a = 5{,}0\ m/s^2}$

Cálculo da velocidade de chegada do bloco à base do plano inclinado:

$v = v_0 + \alpha\ t \Rightarrow v = 5{,}0 \cdot 2{,}0\ (m/s)$

Logo: $\boxed{v = 10\ m/s}$

Cálculo da intensidade da aceleração no plano horizontal:

$F = F_{at_C} \Rightarrow m\ a' = \mu_C\ m\ g \Rightarrow a' = \mu_C\ g$

Logo: $a' = 0{,}20 \cdot 10\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a' = 2{,}0\ m/s^2}$

Cálculo da duração do movimento no plano horizontal:

$v' = v + \alpha'\ t' \Rightarrow 0 = 10 - 2{,}0\ t'$

Logo: $\boxed{t' = 5{,}0\ s}$

Cálculo da duração total do movimento:

$\Delta t = t + t' \Rightarrow \Delta t = 2{,}0 + 5{,}0\ (s)$

Logo: $\boxed{\Delta t = 7{,}0\ s}$

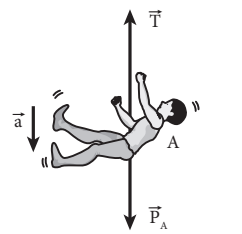
b) No plano inclinado: $\Delta s = v_0\ t + \dfrac{\alpha}{2} t^2$

$\Delta s = \dfrac{5{,}0}{2} (2{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 10\ m}$

No plano horizontal: $\Delta s' = v\ t' + \dfrac{\alpha'}{2} t'^2$

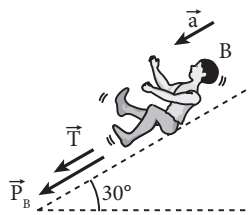
$\Delta s' = 10 \cdot 5{,}0 - \dfrac{2{,}0}{2} (5{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s' = 25\ m}$

17. a) **2ª Lei de Newton** para os dois alpinistas, **A** e **B**:



$P_A - T = m_A\,a$

$m_A g - T = m_A\,a \quad (I)$



$P_{t_B} + T = m_B\,a$

$m_B g\,\text{sen}\,30° + T = m_B\,a \quad (II)$

Ilustrações: CJT/Zapt

Adicionando (**I**) e (**II**), obtemos:

$m_A g + m_B g \operatorname{sen} 30° = (m_A + m_B)a$

$\left(40 + 60 \cdot \frac{1}{2}\right) 10 = (40 + 60)a$

$700 = 100a \Rightarrow \boxed{a = 7{,}0\ m/s^2}$

De (**I**): $40 \cdot 10 - T = 40 \cdot 7{,}0$

$T = 400 - 280\ (N) \Rightarrow \boxed{T = 120\ N}$

b) Cálculo da intensidade da aceleração de retardamento:

MUV: $v^2 = (v_0)^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 = (2{,}0)^2 + 2\alpha \cdot 2{,}0 - 4{,}0 = 4{,}0\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha = -1{,}0 m/s^2$

Logo: $\boxed{a' = |\alpha| = 1{,}0\ m/s^2}$

Cálculo da intensidade da força de atrito:

2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$F_{res} = (m_A + m_B)a'$

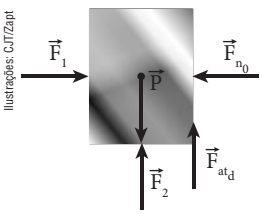
$F_{at} - P_A - P_{t_B} = (m_A + m_B)a'$

$F_{at} - m_A g - m_B g \operatorname{sen} 30^o = (m_A + m_B)a'$

$F_{at} - 40 \cdot 10 - 60 \cdot \frac{1}{2} = (40 + 60)1{,}0$

$F_{at} - 700 = 100 \Rightarrow \boxed{F_{at} = 800\ N}$

18. No esquema abaixo, estão indicadas as forças que agem na caixa em $t_0 = 0$ s. Nesse instante, tem-se $F_1 = F_2 = F_0$.



Ilustrações: CJT/Zapt

Equilíbrio na vertical:

$F_2 + F_{at_d} = P \Rightarrow F_2 + \mu_e F_{n_0} = P\ (I)$

Equilíbrio na horizontal:

$F_{n_0} = F_1\ (II)$

Substituindo (**II**) em (**I**), temos:

$F_2 + \mu_e F_1 = P \Rightarrow F_0 + \mu_e F_0 = mg \Rightarrow$

$\Rightarrow F_0 + 0{,}60 F_0 = 2{,}0 \cdot 1{,}0 \Rightarrow 1{,}6 F_0 = 20{,}0$

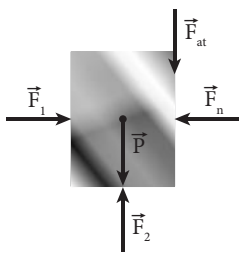
Logo: $\boxed{F_0 = 12{,}5\ N}$

Em $t_1 = 3{,}0$ s, tem-se:

$F_1 = 12{,}5 + 2{,}0 \cdot 3{,}0\ (N) \Rightarrow F_1 = 31{,}0\ N$

$F_2 = 12{,}5 + 3{,}0 \cdot 3{,}0\ (N) \Rightarrow F_2 = 21{,}5\ N$

Sendo $F_2 > P$ (21,5 N > 20,0 N), a caixa tende a escorregar para cima e a força de atrito adquire sentido **para baixo**:



Equilíbrio na vertical:

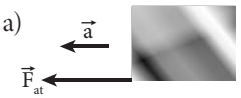
$F_{at} + P = F_2$

$F_{at} + mg = F_2$

$F_{at} + 2{,}0 \cdot 10{,}0 = 21{,}5$

Logo: $\boxed{F_{at} = 1{,}5 N}$

19. a)



$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow ma \leqslant \mu_e mg$

Logo: $a \leqslant \mu_e g \Rightarrow a_{máx} = \mu_e g$

Assim: $a_{máx} = 0{,}30 \cdot 10\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a_{máx} = 3{,}0\ m/s^2}$

b) De 0 s a 5,0 s: $a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{7{,}5}{5{,}0}\ (m/s^2)$

$\boxed{a_1 = 1{,}5\ m/s^2} \Rightarrow$ A caixa não escorrega.

De 5,0 s a 10,0 s: $a_2 = 0$ (Movimento uniforme)

A caixa não escorrega.

De 10,0 s a 15,0 s: $a_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3} = \frac{20{,}0}{5{,}0}\ (m/s^2)$

$\boxed{a_3 = 4{,}0\ m/s^2} \Rightarrow a_3 > a_{máx}$ e a caixa escorrega.

Nesse caso, o atrito se torna dinâmico e a aceleração da caixa em relação ao solo fica determinada por:

$F_{res} = F_{at_{din}} \Rightarrow ma_c = \mu_d mg \Rightarrow a_c = \mu_d g$

Logo: $a_c = 0{,}20 \cdot 10\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a_c = 2{,}0\ m/s^2}$

A caixa descreve um MUV em relação ao teto da camionete, com aceleração relativa dada por:

$a_{rel} = a_3 - a_c \Rightarrow a_{rel} = 4{,}0 - 2{,}0\ (m/s^2)$

Logo: $\boxed{a_{rel} = 2{,}0\ m/s^2}$

Finalmente: $\Delta x_{rel} = v_{0_{rel}} t + \frac{a_{rel}}{2} t^2$

$1{,}44 = \frac{2{,}0}{2} t^2 \Rightarrow \boxed{t = 1{,}2\ s}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 127)

1. A ocorrência de rolagem, nesse caso, exige interações de atrito. Por isso, na ausência de forças dessa natureza, a esfera descerá o plano inclinado deslizando sem rolar. Se houvesse atrito, porém, a aceleração do centro de massa da esfera teria intensidade menor. Isso se deve ao fato de as forças de atrito constituírem um agente dissipador de energia mecânica e, devido à sua ação, a esfera atingiria a base do plano inclinado com uma velocidade menos intensa que no caso ideal.

2. Uma explicação adequada para esse fato requer conhecimentos de atrito viscoso, já que entre as superfícies sólidas atritantes se forma uma película líquida, o que pode ser visto como um empilhamento de películas elementares paralelas que deslizam umas sobre as outras. Conforme esse modelo, as películas trocam forças de cisalhamento (tangenciais), cuja intensidade depende da viscosidade do fluido. Essas forças, em seu somatório, impõem uma resistência menor ao deslizamento, ou

à tendência de deslizamento, que no caso do atrito seco. Podemos dizer macroscopicamente que a presença de um lubrificante viscoso entre duas superfícies sólidas atua como uma espécie de isolante eletromecânico, o qual contribui para reduzir a intensidade das interações eletromagnéticas entre os átomos das superfícies sólidas em contato.

A própria água pode funcionar como lubrificante, como ocorre na interação entre a borracha dos pneus de um veículo e a superfície de uma estrada. O coeficiente de atrito entre pneus novos e o asfalto seco situa-se em torno de 1,20. Entre os mesmos pneus e o asfalto molhado, esse valor reduz-se a 0,80, o que requer muito mais cuidado do motorista ao dirigir em situações de pista molhada.

3. O segredo está nas forças de adesão trocadas entre as cerdas existentes nas extremidades das patas do animal e a superfície das paredes. Lagartixas são répteis do grupo dos lagartos. Pertencem à família dos **geconídeos** e são parentes de serpentes, tartarugas e jacarés. Seus dedos são dotados de milhões de cerdas duras e ásperas. Essas, por sua vez, formam ramificações finíssimas, praticamente invisíveis a olho nu, o que dá sustentação mecânica, deixando a lagartixa praticamente grudada nas superfícies por onde anda. Com isso, ela consegue escalar paredes e até mesmo caminhar em tetos sem cair. Não se trata, portanto, de um "elevado coeficiente de atrito", mas de pura adesão eletromagnética entre cerdas e superfícies de apoio.

CAPÍTULO 7

RESULTANTES TANGENCIAL E CENTRÍPETA

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Este capítulo pretende mostrar como a força resultante altera a velocidade vetorial de uma partícula. Para simplificar, decompusemos essa força em duas componentes: a **tangencial** e a **centrípeta**. A componente tangencial é responsável pelas variações de intensidade do vetor velocidade, enquanto a centrípeta provoca mudanças de direção nesse vetor. Trata-se de um assunto bastante conceitual que constitui um importante fundamento para a compreensão de aspectos essenciais da Mecânica. Nesse momento, não podem faltar exemplos práticos e contextos interessantes.

Quanto à força centrípeta, deve ficar claro que qualquer corpo que realize uma curva requer em cada ponto da trajetória um "puxão para o centro", sem o qual ele escaparia pela tangente (**Lei da Inércia**). É importante deixar claro também que a força centrípeta não é uma força a mais a agir no corpo. Ela é a resultante das forças radiais à trajetória em cada ponto. Para uma sólida assimilação dessa ideia, recomendamos a resolução de um bom número de atividades.

O QUE NÃO PODE FALTAR

1. Componentes da força resultante
2. A componente tangencial ($\vec{F}_t$)
3. A componente centrípeta ($\vec{F}_{cp}$)
4. As componentes tangencial e centrípeta nos principais movimentos

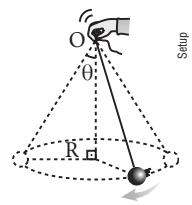
▶ Atividades

ALGO MAIS

A proposta experimental que apresentamos a seguir pode ser facilmente realizada. O material requerido é muito simples: um pedaço de barbante e um pequeno objeto, que pode ser uma borracha escolar comum. A atividade permitirá aos estudantes elaborar hipóteses e explicações, além de perceber concretamente o conceito de força centrípeta (e centrífuga).

Pêndulo cônico

Consiga um pedaço de barbante com aproximadamente 50 cm de comprimento e um pequeno objeto com cerca de 50 g de massa que possa ser atado a uma das extremidades do barbante. Pegue esse conjunto e, como representa a figura a seguir, faça o objeto girar num plano horizontal descrevendo uma circunferência com velocidade de intensidade constante. Você notará que o barbante varrerá no espaço uma superfície cônica e permanecerá formando um ângulo θ invariável em relação a um eixo imaginário vertical baixado do ponto de suspensão **O**.



Você poderá verificar que, aumentando a intensidade da velocidade, maiores ficarão o ângulo θ e o raio **R** da circunferência descrita pelo objeto, isto é, mais o barbante tenderá a ficar horizontal.

Considerando um referencial ligado ao objeto, você poderá dizer, de maneira pouco detalhada, que, quanto maior for a intensidade da velocidade, maior será a força centrífuga, o que justifica o afastamento do objeto em relação ao eixo vertical do dispositivo, chamado **pêndulo cônico**, na busca de uma trajetória de raio maior.

Sendo **L** o comprimento do barbante, **g** a intensidade da aceleração da gravidade e ω a velocidade angular, demonstre que o raio **R** da circunferência descrita pelo objeto é função crescente de ω de acordo com a expressão:

$$R = \sqrt{L^2 - \frac{g^2}{\omega^4}}$$

A expressão para o raio **R** da circunferência descrita pela partícula em um plano horizontal pode ser assim deduzida:

A componente vertical da força de tração ($\vec{T}$) no fio equilibra o peso da partícula, logo:

$$T \cos \theta = m g \quad (I)$$

A componente horizontal da força de tração ($\vec{T}$) no fio desempenha o papel de resultante centrípeta no movimento circular e uniforme da partícula; logo:

$$T \operatorname{sen} \theta = m \omega^2 R \quad (II)$$

Dividindo a equação (**II**) pela equação (**I**), membro a membro:

$$\frac{T \operatorname{sen} \theta}{T \cos \theta} = \frac{m \omega^2 R}{m g} \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{\omega^2 R}{g} \qquad (III)$$

$$\text{Mas, } \operatorname{tg} \theta = \frac{R}{y} \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{R}{\sqrt{L^2 - R^2}} \Rightarrow \qquad (IV)$$

Comparando (**III**) e (**IV**), obtemos:

$$\frac{R}{\sqrt{L^2 - R^2}} = \frac{\omega^2 R}{g} \Rightarrow \left(\frac{R}{\sqrt{L^2 - R^2}}\right)^2 = \left(\frac{\omega^2 R}{g}\right)^2$$

$$\text{Logo: } \frac{R^2}{L^2 - R^2} = \frac{\omega^4 R^2}{g^2}$$

$$\text{Finalmente se obtém: } \boxed{R = \sqrt{L^2 - \frac{g^2}{\omega^4}}}$$

Observe com atenção o seguinte fato: aumentando-se o valor de ω, diminui-se a parcela $\frac{g^2}{\omega^4}$, o que faz **R** aumentar e o fio tender à posição horizontal, como foi dito.

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 133)

A atividade experimental da lata de água girante em um plano vertical é bastante divertida e também serve para que os estudantes elaborem hipóteses e explicações, além de possibilitar que percebam concretamente o conceito de força centrípeta.

Analisando o experimento

1. No ponto de altura máxima, a força de tração no fio é nula e o peso da água desempenha o papel de resultante centrípeta, logo:

   $$P = F_{cp} \Rightarrow mg = \frac{m v^2}{R} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{gR}}$$

   Observe que o resultado independe da massa da água.
2. Depreende-se da expressão $v = \sqrt{gR}$ que, aumentando-se **R**, aumenta-se também o valor de **v,** isto é, utilizando-se um barbante mais longo, mais intensa deverá ser a velocidade da lata no ponto de altura máxima da trajetória para que não ocorra derramamento de água.

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 136)

Experimento 1

Analisando o experimento

1. Atuam na borracha a força peso e a força de tração exercida pelo barbante.
2. A resultante centrípeta que mantém a borracha em movimento circular e uniforme é a componente horizontal da força de tração exercida pelo barbante. É importante observar que a componente vertical dessa força equilibra o peso da borracha.
3. Isso ocorreu porque a borracha deixou de receber a força centrípeta responsável por modificar a direção de sua velocidade ao longo da trajetória circular. Sem o "puxão" para o centro da trajetória, a borracha tende a prosseguir em linha reta, por inércia.
4. A borracha fica sob a ação exclusiva de seu peso.
5. A borracha descreverá uma trajetória parabólica em seu deslocamento até o chão.

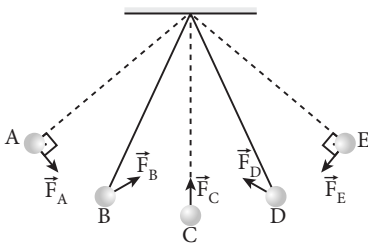
Experimento 2

Analisando o experimento

1. Nas condições citadas, essas forças têm intensidades iguais.
2. Aumentando-se a intensidade da velocidade da borracha, a sacola tende a subir, e diminuindo-se a intensidade dessa velocidade, a sacola tende a descer.
3. O aumento do peso da sacola com o seu conteúdo exigirá um aumento idêntico na intensidade da força de tração no fio. Isso poderá ser conseguido operando-se a borracha com velocidade de intensidade maior que **v**.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 140)

5. No esquema ao lado, estão representadas as forças resultantes na massa pendular nos pontos **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, respectivamente, $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$, $\vec{F}_D$, $\vec{F}_E$.



Paulo C. Ribeiro

6. O movimento é retardado, já que a componente tangencial da força resultante tem sentido oposto ao de $\vec{v}$.

$F_t = m \cdot \alpha \Rightarrow \boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \cos\theta = m \cdot \alpha}$

A alternativa ***d*** é a correta.

7. Em **A**, a componente tangencial da força resultante fica expressa por: $F_2 \operatorname{sen}\theta = F_t$

Já a componente centrípeta fica determinada fazendo-se:

$F_1 + F_2 \cdot \cos\theta = F_{cp} \Rightarrow \boxed{F_1 + F_2 \cdot \cos\theta = \frac{m \cdot v^2}{R}}$

A alternativa ***d*** é a correta.

8. O movimento é circular e uniforme, e a força resultante na aeronave é **centrípeta**.

$F_{cp} = \frac{m\,v^2}{R}$

Sabemos que $m = 4{,}0\ t = 4{,}0 \cdot 10^3\ kg$;

$v = 216\ km/h = \frac{216}{3{,}6}\frac{m}{s} = 60\ m/s$ e $R = 200\ m$.

Assim: $F_{cp} = \frac{4{,}0 \cdot 10^3\,(60)^2}{200}(N) \Rightarrow F_{cp} = 72 \cdot 10^3\ N$

Logo: $\boxed{F_{cp} = 72\ kN}$

9. O movimento é circular e uniforme, e a força resultante na aeronave é **centrípeta**.

$F_{cp} = \frac{m\,v^2}{R}$

$m = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg$; $R = 125\ m$; $F_{cp} = 5{,}0\ kN = 5{,}0 \cdot 10^3\ N$

$5{,}0 \cdot 10^3 = \frac{1{,}0 \cdot 10^3 v^2}{125} \Rightarrow v^2 = 625 \Rightarrow v = 25\ m/s$

Logo: $v = 25 \cdot 3{,}6\ km/h \Rightarrow \boxed{v = 90\ km/h}$

10. $F_e = F_{cp}$

$K\,\Delta x = \frac{m\,v^2}{R}$

$2{,}0 \cdot 10^2 \cdot (0{,}90 - 0{,}80) = \frac{2{,}0\,v^2}{0{,}90} \Rightarrow \boxed{v = 3{,}0\ m/s}$

11. Equilíbrio de **M**: $T = Mg \Rightarrow T = 10 \cdot 10\ (N)$

Logo: $\boxed{T = 100\ N}$

MCU de **m**: $T = \frac{m\,v^2}{R} \Rightarrow 100 = \frac{2{,}0\,(10)^2}{R}$

Logo: $\boxed{R = 2{,}0\ m}$

12. MUV: $v = v_0 + \alpha\ t$

$v = 4{,}0 \cdot 1{,}0\ (m/s) \Rightarrow \boxed{v = 4{,}0\ m/s}$

$F_{cp} = \frac{m\,v^2}{R} \Rightarrow F_{cp} = \frac{3{,}0\,(4{,}0)^2}{3{,}0}$

Logo: $\boxed{F_{cp} = 16\ N}$

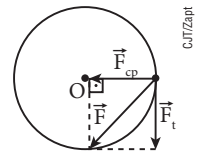
$F_t = m\ \alpha \Rightarrow F_t = 3{,}0 \cdot 4{,}0$

Logo: $\boxed{F_t = 12\ N}$

Teorema de Pitágoras:

$F^2 = (F_t)^2 + (F_{cp})^2$

$F^2 = (12)^2 + (16)^2 \Rightarrow \boxed{F = 20\ N}$



C.JT/Zapt

13. a) No ponto **B**, ocorre a transição entre movimento acelerado e movimento retardado; por isso, a componente tangencial da força resultante é nula. Logo, no ponto **B**, a força resultante na esfera é **centrípeta**.

$F_{cp} = \frac{m\,(v_B)^2}{R} \Rightarrow F_{cp} = \frac{1{,}0\,(2{,}0)^2}{2{,}0}$

Logo: $\boxed{F_{cp} = 2{,}0\ N}$

b) Ponto **B**:

$T - P = F_{cp} \Rightarrow T - mg = F_{cp} \Rightarrow T - 1{,}0 \cdot 10 = 2{,}0$

Logo: $\boxed{T = 12\ N}$

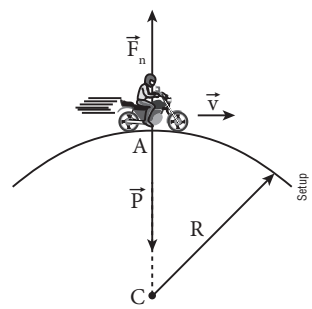
14. Ponto **A**:

$P - F_N = F_{cp}$

$P - 0{,}75\ P = F_{cp}$

$0{,}25\ m\ g = \frac{m\,v^2}{R}$

$\boxed{v = \frac{1}{2}\sqrt{g\,R}}$



Setup

15. (01) **Correta.**

O conjunto moto-piloto não comprime o globo.

(02) **Correta.**

A única força atuante no conjunto moto-piloto no ponto **A** é a força peso (m g), que é a resultante.

(04) **Correta.**

No ponto **A**: $\vec{F}_t = \vec{0}$ e $\vec{F}_{cp} = \vec{P}$

(08) **Correta.**

$\frac{m\,v_{mín}}{R} = m\,g \Rightarrow \boxed{v_{mín} = \sqrt{g\,R}}$

(16) **Incorreta.**

A velocidade no ponto **A** independe da massa do conjunto moto-piloto.

16. No ponto mais alto dos *loopings*, apenas duas forças verticais agem no bloco de concreto: o peso ($\vec{P}$) e a força de contato exercida pelo fundo da lata ($\vec{F}$).

A resultante de $\vec{P}$ e $\vec{F}$ é a força centrípeta requerida no movimento circular.

$F + P = F_{cp}$

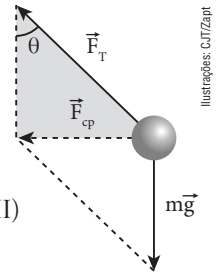
$F + m\,g = \frac{m v^2}{R} \Rightarrow F + 2{,}0 \cdot 10 = \frac{2{,}0\,(5{,}0)^2}{1{,}0}$

Logo: $\boxed{F = 30\ N}$

17. a) $\operatorname{tg}\theta = \frac{F_{cp}}{m\,g} = \frac{m\,\omega^2\,r}{m\,g}$

$\omega^2 = \frac{g}{r}\operatorname{tg}\theta \qquad (I)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega^2 = \frac{(2\pi)^2}{T^2} \quad (II)$



Ilustrações: CJT/Zapt

De (**I**) e (**II**), temos:

$\frac{(2\pi)^2}{T^2} = \frac{g}{r}\operatorname{tg}\theta \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g\operatorname{tg}\theta}}}$

b) Como **T** é inversamente proporcional à raiz quadrada de **g**, reduzindo a intensidade da aceleração da gravidade a $\frac{g}{4}$, **T** dobra.

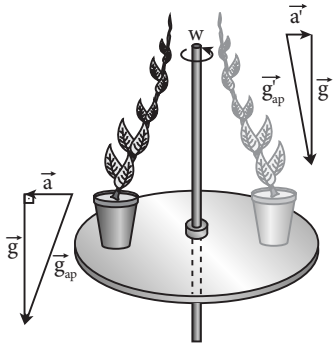
SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 142)

1. O caule do pé de milho crescerá de maneira oblíqua, de modo a se aproximar do eixo vertical do carrossel. Ele estará sempre alinhado com o prumo local, isto é, direcionado conforme a aceleração da gravidade reinante em cada ponto da trajetória de sua extremidade superior.

Isso ocorrerá porque cada fragmento da planta, inclusive os fragmentos da raiz, ficará sujeito a duas "gravidades" parciais: $\vec{g}$ (constante), que é a aceleração da gravidade terrestre – vertical e dirigida para baixo –, e $\vec{a}$, que é uma aceleração de inércia (centrífuga) – horizontal e dirigida para fora da trajetória.

A parcela $\vec{a}$ só é definida em relação a referenciais fixos no carrossel. Assim, a gravidade aparente resultante $\vec{g}_{ap}$ "sentida" nos diversos pontos do pé de milho ficará determinada pela soma vetorial $\vec{g}_{ap} = \vec{g} + \vec{a}$.

Admitindo-se constante a velocidade angular ω do sistema, a parcela $\vec{a}$ terá intensidade diretamente proporcional ao raio **R** da circunferência descrita pelo ponto considerado ao redor do eixo vertical do carrossel ($|\vec{a}| = \omega^2 R$). Por isso, à medida que a planta for crescendo, **R**, $|\vec{a}|$ e, consequentemente, $|\vec{g}_{ap}|$ diminuirão, fazendo com que o vetor $\vec{g}_{ap}$ tenda ao vetor $\vec{g}$. Dessa maneira, o caule do pé de milho, além de se aproximar do eixo de rotação do sistema, também se encurvará, buscando assumir a direção vertical, conforme ilustra a figura abaixo.



$R' < R \Rightarrow |\vec{a}'| < |\vec{a}| \Rightarrow |\vec{g}'_{ap}| < |\vec{g}_{ap}|$

2. Não. O que se constatou no interior da EEI durante os sete dias de observação da germinação dos grãos de feijão foi que as sementes lançaram suas raízes aleatoriamente, sem seguir uma direção preferencial. Não se verificou o geotropismo típico que seria notado em experimentos similares realizados na superfície terrestre. Isso ocorreu porque, dentro da EEI, em órbita ao redor da Terra, estabelece-se um ambiente de microgravidade (gravidade aparente praticamente nula) que isenta os corpos de manifestarem peso. É conveniente recordar que, em condições comuns de plantio, raízes e caules de pés de feijão se desenvolvem conforme o prumo (vertical) do lugar, e esse prumo, por sua vez, sempre acompanha a direção do vetor aceleração da gravidade $\vec{g}$.

3. A forma geodésica da Terra, que em muito se assemelha a um elipsoide de revolução com eixo polar cerca de 40 km menor que o equatorial, deve-se a diversas causas, sendo a principal o movimento de rotação executado pelo planeta.

Outros fatores também contribuem para a distorção da forma esférica: a influência externa de astros, como o Sol e a Lua, que provocam no solo terrestre uma espécie de maré responsável por deformações irreversíveis; a constituição heterogênea da crosta e do manto que acarreta falta de simetria gravitacional; entre outros.

A Terra gira de maneira praticamente uniforme em torno de um eixo imaginário, sendo de 24 h seu período de rotação. Devido a esse movimento, massas situadas em torno da linha do Equador são submetidas a esforços centrífugos mais intensos que massas situadas nas proximidades das regiões polares. Isso se justifica pelo fato de o raio da circunferência descrita pelas massas equatoriais ser maior que o raio da circunferência descrita pelas massas polares.

Como o período do movimento circular e uniforme de todos os pontos do planeta é o mesmo (24 h), eles apresentam a mesma velocidade angular, podendo-se inferir que à trajetória de maior raio corresponde o maior esforço centrífugo.

$$F_{cf} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \quad \text{ou} \quad F_{cf} = m\omega^2 R$$

em que: $\mathbf{F_{cf}}$ é a intensidade do "esforço centrífugo"; **m** é a massa considerada; **T** é o período de rotação da Terra; **R** é o raio da circunferência descrita por **m**; e ω é a velocidade angular. (Com **T** e ω constantes, $\mathbf{F_{cp}}$ e **R** são diretamente proporcionais.)

Resultado semelhante pode ser obtido artificialmente girando-se em torno de um eixo diametral uma bexiga esférica de borracha resistente cheia de água – a câmara de ar de uma bola esportiva, por exemplo. Com esse modelo experimental, fica evidente uma maior aglomeração de líquido na região do eixo central perpendicular ao eixo de rotação da bexiga, sendo o efeito centrífugo o principal responsável por esse "empolamento equatorial" da água.

Em um ambiente de microgravidade, como o interior de uma espaçonave em órbita da Terra, esse experimento teria resultados ainda mais contundentes.

O estudo da forma da Terra e dos fatores que determinam essa forma compõe um ramo de estudo com interfaces em Física, Geologia, Engenharia etc., denominado **Geodésia**, que teve como importante precursor o grego **Eratóstenes** (276 a.C.-194 a.C.?), responsável pela primeira medição do raio terrestre.

SUBSÍDIOS AO *INTERSABERES* (p. 143)

1. Maneiras de se produzir gravidade artificial:

- Naves em rotação em torno de um eixo, denominadas sistemas roda de carroça (mais viável);
- Naves aceleradas perpendicularmente ao piso sobre o qual os astronautas se colocam (inviável pelo permanente consumo de combustível). Nesse caso, seria obtido dentro do veículo espacial um efeito semelhante ao verificado no interior de um elevador subindo em movimento acelerado;
- Interações elétricas e/ou magnéticas entre o traje dos astronautas e partes específicas da nave (inviável pelo consumo de energia para alimentar os sistemas elétricos e/ou magnéticos, além de sérios danos causados aos corpos dos astronautas pelas prolongadas exposições a essas ações elétricas e/ou magnéticas).

2. Realmente, as previsões astronômicas dão conta do processo de colapso do Sol em cerca de 5 bilhões de anos. Diga-se de passagem, isso é próprio de todas as estrelas. Trata-se de um ciclo que envolve uma espécie de "nascimento, vida e morte". Para preservar a espécie, os humanos deverão buscar outras moradas, o que será feito com o emprego de tecnologias sofisticadas que hoje ainda desconhecemos. As características essenciais desse novo *habitat* devem incluir água, uma atmosfera semelhante à existente por aqui e uma aceleração da gravidade próxima de 9,8 m/s^2, que é um condicionante ao correto funcionamento das formas de vida terrestres.

3. Já existem tecnologias para viagens não tripuladas a Marte. Até o momento, já foram enviadas à superfície do planeta vermelho diversas sondas e até um pequeno jipe-robô – o *Curiosity* – para enviar dados sobre este planeta vizinho da Terra. Viagens tripuladas, porém, demandarão mais tempo. As principais dificuldades a serem superadas para a adaptação de humanos em Marte são a inexistência de água líquida, a baixa aceleração da gravidade (cerca de 4,0 m/s^2), a atmosfera com predominância de CO_2, a baixíssima pressão atmosférica, o ineficiente bloqueio atmosférico a radiações nocivas vindas principalmente do Sol, as severas tempestades de areia, os amplos gradientes de temperatura entre a noite e o dia etc. Por isso, em um primeiro momento, seres humanos deverão viver em Marte dentro de redomas herméticas, pressurizadas e climatizadas, com água e demais condições à sobrevivência. Recomendamos como leitura complementar o romance *Perdido em Marte*, de Andy Weir (editora Arqueiro, 2014).

CAPÍTULO 8

GRAVITAÇÃO

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, são apresentadas basicamente as **três leis de Kepler**, a **lei de Newton da atração das massas** e um estudo sobre o **campo gravitacional de um astro**.

Gravitação é um excelente contexto que instiga e desperta para a busca de outros conhecimentos. Por isso, sugerimos que o professor aproveite para discorrer sobre temas paralelos, citando algumas das novas tecnologias a serviço da Astronomia e da Astrofísica, além das possibilidades e descobertas proporcionadas pelos diversos tipos de espaçonaves: ônibus espaciais reutilizáveis, sondas espaciais, satélites artificiais, entre outros. Os grandes telescópios terrestres, bem como o Hubble, que opera fora da atmosfera, também devem ser citados pela sua grande contribuição na busca de maior saber sobre o Universo.

Dispondo-se de tempo, é interessante abordar aspectos históricos da Gravitação, fazendo um apanhado da evolução das ideias e modelos até que chegássemos às concepções atuais. Os embates entre a Igreja e a ciência, ocorridos sobretudo entre os séculos XVI e XVII, devem ser citados, comentando-se a soberba refutação ao pensamento de Copérnico e de Galileu, propositores de teorias heliocêntricas. Vale a pena tratar também do "rebaixamento" de Plutão à condição de planeta anão e da cada vez mais aceita teoria do *big-bang* – a grande explosão –, que dá uma explicação para o surgimento do Universo.

O QUE NÃO PODE FALTAR

2. As leis de Kepler

4. Lei de Newton da Atração das Massas

5. Satélites

▶ Atividades

6. Estudo do campo gravitacional de um astro

▶ Atividades

ALGO MAIS

Apresentamos a seguir um texto que pode ser explorado com a turma se houver disponibilidade.

O *big-bang*

O espaço, o tempo, a energia e toda a matéria do Universo teriam se originado a partir de uma "grande explosão" ocorrida há cerca de 13,7 bilhões de anos. Trata-se do *big-bang*, nome dado de forma desdenhosa por alguns antagonistas dessa concepção em repúdio às teorias que apontavam nesse rumo. Em um instante singular, o Universo teria nascido depois de a matéria se impor sobre a antimatéria. Todas as coisas estariam compactadas inicialmente em um grão original – um ovo cósmico – de altíssima densidade, da ordem de 10^{57} kg/cm^3. Teria havido então uma súbita separação, estabelecendo-se nesse momento temperaturas de 10^{32} kelvins e uma verdadeira "sopa" de *quarks*, subpartículas que mais tarde viriam a se aglutinar para formar prótons e nêutrons. Estes, por sua vez, se juntariam para constituir os nêutrons e os primeiros átomos. Teriam surgido a princípio átomos simples e leves, como o hidrogênio e o hélio, que ainda predominam em 98% de toda a matéria. Vieram depois átomos mais complexos e pesados.

Thinkstock/Getty Images

Ilustração representativa do *big-bang*.

Foi George **Gamow** (1904-1968), físico russo que se naturalizou estadunidense, quem, na década de 1940, iniciou com Robert **Hermann** e Ralph **Alpher** as primeiras conjecturas com vistas à elaboração de uma teoria do Universo em expansão. Ele se baseou nas observações do astrônomo estadunidense Edwin **Hubble** (1889-1953), feitas em 1929, segundo as quais as galáxias estariam se afastando de um "epicentro" universal. Isso ficava evidente pelo *redshift* – desvio para o vermelho – exibido por estas e outros aglomerados cósmicos quando observados da Terra. Esse espectro avermelhado seria uma manifestação do efeito *Doppler* aplicado à luz, verificado quando um objeto luminoso afasta-se com grande velocidade de um observador fixo.

Hubble formulou uma lei que tratava da proporcionalidade entre a velocidade de afastamento do astro (ou conjunto de astros), medida pelo *redshift*, e sua distância em relação à Terra.

Outra evidência que corrobora com a possibilidade de ter ocorrido a grande explosão é o paulatino resfriamento do Universo, que hoje apresenta uma temperatura média de 2,7 kelvins, bem menor que o valor correspondente a eras passadas.

Em 1965, dois pesquisadores da Bell Telephone Laboratories, Arno **Penzias** e Robert W. **Wilson**, acrescentaram mais um forte argumento que deu sustentação às teorias do Universo em expansão. Intrigados com um chiado recorrente em ligações telefônicas, acabaram por descobrir a radiação cósmica de fundo. Esses sinais eletromagnéticos na faixa das micro-ondas permeiam o espaço em todas as direções e teriam sido produzidos 380 000 anos após o instante primordial: o do *big-bang*.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 157)

4. A alternativa ***b*** é a correta.

5. a) Os satélites geoestacionários têm órbitas contidas no plano equatorial da Terra e seu período de revolução é igual ao período de rotação da Terra, isto é, 24 h.

b) $(R_S)^3 = \left(\frac{T_S}{T_L}\right)^2 (R_L)^3 \Rightarrow (R_S)^3 = \left(\frac{1}{27}\right)^2 (60 \cdot R)^3$

Logo: $\boxed{R_S \cong 6{,}7\ R}$

6. A levitação ocorre porque tanto o avião como os passageiros ficam sob a ação da aceleração da gravidade ($\vec{g}$), o que determina uma aceleração relativa nula. Tanto o avião como as pessoas realizam uma espécie de queda livre, o que provoca a flutuação de corpos e objetos dentro da aeronave.

É importante notar que as pessoas não perdem seus respectivos pesos. Apenas aparentam peso nulo durante a queda do avião. Afinal, o planeta mantém sua atração gravitacional durante todo o fenômeno. O mesmo efeito pode ser notado quando elevadores encontrados em alguns parques de diversões realizam quedas verticais com aceleração igual a $\vec{g}$.

7. $F = G\,\frac{M\,m}{d^2}$ (**Lei de Newton de atração das massas**)

$$F_{AB} = G\,\frac{5M \cdot 2M}{(2d)^2} = \frac{10}{4}\,G\,\frac{G^2}{d^2}$$

$$F_{CB} = G\,\frac{M \cdot 2M}{(4d)^2} = \frac{2}{16}\,G\,\frac{M^2}{d^2}$$

Logo: $\frac{F_{AB}}{F_{CB}} = \frac{\frac{10}{4}}{\frac{2}{16}} \Rightarrow \boxed{\frac{F_{AB}}{F_{CB}} = 20}$

8.

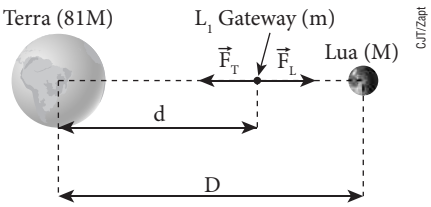


Ilustração com elementos sem proporção entre si.

No ponto de equilíbrio gravitacional: $F_L = F_T$

$$G\frac{M\,m}{(D-d)^2} = G\frac{81\,M\,m}{d^2} \Rightarrow \left(\frac{d}{D-d}\right)^2 = 81 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d}{D-d} = 9 \Rightarrow d = 9\,D - 9\,d \Rightarrow 10\,d = 9\,D$$

Logo: $d = 0{,}90\,D \Rightarrow \boxed{d = 90\%\,D}$

9. a) $F_{cp} = F \Rightarrow \frac{m\,v^2}{d} = G\frac{M\,m}{d^2}$

Logo: $v = \sqrt{\frac{G\,M}{d}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\,M}{R+H}}$

Sendo $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2/kg^2$, $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}\ kg$, $R = 6{,}4 \cdot 10^6\ m$ e $h = 270 \cdot 10^3$, obtém-se:

$$v = \sqrt{\frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}{6{,}4 \cdot 10^6 + 0{,}27 \cdot 10^6}}$$

Logo: $\boxed{v \cong 7{,}8 \cdot 10^3\ m/s \text{ ou } v \cong 7{,}8\ km/s}$

b) $v = \frac{2\pi\,d}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$

Assim: $T = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6 + 0{,}27 \cdot 10^6)}{7{,}8 \cdot 10^3}$

Logo: $\boxed{T \cong 5{,}4 \cdot 10^3\ s \cong 89\ min\ 33\ s}$

10. a) $\frac{(R_P)^3}{(T_P)^2} = \frac{(R_M)^3}{(T_M)^2} \Rightarrow (T_P)^2 = \left(\frac{R_P}{R_M}\right)^3 (T_M)^2$

Assim: $(T_P)^2 = \left(\frac{100\,R_M}{R_M}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^2$

Logo: $\boxed{T_P = 250\ anos}$

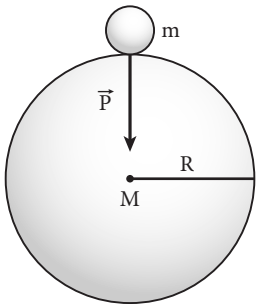
b) $F = F_{cp} \Rightarrow G\,\frac{M\,m}{R^2} = \frac{m\,v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\,M}{R}}$

Assim: $\frac{v_P}{v_T} = \sqrt{\frac{G\,M}{R_P}\,\frac{R_T}{G\,M}} \Rightarrow \frac{v_P}{30} = \sqrt{\frac{R_T}{40\,R_T}}$

Logo: $\boxed{v_P \cong 4{,}7\ km/s}$

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 163)

14. a) Considere a representação a seguir.



$P = F_G$

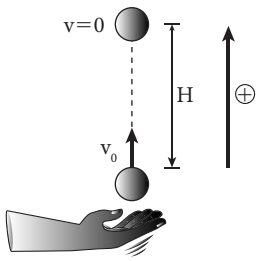
$mg = G\frac{Mm}{R^2}$

Logo: $g = G\frac{Mm}{R^2}$

$$\frac{g_M}{g_T} = \frac{G\frac{M_M}{R_M^2}}{G\frac{10M_M}{(2R_M)^2}} \Rightarrow \frac{g_M}{10} = \frac{\frac{1}{10}}{4}$$

Portanto: $g_M = 4\ m/s^2$

b) Considere o esquema a seguir.



MUV:

Equação de Torricelli

$v^2 = (v_0)^2 + 2a\Delta s$

$0 = (v_0)^2 + 2gH$

Logo: $H = \frac{(v_0)^2}{2g}$

$$\frac{H_M}{H_T} = \frac{\frac{(v_0)^2}{2g_M}}{\frac{(v_0)^2}{2g_T}} \Rightarrow \frac{H_M}{2} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{10}}$$

Portanto: $H_M = 5\ m$

15. $g = G\frac{M}{(R+h)^2}$ (na altitude de **h**)

$g_0 = G\frac{M}{R^2}$ (no solo) h

Dividindo-se membro a membro, temos:

$$\frac{g_0}{g} = \frac{G\frac{M}{R^2}}{G\frac{M}{(R+h)^2}} \Rightarrow \frac{g_0}{g} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2$$

Assim: $\frac{10}{0{,}40} = \left(\frac{6\,400+h}{6\,400}\right)^2 \Rightarrow \boxed{h = 25\,600\ km}$

16. $\mu = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow M = \frac{4}{3}\pi\mu R^3$ (I)

Logo: $g = G\frac{M}{R^2}$ (II)

Substituindo (**I**) em (**II**), temos:

$$g = G\frac{\frac{4}{3}\pi\mu R^3}{R^2}$$

Logo: $\boxed{g = \frac{4}{3}\pi G\mu R}$

Planeta $\mathbf{P}_1$: $g_0 = \frac{4}{3}\pi G\mu_1 R$ (III)

Planeta $\mathbf{P}_2$: $10\,g_0 = \frac{4}{3}\pi G\mu_2 5R$ (IV)

Dividindo-se (**III**) por (**IV**), obtemos:

$$\frac{g_0}{10\,g_0} = \frac{\frac{4}{3}\pi G\mu_1 R}{\frac{4}{3}\pi G\mu_2 5R} \Rightarrow \boxed{\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{1}{2}}$$

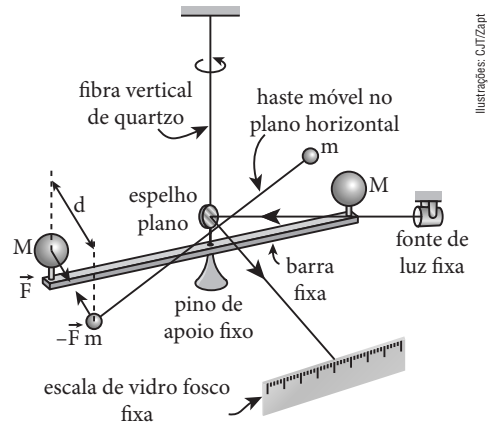
17. $a = g \Rightarrow a = G\frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = G\frac{M}{(R+9R)^2} \Rightarrow a = \frac{1}{100}G\frac{M}{R^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \frac{1}{100}g_0 \Rightarrow a = \frac{10}{100}(m/s^2) \Rightarrow \boxed{a = 0{,}10\ m/s^2}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 163)

1. O valor numérico da Constante da Gravitação (**G**) foi obtido por Cavendish no século XVIII pelo método da deflexão máxima que utiliza um aparato – balança de torção – semelhante ao esquematizado a seguir.



Duas pequenas esferas, cada uma com massa **m**, são fixadas nas extremidades de uma haste horizontal homogênea, rígida e muito leve. Esse conjunto, que forma uma espécie de haltere, é suspenso

pelo seu centro em uma fibra vertical bastante fina, de constante de torção **k**, ficando o eixo da haste na horizontal. Duas grandes esferas, cada uma com massa **M**, instaladas nas pontas de uma barra horizontal fixa, com comprimento igual ao da haste, são colocadas próximas às extremidades opostas desta, permanecendo cada qual a uma distância **d** de sua vizinha de massa **m**.

Ocorre então uma interação de natureza gravitacional entre cada par de esferas – atração – e um torque se exerce no haltere que gira, provocando uma torção na fibra. O experimento deve ser realizado em um ambiente escurecido para que o ângulo θ de que a fibra é torcida possa ser medido, observando-se a deflexão de um estreito feixe de luz emitido por uma fonte luminosa fixa. Esse feixe, depois de refletido em um pequeno espelho plano firmemente acoplado à fibra vertical, incide em uma escala de vidro fosco onde são feitas as avaliações necessárias.

Determinado o ângulo de torção da fibra vertical (θ), calcula-se a intensidade **F** da força responsável pelo torque na haste que sustenta as esferas de massa **m**. O valor de **F** corresponde à intensidade da atração gravitacional entre **m** e **M**.

Finalmente, aplica-se a **Lei de Newton da atração das massas** e, conhecendo-se as medidas de **m**, **M** e **d**, bem como o valor de **F**, obtém-se a Constante da Gravitação **G**.

É importante destacar que a força de atração gravitacional estabelecida entre cada par de esferas tem intensidade muito pequena, o que impõe a utilização de uma fibra vertical com constante de torção diminuta. Só dessa forma torna-se possível detectar a deflexão do feixe de luz refletido sobre a lâmina de vidro fosco.

2. Os satélites estacionários gravitam ao redor do planeta em órbitas praticamente circulares, contidas no plano do Equador. Seu raio de órbita ($\mathbf{R}_E$) é próximo de 6,7 R, em que **R** é o raio da Terra ($R \cong 6\,400$ km). Logo, obtém-se:

$$R_E \cong 6{,}7 \cdot 6\,400\ \text{km} = 42\,880\ \text{km}$$

e a altura da órbita em relação à superfície terrestre ($\mathbf{H}_E$) fica determinada fazendo-se:

$$H_E \cong 42\,880\ \text{km} - 6\,400\ \text{km} = 36\,480\ \text{km}$$

O movimento dos satélites estacionários ocorre no mesmo sentido da rotação da Terra, com período de 24 h (igual à duração de um dia terrestre). Por isso, esses satélites apresentam-se em repouso em relação aos pontos da superfície terrestre (daí seu nome: **estacionários**), sendo bastante adequados às telecomunicações.

Todos os satélites estacionários percorrem a órbita com velocidade próxima de 3,1 km/s (cerca de 11 160 km/h). Assim, a velocidade escalar relativa entre eles é nula e dois artefatos quaisquer mantêm uma distância constante entre si, o que elimina a possibilidade teórica de colisões.

Satélites de observação, por sua vez, geralmente utilizados em tarefas de monitoramento e obtenção de imagens da superfície terrestre, descrevem órbitas polares a altitudes que variam de 1 000 a 1 500 km, aproximadamente.

O Brasil dispõe atualmente de diversos tipos de satélites de telecomunicações (geoestacionários), como os da família **Brasilsat**. Há ainda muitos satélites privados, destinados a missões específicas, além de equipamentos internacionais que o país compartilha com empresas e instituições de várias regiões do mundo.

Cortesia Agência Espacial Brasileira

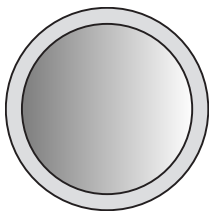
Em fevereiro de 1993, foi colocado em órbita pelo foguete estadunidense *Pegasus* o primeiro satélite brasileiro, o SCD-1, cuja missão era coletar dados ambientais do território nacional. Esse equipamento é controlado pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE).

A corrida global por um lugar no espaço, porém, está produzindo verdadeiros congestionamentos orbitais. Atualmente, há milhares de objetos artificiais girando em torno da Terra nas mais diferentes trajetórias, entre eles satélites e sondas em operação, além de muita sucata, ou seja, um verdadeiro lixo espacial que já é motivo de preocupações.

3. Marés são elevações e rebaixamentos periódicos verificados na superfície livre dos mares em cada intervalo de 6 h, aproximadamente. Com isso, são notadas em um mesmo local duas marés altas (cheias) e duas marés baixas (vazantes) em cada período de 24 horas (um dia). Em algumas regiões da Terra, a linha de água, observada em relação a marcos fixos em relação ao solo, chega a elevar-se 15 m, mas, em média, as subidas de nível situam-se abaixo desse valor.

Dois fatores são preponderantes na ocorrência do fenômeno: atrações gravitacionais da Lua e do Sol – sendo a atração da Lua a mais importante – e o movimento de translação da Terra em torno do centro de massa do sistema Terra–Lua.

Para simplificar a análise, vamos considerar um modelo teórico em que o planeta será admitido esférico com sua superfície totalmente coberta por água. Na ausência de campos gravitacionais externos, nessas condições, o líquido revestirá a crosta terrestre de maneira uniforme, apresentando espessura (profundidade) constante, como representa o esquema ao lado.



Devido à influência gravitacional da Lua, entretanto, a água sofre uma atração mais intensa do lado em que se encontra o satélite e menos intensa do lado oposto. Isso ocorre porque uma maior proximidade entre massas intensifica a ação gravitacional (Lei do inverso do quadrado da distância). Dessa maneira, provoca-se uma distribuição não uniforme da massa líquida, que adquire uma forma oval, mais "estufada" nas regiões dos pontos **A** e **B**, onde ocorrem simultaneamente marés altas, e mais "achatada" nas regiões dos pontos **C** e **D**, onde ocorrem simultaneamente marés baixas. Veja a ilustração a seguir, feita propositalmente fora de escala, para uma melhor compreensão.

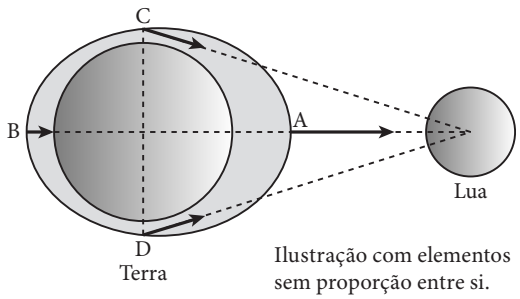


Ilustração com elementos sem proporção entre si.

Considerando-se constante o volume total de água sobre a Terra, as menores aglomerações líquidas verificadas nas regiões dos pontos **C** e **D** provocam migração de fluido para as regiões dos pontos **A** e **B**.

É importante destacar que, embora a atração gravitacional exercida pela Lua colabore para "esvaziar a maré" na região do ponto **B**, nessa região também se verifica maré alta.

A intensidade da influência gravitacional do Sol é muito menor que a da Lua. A diferença entre os módulos das forças gravitacionais solares exercidas nas regiões dos pontos **A** e **B**, porém, é cerca de 2,5 vezes menor que a diferença entre os módulos das forças gravitacionais lunares exercidas nessas mesmas regiões. Por isso, a relevância do Sol no fenômeno das marés é bem menor que a da Lua. A justificativa para esse fato é que a distância entre o Sol e a Terra – cerca de 150 milhões de quilômetros – é muito maior que o diâmetro terrestre – aproximadamente 12 800 km –, o que torna o gradiente de aceleração da gravidade solar muito pequeno através do planeta.

É comum dizer que a Lua gira em torno da Terra. O que ocorre, na verdade, é que os dois astros descrevem movimentos circulares em torno do centro de massa do sistema, sendo mantidos em suas respectivas órbitas pelas forças de atração gravitacional. Devido a esse movimento, a água sobre a Terra fica sujeita a um esforço centrífugo no sentido de arremessar a massa líquida para fora da trajetória. Esse fato também colabora para a ocorrência das marés.

Na figura fora de escala a seguir, estão representadas a Terra e a Lua em seu movimento de translação em torno do centro de massa (CM) do sistema. Estão indicadas também as setas correspondentes às forças centrífugas que solicitam a água. É importante notar que essas forças são de inércia e definidas apenas em relação a referenciais acelerados ligados à Terra.

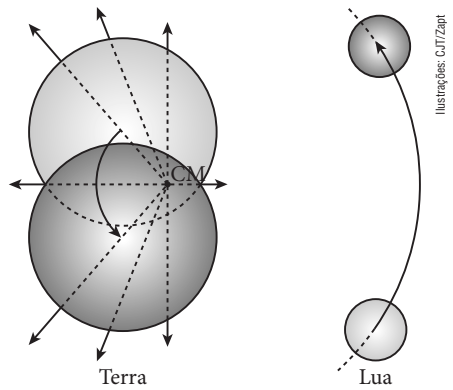


Ilustração com elementos sem proporção entre si.

Depreende-se facilmente do texto que as marés mais altas ocorrem na fase de lua nova, quando a Lua e o Sol colocam-se de um mesmo lado em relação à Terra. Com essa configuração, exerce-se sobre o planeta a máxima influência gravitacional conjunta desses astros.

O fenômeno das marés só pôde ser explicado de maneira satisfatória depois que Isaac **Newton** publicou, em 1687, sua **lei da atração das massas**.

4. Em média, numa só noite, mais de 100 milhões de corpos de material interplanetário atravessam a atmosfera terrestre. Felizmente, grande parte desses fragmentos – pedaços de asteroides e cometas – não supera o tamanho de pequenos pedregulhos. Assim, a soma da massa de todos esses objetos não vai além de umas poucas toneladas.

A atmosfera da Terra é suficientemente densa para desintegrar, ou mesmo vaporizar, a maioria desses "intrusos". Nos casos mais comuns, esses restos de matéria espacial cruzam o céu sem causar danos, deixando à noite rastros luminosos conhecidos como "estrelas cadentes".

Objetos maiores, por sua vez, quase sempre explodem ao penetrar na atmosfera. Em janeiro de 2000, um bloco com cerca de três metros de diâmetro explodiu sobre o território canadense de **Yukon**, com uma potência equivalente à de cinco toneladas de dinamite. Em 1908, uma enorme bola de fogo foi vista caindo na região de **Tunguska**, na Sibéria. Ela produziu uma explosão que destruiu 2 000 km^2 de florestas, área equivalente à da região metropolitana de Nova York.

Observações recentes de *Near Earth Objects* ou objetos próximos da Terra (*NEOs*) – asteroides e cometas cujas órbitas em torno do Sol cruzam a órbita terrestre – sugerem que a chance de ocorrer um evento semelhante ainda neste século gira em torno de 10%.

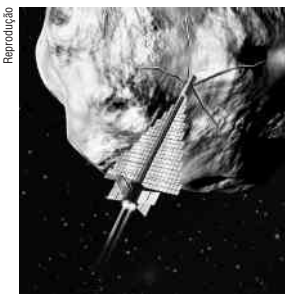
Asteroides com 100 m ou mais de diâmetro constituem uma enorme ameaça, já que podem penetrar mais fundo na atmosfera ou mesmo atingir a superfície do planeta. Um impacto dessa natureza causaria uma explosão equivalente à de 100 milhões de toneladas de dinamite. Se a queda ocorresse no mar, o que se dá em 70% das situações, provocaria um *tsunami* gigantesco que inundaria várias cidades costeiras, matando milhões de pessoas.

É possível evitar essas catástrofes? Ao longo da última década, cientistas e engenheiros vêm propondo uma série de estratégias para desviar asteroides em rota de colisão com a Terra. Pesquisadores têm defendido a ideia de detonar artefatos nucleares sobre o corpo celeste, ou próximo dele, a fim de parti-lo em pedaços ou alterar seu curso.

Os efeitos de uma explosão nuclear, entretanto, são difíceis de se prever e essa incerteza tem levado muitos especialistas a considerar essa opção como último recurso. As abordagens têm então se voltado para desviar a trajetória dos asteroides, o que seria muito menos traumático, principalmente se o choque for previsto com muita antecedência.

Nos últimos anos, vem sendo estudada a ideia de se utilizar um rebocador espacial não tripulado que iria ao encontro do objeto ameaçador, atracando-se à sua superfície. Com um empurrão lento e contínuo, essa nave poderia desviar o asteroide de modo a impedir sua colisão com a Terra. Para deslocar seu alvo, o rebocador utilizaria motores nucleares que lançariam jatos de plasma, uma mistura de íons e elétrons em altas temperaturas. Tudo indica, porém, que projetos de rebocadores desse tipo só possam ser testados no final da primeira metade do século XXI.

Reprodução



Concepção artística (com elementos sem proporção entre si) de um rebocador espacial empurrando um asteroide com o objetivo de modificar sua trajetória. Uma série de painéis radiadores dissiparia o calor produzido pelo reator nuclear da nave, permitindo o funcionamento de seus motores de plasma.

O desafio de deslocar a rota de um asteroide circunscreve-se a uma questão de alteração de períodos. Primeiro, os astrônomos devem detectar o corpo celeste pelo menos uma década antes da data prevista para o impacto, intervalo de tempo suficiente para que as medidas adotadas sejam bem-sucedidas. Felizmente, com o desenvolvimento contínuo de programas para detecção de *NEOs*, essa possibilidade é bastante factível.

Segundo, o plano mais eficiente parece ser o de aumentar a velocidade da rocha, empurrando-a no sentido do seu movimento orbital, ou diminuir sua velocidade, empurrando-a no sentido oposto. Mudar a velocidade do asteroide significa modificar o raio médio de sua trajetória e, consequentemente, seu período de translação em torno do Sol. Qualquer dessas duas ações mexeria no "relógio do projétil".

A explicação é que, como a Terra se desloca ao longo de sua órbita com velocidade de 29,8 km/s e seu eixo (diâmetro médio) mede aproximadamente 12800 km, o planeta gasta cerca de 430 s para percorrer um comprimento equivalente ao desse eixo. Se um asteroide estiver se aproximando da Terra para um choque frontal, bastaria, então, alterar seu período de revolução de modo que ele pudesse passar pelo ponto de intersecção das órbitas antes de o planeta surgir nesse cruzamento. Outra possibilidade seria fazê-lo passar pelo local mais de 430 s depois de a Terra ter iniciado seu trânsito por essa posição fatal.

SUBSÍDIOS AO *INTERSABERES* (p. 164)

Em *Teorias que se sucedem* mostramos o caráter evolutivo das concepções físicas, que se aprimoram ao longo dos tempos e, em alguns casos, são mesmo substituídas por teorias mais consistentes, muitas vezes sustentadas por experimentação mais sofisticada e tratamento matemático mais elaborado.

Compreensão, pesquisa e debate

1. A gravitação newtoniana impõe que a atração entre massas é instanstânea e do tipo ação e reação. Hoje, o modelo aceito para esse tipo de interação envolve partículas mediadoras chamadas *grávitons*, que conduzem a mensagem da atratibilidade à velocidade da luz.

Por outro lado, o modelo proposto por Newton sofre profundas distorções quando as velocidades envolvidas são da ordem da velocidade da luz no vácuo ($c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s). Para esses casos, o modelo einsteiniano é muito mais eficiente. A ideia apresentada por Einsten se baseia nas deformações do espaço-tempo, como o cientista apresenta em sua Teoria da Relatividade Geral.

2. Os buracos negros são mais bem explicados pela Teoria da Relatividade Geral, de Albert Einstein, que propõe que uma grande massa deforma o espaço-tempo ao seu redor. Desse modo, massas menores que "invadem" essa região deformada rodopiam em torno da grande massa, podendo, eventualmente, ser absorvidas por ela.

CAPÍTULO 9

MOVIMENTOS EM CAMPO GRAVITACIONAL UNIFORME (BALÍSTICA)

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Apresentamos a seguir alguns motivos que nos levaram a colocar os movimentos livres no quinto capítulo da **Dinâmica**, em vez de fazê-lo antes:

- O conhecimento do Princípio Fundamental da Dinâmica é necessário para que os estudantes entendam por que a aceleração de um corpo em movimento livre é igual a $\vec{g}$, independentemente de sua massa;
- No caso de movimentos livres não verticais, esse princípio também é necessário para justificar o fato de o movimento ser uniforme na horizontal e uniformemente variado na vertical;
- Os movimentos aqui estudados se enquadram em um caso particular dos movimentos estudados em **Gravitação**, isto é, no caso em que o campo gravitacional é uniforme.

É possível constatar que o tempo de queda livre não depende da massa dos corpos, soltando, simultaneamente e da mesma altura, bolinhas de massas diferentes (de ferro, de chumbo ou de outros materiais que não tenham densidades muito pequenas).

Sugere-se ressaltar, no estudo de movimentos livres em campo gravitacional uniforme, o fato de todos os corpos apresentarem a mesma aceleração vetorial: a aceleração da gravidade.

Isso significa que, em trajetórias **verticais**, os objetos realizam movimento uniformemente variado (MUV): retardado na subida e acelerado na descida. Valem, portanto, as mesmas características e propriedades estudadas no Capítulo **2**. Relembrando:

- A aceleração escalar tem módulo constante e igual ao da aceleração da gravidade ($|\alpha| = |\vec{g}|$);
- A velocidade escalar varia uniformemente com o tempo (função do 1º grau);
- A velocidade escalar média entre dois instantes, $\mathbf{t}_1$ e $\mathbf{t}_2$, é a média aritmética das velocidades escalares nesses dois instantes;
- O espaço varia com o passar do tempo conforme uma função do 2º grau;
- Vale a Equação de Torricelli;
- As distâncias percorridas em intervalos de tempo sucessivos e iguais variam em **Progressão Aritmética** (P. A.). No caso de uma queda livre na vertical a partir do repouso, supondo-se $g = 10$ m/s^2, a partícula percorre em intervalos de tempo sucessivos de 1,0 s, por exemplo, as distâncias: 5,0 m, 15,0 m, 25,0 m, ..., o que constitui uma P. A. de razão 10,0 m. Sendo $\mathbf{d}_1$ a distância percorrida durante um primeiro intervalo de tempo, Galileu verificou que, em intervalos de tempo subsequentes e de mesma duração, devem ocorrer distâncias percorridas sempre regidas pela série: $d_1, d_2 = 3d_1, d_3 = 5d_1, \ldots$ Essa característica foi chamada de **Regra de Galileu**;
- Um corpo lançado verticalmente para cima passa subindo e depois descendo por um mesmo ponto da trajetória com velocidades escalares simétricas ($v_1 = -v_2$).

Há outras propriedades não citadas, e estas, como também as referidas anteriormente, são passíveis de demonstração formal, o que é sempre um estímulo a mais.

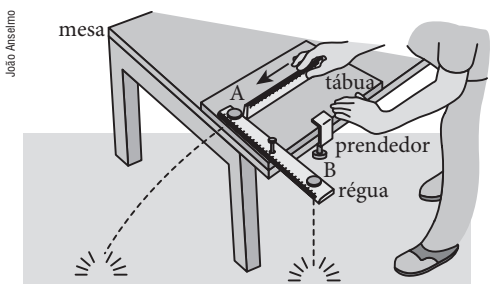
A "Propriedade especial para corpos que caem a partir do repouso", também conhecida como **regra de Galileu**, é muito útil. Comente como Galileu descobriu essa regra dispondo de um "relógio de água" muito rudimentar. Para descobri-la, ele teve a brilhante ideia de simular uma gravidade menor, tornando a queda mais lenta, de modo que fosse possível fazer medições de tempo. Para isso, estudou o movimento de bolas densas descendo por rampas ligeiramente inclinadas.

No estudo dos movimentos livres não verticais, podemos decompor um movimento, cujo equacionamento não se conhece, em dois movimentos (uniforme e uniformemente variado) já conhecidos.

No lançamento horizontal, é comum os estudantes estranharem o fato de o tempo de queda ser igual ao de uma queda a partir do repouso e da mesma altura (movimentos livres). Pensam que o tempo de queda no lançamento horizontal deveria ser maior porque o projétil percorreu uma distância maior. Pode-se argumentar que o corpo lançado horizontalmente percorre de fato uma distância maior, mas possui "um movimento a mais" que o corpo em queda livre vertical, que é o avanço horizontal simultâneo à queda.

É possível também fazer uma verificação experimental disso, por exemplo, a que é sugerida a seguir:

Pegue uma tábua suficientemente grossa para que nela se possa introduzir parcialmente um pequeno prego, sem atravessá-la totalmente. Prenda-a em um dos cantos de uma mesa, como ilustra a figura a seguir:



Faça um pequeno furo no meio de uma régua de modo que um prego passe por ele, com folga. Introduza o prego na tábua até que ele fique bem firme (a tábua só serve para evitar que você fure a mesa), sempre seguindo o que a figura indica. A régua deve ficar livre para girar em torno do prego.

Coloque duas moedas (**A** e **B**) sobre a régua, uma de cada lado do prego.

Em seguida, usando uma outra régua ou uma pequena tábua, dê uma pancada "seca" no meio da moeda **A**, atingindo também a primeira régua, que gira. Ao fazer isso, a moeda **A** é lançada horizontalmente. A moeda **B**, por sua vez, cai praticamente na vertical.

Você deverá ouvir um **único som** de batida no chão (plano e horizontal), verificando, com isso, que os tempos de queda são iguais.

Ainda com relação ao lançamento horizontal, não é nada intuitivo o fato de o tempo de queda não depender do valor da velocidade inicial.

Por fim, é importante salientar que os objetivos deste capítulo vão além do estudo de movimentos em campo **gravitacional** uniforme. De fato, na Unidade **1** (**Eletrostástica**) do Volume **3** serão estudadas partículas dotadas de carga elétrica que se movem em campos **elétricos** uniformes, e o equacionamento desses movimentos será feito de modo análogo ao realizado aqui.

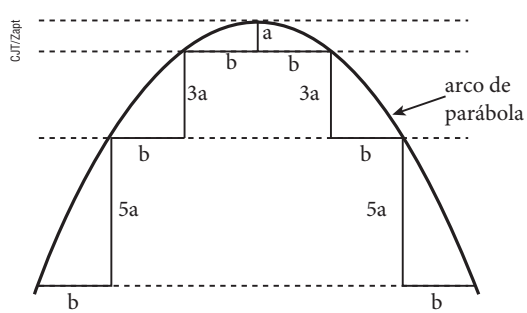
O QUE NÃO PODE FALTAR

2. Aceleração de um corpo em movimento livre
3. Campo gravitacional uniforme
4. Movimento vertical em campo gravitacional uniforme
5. Propriedades do movimento vertical
▶ Atividades
6. Movimento parabólico nas proximidades da Terra
▶ Atividades

ALGO MAIS

Na segunda parte, é importante enfatizar novamente que o nome de uma curva não é determinado por sua aparência, mas sim pela expressão matemática que a descreve. Assim, usando equações paramétricas na variável **t**, obtivemos a **Equação da trajetória** descrita por um projétil em movimento livre não vertical, em um campo gravitacional uniforme, e reconhecemos que essa trajetória é, de fato, um arco de parábola com a concavidade voltada para baixo.

Utilizando a regra de Galileu e o fato de o movimento de um corpo lançado não verticalmente ser uniforme na horizontal, passamos a dispor de uma maneira prática de traçar um arco de parábola:



RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 172)

4. **Sugestão:**

- Quando o corpo é abandonado ou lançado verticalmente **para baixo**, orientar a trajetória para baixo.
- Quando o corpo é lançado verticalmente **para cima**, orientar a trajetória para cima.

a) $h = \frac{g(t_q)^2}{2} \Rightarrow 245 = \frac{10(t_q)^2}{2} \Rightarrow \boxed{t_q = 7\ s}$

b) $v^2 = 2gh = 2 \cdot 10 \cdot 245 = 4\,900$

Logo: $\boxed{v = 70\ m/s}$

ou: $v = gt_q = 10 \cdot 7 \Rightarrow \boxed{v = 70\ m/s}$

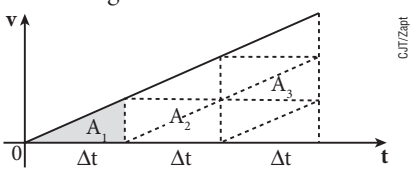
5. a) A velocidade da esfera anula-se 4,0 s após o lançamento:

$v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = v_0 - 10 \cdot 4{,}0 \Rightarrow \boxed{v_0 = 40\ m/s}$

b) $v^2 = v_0^2 - 2g\Delta s$

$0^2 = 40^2 - 2 \cdot 10 \cdot h_{máx} \Rightarrow \boxed{h_{máx} = 80\ m}$

6. Usando o gráfico v × t:



$A_1 + A_2 + A_3 = 270$

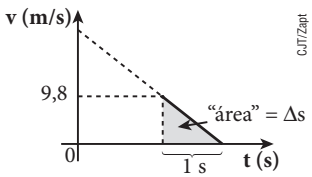
$A_1 + 3A_1 + 5A_1 = 270 \Rightarrow 9A_1 = 270 \Rightarrow A_1 = 30\ m$

Portanto:

$\boxed{A_1 = 30\ m}$ $\boxed{A_2 = 3A_1 = 90\ m}$ $\boxed{A_3 = 5A_1 = 150\ m}$

Evidentemente, a questão também pode ser resolvida pelas equações do movimento.

7. a) Durante a subida, o módulo da velocidade diminui 9,8 m/s em cada segundo. Então, como a velocidade é igual a zero no final da subida, 1 s antes de parar ela vale 9,8 m/s, independentemente do módulo da velocidade de lançamento:



$\Delta s = \frac{1 \cdot 9{,}8}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 4{,}9\ m}$

b) Não.

8. De $t_0 = 0$ s a t = 2,0 s, temos:

a) $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_0 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{24}{2{,}0} = \frac{v_0 + 0}{2}$

Logo: $\boxed{v_0 = 24\ m/s}$

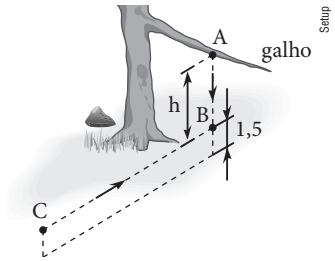
b) $v_2 = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 24 + \alpha \cdot 2{,}0$

Logo: $\alpha = -12\ m/s^2 \Rightarrow \boxed{g = 12\ m/s^2}$

9. $\Delta s = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$

$h = 6 \cdot 2 + \frac{10 \cdot 2^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 32\ m}$

10.



h = 4,7 m − 1,5 m = 3,2 m

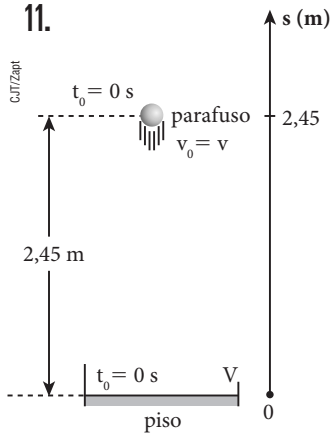
Duração da queda de **A** até **B**:

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2}{10}} \Rightarrow t = 0{,}8\ s$

Distância de **C** até **B**

$CB = v\,t = 10 \cdot 0{,}8 \Rightarrow CB = 8\ m$

11.



a) $s = s_0 + v\,t$

$s_{piso} = v\,t$

$s = s_0 + v_0\,t + \frac{\alpha}{2} t_2$

$s_{par} = 2{,}45 + v\,t - 5t^2$

$s_{par} = s_{piso}$

$2{,}45 + v\,t - 5t^2 = v\,t$

$\boxed{t = 0{,}7\ s}$

b) $s_{piso} = v\,t = 2 \cdot 0{,}7$

$\boxed{s_{piso} = 1{,}4\ m}$

Nota: O elevador é um referencial inercial, já que está em movimento retilíneo e uniforme em relação ao solo. Considerando um referencial no elevador, o parafuso realiza uma queda livre a partir do repouso, de uma altura h = 2,45 m.

Então: $t_q = \sqrt{\frac{2h}{9}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}45}{10}} \Rightarrow t_q = 0{,}7\ s$

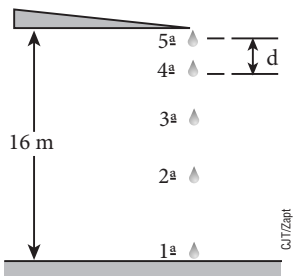
que é a resposta do item ***a***.

12. Tempo de queda da primeira gota:

$t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16}{10}}$

Logo: $t_q = \sqrt{3{,}2}$ s

Seja **T** o intervalo de tempo decorrido entre os desprendimentos de gotas consecutivas. Temos, então:



$t_q = 4T \Rightarrow T = \frac{\sqrt{3{,}2}}{4}$

Assim: $d = \frac{g}{2} T^2 = \frac{10}{2} \cdot \frac{3{,}2}{16} \Rightarrow \boxed{d = 1\ m}$

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 175)

O experimento proposto, da mangueira esguichando água, tem caráter lúdico e pode servir para verificar várias propriedades importantes dos movimentos "livres" em campo gravitacional uniforme.

Analisando o experimento

1. Trata-se do ângulo de "tiro" de 45°, conforme está demonstrado no item *Condição de máximo alcance horizontal*, da seção **6** do texto teórico.

2. Não, ângulos complementares em geral, isto é, tais que $\theta_1 + \theta_2 = 90°$, produzem alcances horizontais iguais. Veja a demonstração no item *Cálculo do alcance horizontal (***A***)*, da seção **6** do texto teórico.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 178)

16. $A_{máx} = \dfrac{(v_0)^2}{g} \cdot 1 = \dfrac{300^2}{10}$

Logo: $\boxed{A_{máx} = 9000\ m = 9\ km}$

17. a) No ponto de altura máxima: $y = 3{,}2$ m e $v_y = 0$:

$$(v_y)^2 = (v_{0_y})^2 - 2g(y - y_0)$$

$$0^2 = (v_{0_y})^2 - 20(3{,}2 - 2{,}4) \Rightarrow \boxed{v_{0_y} = 4{,}0\ m/s}$$

b) No solo, $y = 0$:

$$y = y_0 + v_{0_y} t - \frac{g t^2}{2}$$

$$0 = 2{,}4 + 4t - 5t^2 \Rightarrow \boxed{t = 1{,}2\ s}$$

c) Na horizontal: $x = x_0 + v_x t$

$$3{,}6 = v_x \cdot 1{,}2 \Rightarrow \boxed{v_x = 3{,}0\ m/s}$$

18. a) $\Delta s = \dfrac{gt^2}{2} \Rightarrow 80 = \dfrac{10t^2}{2} \Rightarrow \boxed{t = 4\ s}$

b) Na vertical, o movimento da pedra **B** é idêntico ao da pedra **A**. Assim, independentemente do valor de $\mathbf{v}_{0_B}$, a pedra **B** também chega ao chão no instante **t** igual a 4 s:

$\Delta x = v_{0_B} t \Rightarrow d = 30 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{d = 120\ m}$

c) $v = gt \Rightarrow v = 10 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{v = 40\ m/s}$

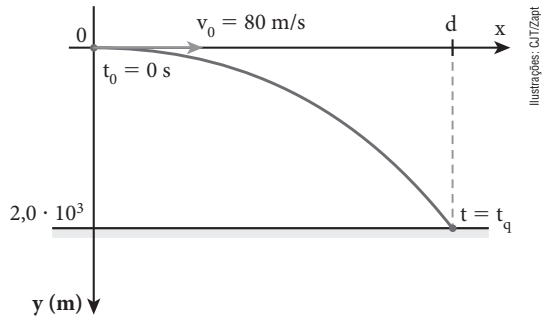
d) $v_x = v_{0_B} \Rightarrow \boxed{v_x = 30\ m/s}$

$v_y = v \Rightarrow \boxed{v_y = 40\ m/s}$

19. Movimento uniforme na horizontal: $\boxed{d = c = 4\ m}$

Queda livre na vertical: $b = 3a \Rightarrow \boxed{b = 3\ m}$

20.



Ilustrações: CJT/Zapt

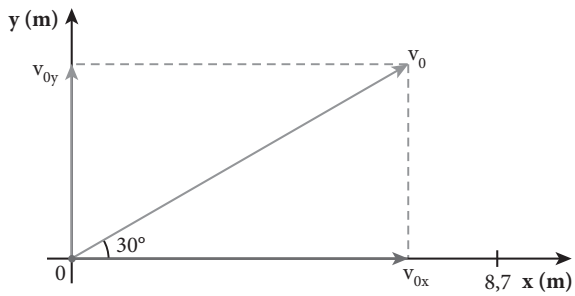
a) $\Delta y = \dfrac{g t^2}{2} \Rightarrow 2{,}0 \cdot 10^3 = 5t_q^2 \Rightarrow t_q = 20\ s$

$d = v_0 t_q = 80 \cdot 20 \Rightarrow \boxed{d = 1{,}6 \cdot 10^3\ m}$

b) Como o avião e a bomba estão na mesma vertical, a distância entre eles é igual a $2{,}0 \cdot 10^3$ m.

c) Segmento de reta vertical e arco de parábola, respectivamente.

21.



$v_{0_x} = v_0 \cos 30° = 20 \cdot 0{,}87 \Rightarrow v_{0_x} = 17{,}4$ m/s

$v_{0_y} = v_0 \operatorname{sen} 30° = 20 \cdot 0{,}50 \Rightarrow v_{0_y} = 10$ m/s

Calculemos o instante em que a bola passa por $x = 8{,}7$ m:

$x = x_0 + v_x t$

$8{,}7 = 0 + 17{,}4 \cdot t \Rightarrow t = 0{,}50$ s

Calculemos a ordenada **y** da bola nesse mesmo instante:

$$y = y_0 + v_{0_y} t - \frac{g}{2} t^2$$

$$y = 0 + 10 \cdot 0{,}50 - \frac{10}{2} \cdot 0{,}50^2 \Rightarrow y = 3{,}75\ m$$

Como 3,75 m é maior que a altura da trave, o gol não aconteceu.

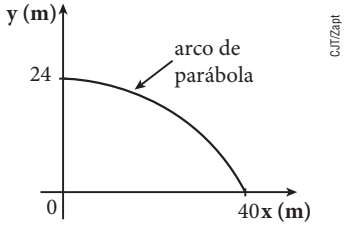
22. a) Do gráfico $x \times t$:

$$v_0 = v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40}{2} \Rightarrow \boxed{v_0 = 20\ m/s}$$

Do gráfico $y \times t$:

$$t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 24}{g}} \Rightarrow \boxed{g = 12\ m/s^2}$$

b) $y = 0 \Rightarrow t = 2\ s \Rightarrow x = 40\ m$



23. Tempo de duração do sobe e desce:

$$T = 2\,t_s = 2\,\frac{v_0}{g} \Rightarrow T = 2 \cdot \frac{10}{10} \Rightarrow T = 2\ s$$

Em relação ao passageiro, a maçã realizou um lançamento oblíquo, em que $v_x = 30$ m/s e:

$$|\vec{d}| = A = v_x T = 30 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{|\vec{d}| = 60\ m}$$

CAPÍTULO 10 TRABALHO E POTÊNCIA

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, apresentamos mais duas grandezas físicas: **trabalho** e **potência**. Deve ficar claro que realizar trabalho é transferir energia, ação que exige sempre a presença de uma força, que se constitui no veículo para a viabilidade dessa transferência. Recomendamos que o professor dedique atenção especial ao teorema da energia cinética, ferramenta de amplo espectro, sugerida para a resolução simplificada de muitas atividades. Com esse teorema, faremos uma primeira abordagem da noção de energia cinética, tema que será tratado com mais detalhes no Capítulo **11**.

Sugerimos destacar o cálculo gráfico do trabalho nos diagramas força × deslocamento e o trabalho no erguimento de um corpo sem variação de energia cinética. Esse segundo ponto é fundamental para a compreensão do conceito de energia potencial de gravidade.

Quanto à potência, deve ser bem fixada a concepção de que essa grandeza traduz a rapidez de transferência de energia (utilizar exemplos contextuais). A equação que relaciona a potência instantânea de uma força com a velocidade é importante, já que é útil para resolver diversos tipos de questões.

O capítulo é encerrado com o conceito de rendimento, que pode ser estendido a outras partes da matéria, como Termologia, Eletrodinâmica etc.

O QUE NÃO PODE FALTAR

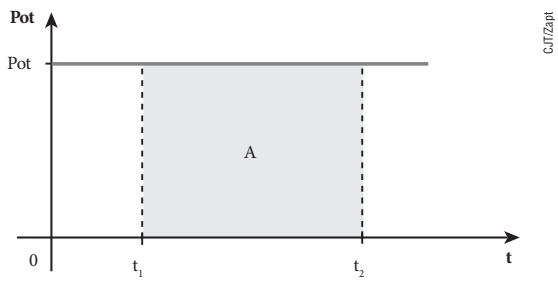
2. Trabalho de uma força constante
3. Sinais do trabalho
5. Cálculo gráfico do trabalho
6. Trabalho da força peso
7. Trabalho da força elástica
8. O Teorema da Energia Cinética
9. Trabalho no erguimento de um corpo
▶ Atividades
10. Potência
▶ Atividades

ALGO MAIS

Apresentamos a seguir, um texto que pode ser trabalhado com os estudantes se houver possibilidade.

Propriedade do gráfico da potência em função do tempo

Admitamos uma situação em que a potência de uma força seja constante no decorrer do tempo. O gráfico abaixo corresponde a esse caso.



Teria a área **A** destacada algum significado especial? Sim, pois ela fornece uma medida algébrica do trabalho da força durante o intervalo de tempo considerado.

Isso pode ser verificado fazendo-se:

$$A = Pot\,(t_2 - t_1)$$

Sendo $t_2 - t_1 = \Delta t$ (intervalo de tempo), temos:

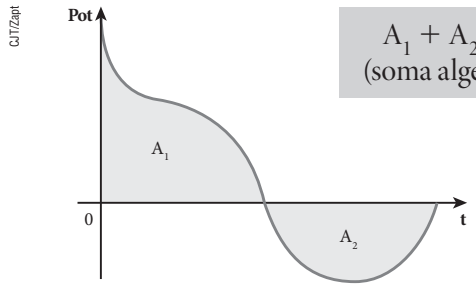
$$A = Pot\Delta t \quad (I)$$

Entretanto, $Pot = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow \tau = Pot\Delta t$ (II)

Comparando (**I**) e (**II**), concluímos que:

$$\boxed{A = \tau}$$

Apresentamos essa propriedade a partir de um caso particular, isto é, partimos da suposição de que a potência era constante. Entretanto, sua validade estende-se também aos casos em que a potência é variável.



$A_1 + A_2 = \tau$
(soma algébrica)

De modo geral, podemos enunciar que:

> Dado um diagrama da potência em função do tempo, a "área" compreendida entre o gráfico e o eixo dos tempos expressa o valor algébrico do trabalho ou da energia transferida.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 190)

5. a) $\tau(\vec{F}) = F\,d\cos\alpha$; $(\alpha = 0°$ e $\cos\alpha = 1)$

$\tau_{\vec{F}} = 1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10 \cdot (1) \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}} = 1{,}0 \cdot 10^3\ J}$

b) MRU: $F_{at} = F$

$\tau_{\vec{F}_{at}} = F_{at}\,d\cos\beta$; $(\beta = 180°$ e $\cos\beta = -1)$

$\tau_{\vec{F}_{at}} = 1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10\,(-1) \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_{at}} = -1{,}0 \cdot 10^3\ J}$

6. O bloco se deslocará para a direita, já que $F_{2_x} = F_2 \cdot \cos\theta$ supera $\mathbf{F}_4$ (60 N > 50 N).

Forças perpendiculares ao deslocamento não realizam trabalho, logo: $\boxed{\tau_1 = \tau_3 = 0}$

$\tau_2 = F_2\,d\cos\theta = 100 \cdot 5{,}0 \cdot 0{,}60 \Rightarrow \boxed{\tau_2 = 300\ J}$

$\tau_4 = F_4\,d\cos\theta = 50 \cdot 5{,}0 \cdot (-1) \Rightarrow \boxed{\tau_4 = -250\ J}$

7. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{R}{L}$

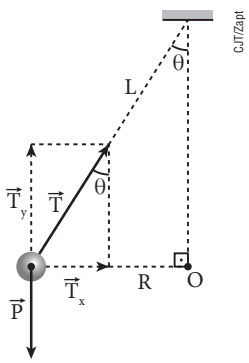
$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{30}{50}$

$\boxed{\operatorname{sen}\theta = 0{,}6}$

$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$(0{,}6)^2 + \cos^2\theta = 1$

$\boxed{\cos\theta = 0{,}8}$



a) **Equilíbrio na vertical**:

$T_Y = P \Rightarrow T\cos\theta = m \cdot g$

Assim: $T \cdot 0{,}8 = 2{,}4 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{T = 30\ N}$

b) **MCU na horizontal**: $F_{cp} = T_x$

$m\ \omega^2\ R = T\ \operatorname{sen}\theta$

$2{,}4\ \omega^2\ 0{,}30 = 30 \cdot 0{,}6 \Rightarrow \boxed{\omega = 5{,}0\ rad/s}$

c) O trabalho **é nulo**, já que a citada força é perpendicular a cada deslocamento elementar sofrido pela esfera.

8. a) $\tau_{\vec{F}_1} = \dfrac{(60 + 20)10}{2} \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_1} = 4{,}0 \cdot 10^2\ J}$

b) $\tau_{\vec{F}_2} = \dfrac{10\,(-20)}{2} \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_2} = -1{,}0 \cdot 10^2\ J}$

c) $\tau = \dfrac{(80 + 20)\,15}{2} + \dfrac{10\,(-20)}{2} + \dfrac{5\,(-20)}{2}$

$\boxed{\tau = 6{,}0 \cdot 10^2\ J}$

9. (I) **Correta.**

(II) **Incorreta.**

Em ambos os casos: $\tau_{total} = \Delta E_C$

$\tau_{oper} + \tau_{\vec{P}} = 0 \Rightarrow \tau_{oper} - P\,h = 0 \Rightarrow \boxed{\tau_{oper} = P\,h}$

(III) **Correta.**

(IV) **Correta.**

A alternativa ***d*** é a correta.

10. Teorema da Energia Cinética:

$$\underset{A \to C}{\tau} = \frac{m\,(v_C)^2}{2} - \frac{m\,(v_A)^2}{2}$$

$$\underset{A \to C}{\tau_{\vec{P}}} + \underset{B \to C}{\tau_{\vec{F}_{at}}} = 0$$

$m\,g\,h - \mu_C\ m\,g\,d = 0$

$d = \dfrac{h}{\mu_C} \Rightarrow d = \dfrac{2{,}0}{0{,}40}(m) \Rightarrow \boxed{d = 5{,}0\ m}$

11. Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{total} = \frac{m\,(v_S)^2}{2} - \frac{m\,(v_R)^2}{2}$$

$$\tau_{\vec{F}_{at}} + \tau_{\vec{P}} = \frac{m\,(v_S)^2}{2} - \frac{m\,(v_R)^2}{2}$$

$$\tau_{\vec{F}_{at}} - 1{,}0 \cdot 10 \cdot 2{,}0 = \frac{1{,}0}{2}\left(4{,}0^2 \cdot 10^2\right)$$

Logo: $\boxed{\tau_{\vec{F}_{at}} = -22\ J}$

12. a) Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{\vec{F}_e} = \frac{m\,(v_B)^2}{2} - \frac{m\,(v_A)^2}{2}$$

$$\frac{K(\Delta x)^2}{2} = \frac{m}{2}\left[(v_B)^2 - (v_A)^2\right]$$

$$1{,}0 \cdot 10^2 \cdot (0{,}50)^2 = 1{,}0 \cdot \left[(v_B)^2 - 0\right]$$

$$\boxed{v_B = 5{,}0\ \text{m/s}}$$

b) Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\,(v_C)^2}{2} - \frac{m\,(v_B)^2}{2}$$

$$-\mu\, m\, g\, d = 0 - \frac{m\,(v_B)^2}{2} \Rightarrow \mu = \frac{m\,(v_B)^2}{2\,g\,d}$$

Assim: $\mu = \dfrac{(5{,}0)^2}{2 \cdot 10 \cdot 5{,}0} \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}25}$

13. a) $\tau_{\vec{P}} = m\,g\,h \Rightarrow \tau_{\vec{P}} = 2{,}0 \cdot 10 \cdot 0{,}25$

Logo: $\boxed{\tau_{\vec{P}} = 5{,}0\ \text{J}}$

b) Teorema da Energia Cinética:

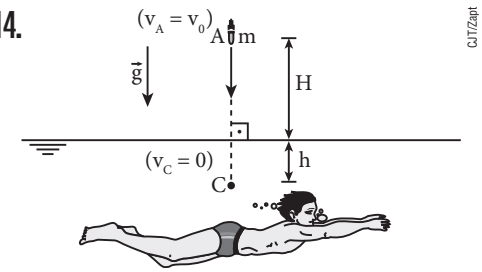
$$\tau_{total} = \frac{m\,(v_C)^2}{2} - \frac{m\,(v_A)^2}{2}$$

$$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_e} = 0 \Rightarrow \tau_{\vec{F}_e} = -\tau_{\vec{P}} \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_e} = -5{,}0\ \text{J}}$$

c) $\tau_{\vec{F}_e} = -\dfrac{K(\Delta x)^2}{2} \Rightarrow -5{,}0 = -\dfrac{K(0{,}050)^2}{2}$

Logo: $\boxed{K = 4{,}0 \cdot 10^3\ \text{N/m}}$

14.



Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{total} = \frac{m\,(v_C)^2}{2} - \frac{m\,(v_A)^2}{2}$$

$$\tau_{\vec{P}_{A\to C}} + \tau_{\vec{F}_{C_{B\to C}}} = 0 - \frac{m\,(v_0)^2}{2}$$

$$m\,g\,(H + h) - 3\,m\,g\,h = -\frac{m\,(v_0)^2}{2}$$

$$g\,H + g\,h - 3\,g\,h = -\frac{(v_0)^2}{2}$$

$$-2\,g\,h = -\frac{(v_0)^2}{2} - g\,H \Rightarrow \boxed{h = \frac{(v_0)^2}{4\,g} + \frac{H}{2}}$$

A profundidade de segurança é **p**, tal que:

$$p > h \Rightarrow \boxed{p > \frac{(v_0)^2}{4\,g} + \frac{H}{2}}$$

15. Aplicando-se o Teorema de Energia Cinética, temos:

$$\tau = \frac{mv^2}{2} - \frac{m(v_0)^2}{2} \Rightarrow -F\,d = -\frac{m(v_0)^2}{2}$$

Logo: $\boxed{F = \dfrac{m(v_0)^2}{2\,d}}$

Freada sem os equipamentos de segurança:

$$F_1 = \frac{m(v_0)^2}{2 \cdot 5{,}0} \quad \text{(I)}$$

Freada com os equipamentos de segurança:

$$F_2 = \frac{m(v_0)^2}{2 \cdot 1000} \quad \text{(II)}$$

Dividindo-se (**I**) por (**II**), obtemos:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\dfrac{m(v_0)^2}{2 \cdot 5{,}0}}{\dfrac{m(v_0)^2}{2 \cdot 1000}} \Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{F_2} = 200}$$

16. A máxima velocidade é atingida em x = 8,0 m (força resultante nula).

Cálculo do trabalho de $\vec{F}_1$:

$$\tau_{\vec{F}_1} = 6{,}0 \cdot 40 + \frac{(40 + 20)\,2{,}0}{2} \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_1} = 300\ \text{J}}$$

Cálculo do trabalho de $\vec{F}_2$:

$$\tau_{\vec{F}_2} = 8{,}0\,(-20) \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_2} = -160\ \text{J}}$$

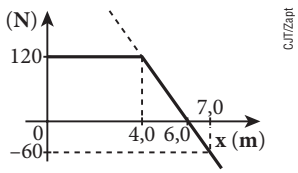
$$\tau_{total} = \tau_{\vec{F}_1} + \tau_{\vec{F}_2} = 300 - 160 \Rightarrow \boxed{\tau_{total} = 140\ \text{J}}$$

Cálculo da velocidade:

$$\tau_{total} = E_{C_8} - E_{C_0} \Rightarrow 140 = \frac{2{,}8\,(v_{máx})^2}{2}$$

Logo: $\boxed{v_{máx} = 10\ \text{m/s}}$

17. a)



b) Cálculo do trabalho: $\boxed{\tau]_0^7}$ = "área"

$$\tau]_0^7 = \frac{(6{,}0 + 4{,}0)\,120}{2} + \frac{1{,}0\,(-60)}{2}$$

Logo: $\boxed{\tau]_0^7 = 570\ \text{J}}$

Cálculo da velocidade:

Teorema da Energia Cinética:

$$\tau]_0^7 = E_{C_7} - E_{C_0} \Rightarrow 570 = \frac{10\,(v_7)^2}{2}$$

Logo: $\boxed{v_7 \cong 10{,}7\ \text{m/s}}$

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 196)

21. $Pot = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{mgH}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{m \cdot 10 \cdot 0{,}80}{1{,}0}$

Logo: $\boxed{m = 2{,}5\ kg}$

1,0 kg _____ 1,0 L

2,5 kg _____ V

Logo: $\boxed{V = 2{,}5\ L}$

22. a) $\tau = A_1 + A_2 \Rightarrow \tau = \frac{(10 + 5{,}0)20}{2} + 20 + 2{,}0\ (J)$

Logo: $\boxed{\tau = 5{,}5 \cdot 10^2\ J}$

b) $Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{\tau}{\frac{d}{v}}$

$Pot_m = \frac{5{,}5 \cdot 10^2 \cdot 4{,}0}{20}(W)$

Logo: $\boxed{Pot_m = 1{,}1 \cdot 10^2\ W}$

23. A potência elétrica disponibilizada em cada unidade geradora é calculada fazendo-se:

$Pot_m = \frac{12\,600\ MW}{18} = 700\ MW = 7{,}0 \cdot 10^8\ W$

Sendo $\mu = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$; $Z = 7{,}0 \cdot 10^2\ m^3/s$; $g = 10\ m/s^2$, calculemos o desnível **h**.

$Pot_m = \mu Z g h \Rightarrow 7{,}0 \cdot 10^8 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 7{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10\,h$

Logo: $\boxed{h = 100\ m}$

24. a) MRU: $F = P \Rightarrow \boxed{F = 300\ N}$

b) $Pot = F v \Rightarrow Pot = 300 \cdot 0{,}50\ (W) \Rightarrow \boxed{Pot = 150\ W}$

25. 1) MRU: $F_r = P$ V $F_r = m g$

Como $g = 9{,}8\ m/s^2$ (valor normal), tem-se $m = 100\ kg$; logo:

$F_r = 100 \cdot 9{,}8\ (N) \Rightarrow \boxed{F_r = 980\ N}$

2) $Pot = F_r\ v\ \cos\theta$; $(\theta = 180° \text{ e } \cos\theta = -1)$

$Pot = 980 \cdot 5{,}0\ (-1)$

$\boxed{Pot = -4900\ W = -4{,}9\ kW}$

A alternativa ***b*** é a correta.

26. MRU: $F = F_r \Rightarrow F = k v^2$

$Pot = F v = k v^2 v \Rightarrow \boxed{Pot = k v^3}$

$\left.\begin{array}{l} P_A = k v_A^3 \Rightarrow 30 = k (140)^3 \\ P_B = k v_B^3 \Rightarrow P_B = k(280)^3 \end{array}\right\} \frac{P_B}{30} = \left(\frac{280}{140}\right)^3$

Logo: $\boxed{P_B = 240\ HP}$

27. $Pot = F v \Rightarrow Pot = 20 \cdot 2\ kt \Rightarrow \boxed{Pot = 40\ kt}\ (SI)$

Em $t = 1\ s$, $Pot = 200\ W$.

Logo: $200 = 40\ k \cdot 1 \Rightarrow \boxed{k = 5}$

28. $\eta = \frac{Pot_u}{Pot_r} \Rightarrow 0{,}80 = \frac{4{,}0}{Pot_r}$

Logo: $\boxed{Pot_r = 5{,}0\ kW = 5{,}0 \cdot 10^3\ W}$

$Pot_r = \mu\ Z\ g\ h$

$5{,}0 \cdot 10^3 = 1{,}0 \cdot 10^3\ Z \cdot 10 \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{Z = 0{,}25\ m^3/s}$

A alternativa ***d*** é a correta.

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 197)

1. O carro é acelerado pelas forças de atrito estático que as rodas de tração recebem da pista. São esses esforços externos que possibilitam a arrancada do veículo, fazendo a intensidade de sua velocidade crescer de 0 a 100 km/h em 3 s.

Por outro lado, as forças responsáveis pela variação da energia cinética são internas ao sistema, isto é, provenientes dos mecanismos do próprio carro.

É importante salientar que as forças motrizes de atrito estático que os pneus recebem da pista não realizam trabalho, já que não deslocam seu ponto de aplicação (não há derrapagens).

Um argumento convincente que corrobora com essa explicação baseia-se no fato de a estrada não transferir energia às rodas de tração do veículo. A energia vem do combustível e as forças internas dos mecanismos do automóvel convertem essa energia em energia cinética.

SUBSÍDIOS AO *INTERSABERES* (p. 198)

Falar sobre matrizes energéticas é falar de sustentabilidade, meio ambiente – seres vivos, biomas e poluição; tecnologia, Geografia e História. Por isso, entendemos que esta é uma grande oportunidade para um trabalho interdisciplinar, que pode fomentar, além de um saudável e construtivo debate com os alunos, a participação de professores de outras áreas das Ciências da natureza e das Ciências humanas.

Apresentamos a seguir um texto que pode ser explorado com a turma no trabalho com esta seção.

Potência em um captador eólico

Um dos problemas que mais colocam em xeque o futuro da humanidade e que está desafiando toda a comunidade científica é o efeito estufa. Medições sistemáticas de temperatura indicam que o planeta está ficando cada vez mais quente, prevendo-se para o final

deste século temperaturas médias cerca de 4 °C maiores que as atuais. Isso será nefasto em muitas regiões da Terra, já que provocará o extermínio de várias espécies vegetais e animais e o derretimento dos gelos polares. Dessa forma, haverá elevação do nível dos oceanos com consequente invasão de áreas litorâneas.

O efeito estufa é causado pelo excesso de gás carbônico (CO_2), metano (CH_4) e outros gases lançados na atmosfera. Esses gases permitem a entrada de luz solar, mas dificultam a saída da energia radiante em forma de calor (radiação na faixa do infravermelho) produzida na superfície terrestre. Com isso, graças a essa retenção térmica, as temperaturas tendem a se elevar, catalisando desequilíbrios ecológicos que poderão colocar em risco a vida sustentável como um todo.

O CO_2 é produzido em queimadas florestais, emissões industriais, produção de energia em usinas termelétricas, veículos movidos a derivados do petróleo etc.

O desafio está, portanto, em encontrar maneiras de reduzir essas emissões gasosas, o que poderá retardar as consequências catastróficas desse ciclo de destruição. Uma das alternativas modernas para a geração de energia elétrica limpa – que não contribui para o aumento do efeito estufa – são os captadores eólicos.

Para uma avaliação preliminar da potência eólica média ($\mathbf{Pot}_m$), disponível em um captador instalado em um determinado local, é necessário conhecer a densidade do ar (μ), a intensidade da velocidade do vento ($\mathbf{v}$) e a área ($\mathbf{A}$) do círculo varrido pelas hélices do dispositivo.

O valor de $\mathbf{Pot}_m$ é determinado pelo quociente entre o trabalho motor τ que o vento realiza sobre as hélices do captador e o intervalo de tempo correspondente $\Delta\mathbf{t}$.

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

Pelo teorema da energia cinética, entretanto, o trabalho motor τ que uma massa $\mathbf{m}$ de ar realiza sobre as hélices do captador é igual ao valor absoluto da energia cinética perdida por essa massa ao incidir sobre o sistema.

$$\text{Logo: } Pot_m = \frac{m\,v^2}{2\,\Delta t} \Rightarrow Pot_m = \frac{\mu\ Vol\ v^2}{2\,\Delta t}$$

em que **Vol** é o volume de ar que se projeta contra as hélices do captador durante o intervalo de tempo $\mathbf{\Delta t}$.

Sendo $Vol = A\,\Delta x$, de modo que Δx corresponda ao deslocamento da massa de ar $\mathbf{m}$ que incide sobre as hélices no mesmo intervalo de tempo $\Delta\mathbf{t}$, tem-se:

$$Pot_m = \frac{\mu\ A\ \Delta x\ v^2}{2\,\Delta t}$$

Lembrando que $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$, temos:

$$Pot_m = \frac{\mu\ A\ v\ v^2}{2} \Rightarrow \boxed{Pot_m = \frac{\mu\ A\ v^3}{2}}$$

É necessário ressaltar que $\mathbf{Pot}_m$ varia com o cubo de $\mathbf{v}$. Isso significa que, dobrando-se $\mathbf{v}$, $\mathbf{Pot}_m$ octuplica.

Compreensão, pesquisa e debate

1. Argumentos a favor:

A – A hidreletricidade é uma forma de energia limpa e renovável. Limpa, por não depender da queima de combustíveis fósseis (carvão mineral e derivados de petróleo) e, por isso, produzir níveis mínimos de gases que aumentam o efeito estufa; e renovável, por depender exclusivamente do regime local de chuvas, que sempre irá ocorrer.

B – É uma modalidade barata de energia que envolve tecnologias relativamente simples.

C – Não há risco de contaminação radiativa, própria das usinas nucleares.

D – Baseia-se em uma forma de energia preexistente: a energia mecânica – potencial de gravidade – inerente às águas armazenadas em reservatórios.

E – Por meio do monitoramento das aberturas das comportas, é possível regular a vazão do rio, reduzindo a possibilidade de enchentes.

F – As hidrelétricas, agregadas à construção de eclusas, podem contribuir para melhorar as condições de navegabilidade do rio.

Argumentos contra:

A – Implicam a formação de grandes reservatórios – lagos – que submergem ecossistemas e biomas, desalojando, na maioria dos casos, populações inteiras, que têm sensivelmente afetados seus hábitos culturais.

B – Por submergirem terras que têm vocação para determinadas modalidades agropecuárias, provocam alterações na economia local.

C – A vegetação submersa pelas represas se decompõe, produzindo gás metano, que é um dos principais poluentes que agravam o efeito estufa.

D – Os reservatórios geralmente alteram o microclima local, influindo no padrão de umidade relativa do ar e no regime de chuvas.

E – Em alguns casos, é necessário mudar o curso natural do rio, o que pode prejudicar ecossistemas.

F – Há riscos de rompimento de paredes para contenção de água e barragens, o que pode levar a um devastador transbordamento do reservatório.

G – Como as usinas hidrelétricas situam-se geralmente longe dos centros consumidores, há necessidade de extensas linhas de transmissão de energia, o que acarreta custos, vulnerabilidade do sistema e enormes perdas por efeito Joule (aquecimento dos condutores) ao longo do caminho.

2. A vegetação submersa pelas represas se decompõe, produzindo gás metano, que é um dos principais poluentes que agravam o efeito estufa. No entanto, esse fator é considerado de menor importância no impacto total provocado pela instalação.

3. Leia, a seguir, um trecho de reportagem publicada pela revista *Nova Escola*:

Entenda a matriz energética brasileira

Quase todos os dias, os jornais estampam notícias sobre a necessidade de mudar a matriz energética mundial, combater o uso indiscriminado de combustíveis fósseis e utilizar fontes de energia renováveis e menos poluentes. As mudanças climáticas, também causadas pela emissão dos gases poluentes oriundos da produção de energia, e a necessidade econômica e estratégica de depender menos do petróleo e de outros combustíveis fósseis são razões para isso. Não é à toa que entre essas notícias há tantas sobre o Brasil. Nesse assunto, o país possui trunfos importantes e muitos desafios.

A matriz energética brasileira, um conjunto de fontes de energia ofertadas no país, é das mais limpas do planeta. Quase metade da energia (45%) consumida aqui é renovável, ou seja, proveniente de recursos capazes de se refazer em um curto prazo. [...]

Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/geografia/pratica-pedagogica/energia-brasil-pais-presente-matriz-energetica-586688.shtml?page=0>. Acesso em: 29 abr. 2016.

Acesse a íntegra da reportagem nessa mesma página. No contexto do **Intersaberes** e da reportagem recomendada, cabe a seguinte definição:

Energia renovável: "Proveniente de recursos capazes de se refazer em um curto prazo".

Exemplos: energia solar, energia hídrica (das águas), energia eólica (dos ventos), energia geotérmica (dos vapores de água existentes no subsolo), energia dos diversos tipos de biomassa (álcool, biodiesel etc.), energia maremotriz (dos mares), entre outras.

4. Por utilizarem em suas matrizes energéticas uma grande variedade de combustíveis fósseis (carvão mineral e derivados de petróleo), os países a seguir e a União Europeia lideram o *ranking* dos maiores poluidores do planeta:

Posição	País	Quantidade de poluição (milhões de toneladas)	Participação mundial (em % do total)
1º	China	10 684,29	22,44
2º	Estados Unidos	5 822,87	12,23
3º	União Europeia	4 122,64	8,66
4º	Índia	2 887,08	6,06
5º	Rússia	2 254,47	4,73

Fonte: CAIT Explorador de dados climáticos (dados de 2012).

O Brasil, considerado hoje a 6ª maior economia do planeta, apareceu nesse *ranking* em 7º lugar, com 1 823,15 milhão de toneladas, ou 3,83% de participação mundial.

5. No médio prazo, a utilização de veículos elétricos ou movidos a combustíveis limpos, propulsionados, portanto, de forma sustentável, sairá do âmbito experimental para abranger grande parte da frota circulante.

Haverá uma otimização nas maneiras de captação e distribuição das energias fotovoltaica, eólica, geotérmica e maremotriz, consideradas formas limpas e renováveis de energia.

O Brasil, por exemplo, é um dos países com maior potencial para captação de energia eólica do mundo, seja por sua extensão territorial ou pela intensidade e regularidade de seus ventos.

Mas a grande fonte de energia do futuro será, indiscutivelmente, **o átomo**. Até lá, porém, deverão ser implementadas formas seguras de obtenção da energia nuclear, com mínima exposição do ser humano à radiação e com dejetos controlados e devidamente descartados no meio ambiente.

CAPÍTULO 11

ENERGIA MECÂNICA E SUA CONSERVAÇÃO

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, exploramos a grandeza mais importante da Física: a energia.

É interessante iniciar a explanação abordando em linhas gerais as principais modalidades de energia – térmica, luminosa, elétrica, mecânica, química, atômica etc. – e concluindo que todas são manifestações do mesmo ente físico. Desse contexto amplo, sugerimos destacar, então, a energia mecânica e algumas situações em que ela se prenuncia.

Produz-se, assim, um ambiente profícuo para se discutir macroscopicamente alguns problemas energéticos do planeta, como a crescente demanda global de energia, fontes de energia disponíveis – sendo o Sol a mais importante –, fontes de energia limpa, isto é, que não contribuem para o aumento do efeito estufa etc. Fontes alternativas eficazes e o celeiro energético do futuro – o átomo – são assuntos que também merecem análise.

Salientemos que toda a Física se fundamenta no princípio geral de conservação da energia. Por isso, esse conceito deve ser trabalhado em profundidade para consolidar a concepção de que a energia não pode ser criada nem destruída, mas apenas transformada de uma em outras modalidades.

O Princípio da Conservação da Energia aplicado a sistemas mecânicos é o ponto alto deste capítulo, devendo receber o respaldo de exemplos contextuais e aplicações de fixação. Nesses casos, aumentos de energia cinética implicam reduções de mesmo valor absoluto de energia potencial e vice-versa. Recomendamos resolver o maior número de questões, enfatizando aquelas que agregam o conceito de força centrípeta.

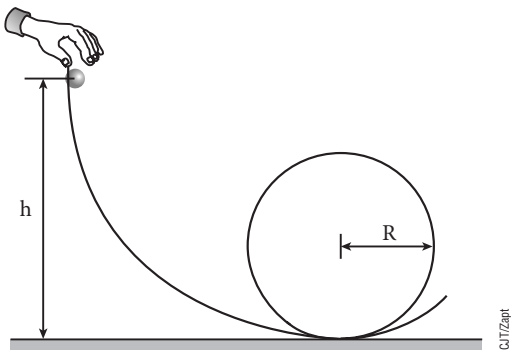
O QUE NÃO PODE FALTAR

1. Princípio da conservação – Intercâmbios energéticos
2. Unidades de energia
3. Energia cinética
4. Energia potencial
▶ Atividades
5. Cálculo da energia mecânica
7. Princípio da Conservação da Energia Mecânica
▶ Atividades

ALGO MAIS

A verificação experimental da condição de mínima altura de partida para que uma pequena esfera abandonada do repouso realize um *loop* circular contido em um plano vertical pode ser uma atividade interessante e motivadora.

Para isso, utilizando uma calha flexível ou algo similar, construa um laço circular como o representado na figura a seguir. Esse laço deverá permanecer de pé, verticalmente. Há, inclusive, brinquedos vendidos no comércio que podem ser adaptados para esse fim.



Soltando a esfera de alturas sucessivamente maiores a partir do nível superior do laço, é possível obter o valor "crítico" de **h** além do qual esse corpo realiza o *loop* no plano vertical sem se destacar da calha. Sendo **R** o raio do laço, pode-se verificar que o mínimo valor de **h** que possibilita o percurso completo da trajetória é um pouco maior que $\frac{3R}{2}$, haja vista a presença de atritos e da resistência do ar.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 208)

4. $v = 10\,800\ \frac{km}{h} = \frac{10\,800}{3,6}\ \frac{m}{s}$

Logo: $\boxed{v = 3,0 \cdot 10^3\ m/s}$

$E_c = \frac{m\,v^2}{2} \Rightarrow E_c = \frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot (3,0 \cdot 10^3)^2}{2}$

Logo: $\boxed{E_c = 4,5 \cdot 10^{11}\ J}$

5. Estimando em 3,5 m o desnível entre dois andares consecutivos, o acréscimo de elevação sofrido pelo sistema ($\Delta\mathbf{h}$) fica determinado fazendo-se:

$\Delta h = 4 \cdot 3,5\ (m) \Rightarrow \boxed{\Delta h = 14\ m}$

$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h \Rightarrow \Delta E_p = 2,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 14\ (J)$

Logo: $\boxed{\Delta E_p = 2,8 \cdot 10^5\ J}$

O fator 2,8 não excede $\sqrt{10} \cong 3,16$. Por isso a ordem de grandeza de ΔE_p é 10^5 J.

6. **1º caso**: $E_0 = \frac{m(v_0)^2}{2}$;

2º caso: $v = v_0 + 0{,}20\, v_0 \Rightarrow v = 1{,}2\, v_0$

Logo: $E = \frac{m\, v^2}{2} = \frac{m(1{,}2\, v_0)^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow E = 1{,}44\, \frac{m(v_0)^2}{2}$

Comparando **E** com $\mathbf{E_0}$, conclui-se que: $\boxed{E = 1{,}44\, E_0}$

O aumento de 20% na velocidade implica um aumento de 44% na energia cinética.

A alternativa ***b*** é a correta.

7. $v = 72\, \frac{km}{h} = \frac{72}{3{,}6}\, \frac{m}{s} = 20\, \frac{m}{s}$

$E_c = \frac{m\, v^2}{2} \Rightarrow E_c = \frac{0{,}40(20)^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_c = 80\ J}$

$E_p = m\, g\, h \Rightarrow E_p = 0{,}40 \cdot 10 \cdot 10\ (J) \Rightarrow \boxed{E_p = 40\ J}$

8. $E_c = \frac{m\, v^2}{2}$

$E_A = \frac{m\, v^2}{2}$; $E_B = \frac{\frac{m}{2}(2v)^2}{2} = 2\frac{m\, v^2}{2}$

$E_C = \frac{2m\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2} = \frac{1}{2}\, \frac{m\, v^2}{2}$

Comparando-se os resultados, conclui-se:

$\boxed{E_B = 2E_A = 4E_C}$

A alternativa ***c*** é a correta.

9. a) $F = K\, \Delta x$ (**Lei de Hooke**)

$500 = K \cdot 0{,}10 \Rightarrow \boxed{K = 5{,}0 \cdot 10^3\ N/m}$

b) $F = K\, \Delta x$

$F = 5{,}0 \cdot 10^3 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-2}\ (N) \Rightarrow \boxed{F = 300\ N}$

c) $E_e = \frac{K \cdot (\Delta x)^2}{2}$

$E_e = \frac{5{,}0 \cdot 10^3 \cdot (4{,}0 \cdot 10^{-2})^2}{2}\ (J) \Rightarrow \boxed{E_e = 4{,}0\ J}$

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 215)

15. a) $E_m = \frac{m\,(v_0)^2}{2} = \frac{1{,}0\,(20)^2}{2}\ (J)$

Logo: $\boxed{E_m = 2{,}0 \cdot 10^2\ J}$

b) $E_c + E_p = E_m$

$3E_p + E_p = E_m \Rightarrow 4m\, g\, h = E_m \Rightarrow$

$\Rightarrow 4 \cdot 1{,}0 \cdot 10\, h = 2{,}0 \cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{h = 5{,}0\ m}$

16. a) $E_m = \frac{m\,(v_A)^2}{2} = \frac{0{,}40\,(10)^2}{2}\ (J)$

Logo: $\boxed{E_m = 20\ J}$

b) $\frac{m(v_B)^2}{2} + m\, g\, h_B = E_m$

$\frac{0{,}40\,(v_B)^2}{2} + 0{,}40 \cdot 10 \cdot 3{,}2 = 20 \Rightarrow 0{,}20\,(v_B)^2 = 7{,}2$

Logo: $\boxed{v_B = 6{,}0\ m/s}$

17. $E_{c_P} + E_{p_P} = E_{c_Q} + E_{p_Q}$

PHR em **P**:

$\frac{m(v_0)^2}{2} = m\, g\left(h_Q - h_P\right) \Rightarrow \frac{(v_0)^2}{2} = 10\,(8{,}0 - 4{,}8)$

Assim: $\boxed{v_0 = 8{,}0\ m/s}$

18. a) $\boxed{E_{P_B} = -m\, g\, h}$

b) $E_{c_B} + E_{p_B} = E_{c_A} + E_{p_A}$

PHR em **C**:

$\frac{m\,(v_B)^2}{2} - m\, g\, h = m\, g\, 3\, h \Rightarrow v_B = \sqrt{8\, g\, h}$

$E_{c_C} + E_{p_C} = E_{c_A} + E_{p_A}$

$\frac{m\,(v_C)^2}{2} = m\, g\, 3\, h \Rightarrow v_C = \sqrt{6\, g\, h}$

Logo: $\frac{v_B}{v_C} = \frac{\sqrt{8\, g\, h}}{\sqrt{6\, g\, h}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_B}{v_C} = \frac{2\sqrt{3}}{3}}$

19. a) $E_c = E_e \Rightarrow \frac{m\, v^2}{2} = \frac{K\,(\Delta x)^2}{2}$

$4{,}0\, v^2 = 3{,}6 \cdot 10^3\,(0{,}20)^2 \Rightarrow \boxed{v = 6{,}0\ m/s}$

b) $E_p = E_c \Rightarrow m\, g\, h = \frac{m\, v^2}{2}$

$10h = \frac{(6{,}0)^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 1{,}8\ m}$

20. a) $E_{m_B} + E_{m_{dissipada}} = E_{m_A}$

$E_{m_B} + 0{,}36\, E_{m_A} = E_{m_A} \Rightarrow E_{m_B} = 0{,}64\, E_{m_A} \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{m_B} = 0{,}64\, mgh_A \Rightarrow E_{m_B} = 0{,}64 \cdot 50{,}0 \cdot 10{,}0 \cdot 5{,}0\ (J)$

Logo: $\boxed{E_{m_B} = 1\,600\ J = 1{,}6\ kJ}$

b) $E_{m_C} = E_{m_B} \Rightarrow \frac{m(v_C)^2}{2} = E_{m_B}$

$\frac{50{,}0\,(v_C)^2}{2} = 1\,600 \Rightarrow \boxed{v_C = 8{,}0\ m/s}$

21. Ponto **O**:

$P = F_{cp} \Rightarrow m\,g = \frac{m(v_0)^2}{\frac{d}{2}} \Rightarrow (v_0)^2 = \frac{g\,d}{2}$ (I)

$E_{m_O} = E_{m_A}$ (referencial em **O**):

$\frac{m\,(v_0)^2}{2} = m\,g\,(h - d) \Rightarrow \frac{(v_0)^2}{2} = g\,(h - d)$ (II)

Substituindo (**I**) em (**II**):

$\frac{\frac{g\,d}{2}}{2} = g\,(h - d) \Rightarrow d = 4h - 4d \Rightarrow 5d = 4h$

Logo: $\boxed{\frac{d}{h} = \frac{4}{5}}$

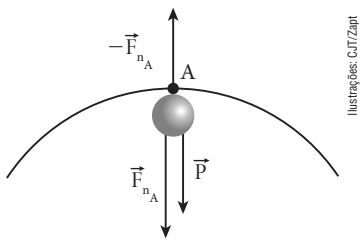
22. $E_{m_A} = E_{m_B} \Rightarrow \frac{m(v_A)^2}{2} - G\,\frac{M\,m}{R} = 0$

$v_A = \sqrt{\frac{2\,G\,M}{R}} = \sqrt{2\,R\,\frac{G\,M}{R^2}} = \sqrt{2\,R\,g_0}$

$v_A = \sqrt{2 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \cdot 10}$

Logo: $\boxed{v_A \cong 11{,}3 \cdot 10^3\ m/s \text{ ou } v_A \cong 11{,}3\ km/s}$

23. a) Para que a balança indique zero nos instantes em que a esfera passa no ponto **A**, a força de contato trocada entre ela e o aro nesse ponto deve ser vertical e de intensidade igual ao peso do aro.



Ilustrações: CJT/Zapt

$F_{n_A} = P_{aro} = M \cdot g$

$F_{n_A} = 3{,}0 \cdot 10\,(N) \Rightarrow \boxed{F_{n_A} = 30\ N}$

Ponto **A**: $F_{n_A} + P = F_{cp_A}$

$F_{n_A} + m\,g = \frac{m \cdot (v_A)^2}{R}$

$30 + 0{,}20 \cdot 10 = \frac{0{,}20\,(v_A)^2}{0{,}50}$

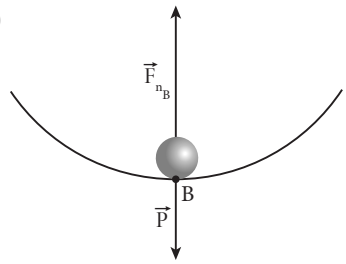
Logo: $(v_A)^2 = 80\,(m/s)^2$

Sistema conservativo:

$\frac{m\,(v_B)^2}{2} = \frac{m\,(v_A)^2}{2} + m\,g\,2R$

Assim: $(v_B)^2 = 80 + 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0{,}50 \Rightarrow \boxed{v_B = 10\ m/s}$

b)



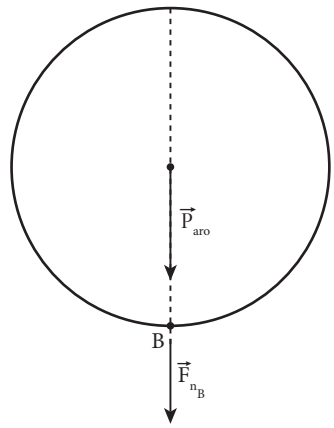
Ponto **B**: $F_{n_B} - P = F_{cp_B}$

$F_{n_B} - m\,g = \frac{m\,(v_B)^2}{R}$

$F_{n_B} - 0{,}20 \cdot 10 = \frac{0{,}20 \cdot (10)^2}{0{,}50}$

Logo: $\boxed{F_{n_B} = 42\ N}$

A indicação da balança nos instantes da passagem da esfera no ponto **B**, (I), corresponde à intensidade da força vertical total transmitida ao aparelho.



$I = P_{aro} + F_{n_B}$

$I = M\,g + F_{n_B}$

$I = 3{,}0 \cdot 10 + 42\,(N)$

$\boxed{I = 72\ N}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 216)

1. Para iniciar seus saltos, a tartaruga teve que interagir com a lona por meio de forças de ação e reação. As forças impulsivas que a lona aplicou no quelônio – forças externas – venceram sua inércia de repouso, imprimindo-lhe os lançamentos verticais. Essas forças, no entanto, foram difíceis de se obter devido às dificuldades encontradas pelo animal para exercer empurrões contra a lona. Deve-se notar que a anatomia da tartaruga, limitada pelo casco, não privilegia esses empurrões.

A energia mecânica verificada nos saltos foi proveniente da energia interna – química – da tartaruga. Essa energia transformou-se em energia elástica nas molas, que se converteu em energia cinética e potencial de gravidade.

Desprezando-se dissipações, em qualquer instante é constante a energia mecânica do conjunto tartaruga-cama elástica, que deve ser considerado um sistema conservativo.

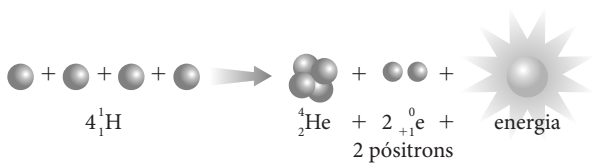
2. A energia química armazenada no explosivo transforma-se em energia mecânica nos fragmentos da granada. Há também produção de energia térmica, que aquece o ar, e de energia acústica associada ao ruído da explosão.

A energia total do sistema, que inclui o meio em que ocorre a explosão, permanece constante, valendo o Princípio da Conservação da Energia. A energia química liberada na detonação é igual à soma da energia mecânica adquirida pelos estilhaços com a energia térmica e a energia sonora verificados.

A granada não constitui, porém, um sistema mecânico conservativo, já que se nota um substancial aumento de energia mecânica no ato da explosão.

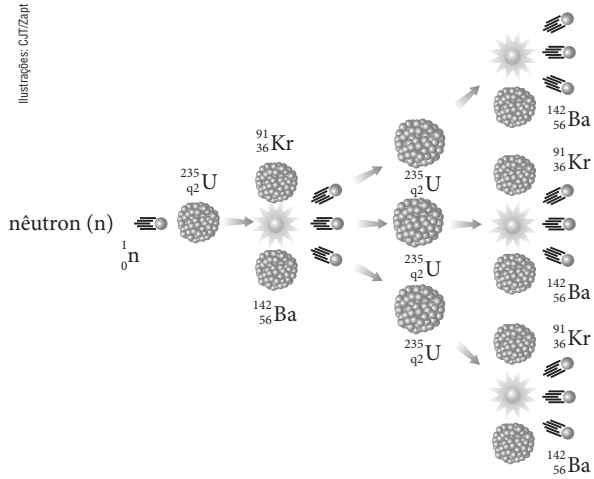
3. A principal fonte de energia da Terra é o Sol, que abastece o planeta ininterruptamente com $1{,}34\ J/(s \cdot m^2)$, o que equivale a: $1{,}92\ cal/(min \cdot cm^2)$.

A energia emanada das estrelas é proveniente de um processo contínuo de fusão nuclear em que átomos de hidrogênio se aglutinam para formar átomos de hélio. Isso é possível porque no interior desses astros são estabelecidas temperaturas altíssimas, o que libera a energia de ativação necessária a essa junção. No esquema a seguir, está representado o processo de fusão nuclear.



A fissão nuclear, por sua vez, consiste em bombardear núcleos de urânio – do isótopo U_{235} – com nêutrons, o que desintegra (divide) esses núcleos, produzindo-se átomos mais leves (de menor número atômico), como o bário. Nesse processo, pode ocorrer a desintegração de sucessivos núcleos de U_{235}, o que caracteriza uma reação em cadeia em que há liberação de grandes quantidades de energia. No esquema a seguir, está representado o processo de fissão nuclear.

Ilustrações: CJT/Zapt



A fissão nuclear possibilitou, a partir de 1945, a fabricação de bombas atômicas e a criação de usinas para produção de energia elétrica, essenciais em muitos países. Bombas de fusão nuclear também são viáveis e liberam quantidades de energia ainda maiores que as bombas atômicas. Elas requerem, porém, temperaturas muito elevadas para desencadear sua explosão. Por isso, as bombas de fusão nuclear utilizam bombas atômicas como estopim.

Ao que tudo indica, grande parte da energia do futuro será obtida a partir do átomo, provavelmente por processos de fusão nuclear. Essa previsão baseia-se no fato de a matéria-prima utilizada nesse processo – o hidrogênio – ser abundante na natureza, além de não haver exposição do meio ambiente aos perigos da contaminação radioativa.

Essa é uma questão inerente às instalações de fissão nuclear que contam com o agravante do lixo radioativo, que permanece ativo por mais de 100 mil anos. O problema técnico a ser resolvido nas usinas de fusão, contudo, está em como isolar termicamente os reatores que operam em temperaturas da ordem de milhares de graus Celsius.

4. O sistema é conservativo, devendo ocorrer conservação da energia mecânica total. Considerando-se o "infinito" como nível zero de energia potencial gravitacional e sendo $\mathbf{E}_c$ a energia cinética de lançamento do objeto, $\mathbf{E}_{pS}$ sua energia potencial gravitacional devida à presença do Sol

e $\mathbf{E}_{pT}$ a energia potencial gravitacional devida à presença da Terra, tem-se:

$$E_c + E_{pS} + E_{pT} = 0$$

$$\frac{m v_e^2}{2} - \frac{G M_S m}{d_S} - \frac{G M_T m}{d_T} = 0$$

em que **m** é a massa do objeto, $\mathbf{v}_e$ é a intensidade de sua velocidade de escape,

$G \cong 6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ é a Constante da Gravitação, $M_S \cong 329\,390\ M_T$ é a massa do Sol, $M_T \cong 5{,}983 \cdot 10^{24}$ kg é a massa da Terra, $d_S \cong 1{,}49 \cdot 10^{11}$ m é a distância média da Terra ao Sol e $R_T \cong 6{,}371 \cdot 10^6$ m é o raio da Terra.

Cancelando-se **m** e substituindo-se na equação da energia os valores numéricos citados acima, encontra-se: $\boxed{v_e \cong 43{,}5 \text{ km/s}}$

SUBSÍDIOS AO *INTERSABERES* (p. 217)

Até que ponto os princípios físicos devem ser encarados como dogmáticos, imunes a questionamentos e até mesmo a contestações?

O Princípio da Conservação da Energia, uma das mais sólidas convicções da Física, passou por momentos de fragilidade quando, no início do século passado, alguns cientistas duvidaram da extensão de sua viabilidade.

O Intersaberes *Salvo pelo neutrino* traz um interessante relato a esse respeito.

Compreensão, pesquisa e debate

1. O Princípio da Conservação da Energia tem ampla validade, sendo verificado em todos os processos naturais.
2. Essa questão pode ser respondida e discutida interdisciplinarmente, envolvendo-se o professor de Química.

   Transcrevemos a seguir um trecho do texto *O núcleo instável*, disponível no *site* da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

Marie Curie descobriu que havia **três tipos diferentes de radiação**, que foram designadas com as três primeiras letras do alfabeto grego: alfa, beta e gama. **As partículas alfa** contêm dois prótons e dois nêutrons, tal como o núcleo do átomo de hélio. Por isso, podem ser representadas pela designação $^4He^{2+}$, além do símbolo α. Essas partículas têm uma massa que é igual ao dobro da molécula do gás hidrogênio, e são as menos energéticas das radiações. Os **raios beta** são, na verdade, **elétrons** – uma partícula negativa, com uma massa 1/1 837 vezes menor que a do próton. É representada pela letra β. A **radiação gama** (γ), tal como os raios X, são formas da **radiação eletromagnética**, que é uma modalidade de energia quantizada em "pacotes" chamados **fótons**. A energia de um fóton é dada por **h**ν, onde **h** é a constante de Plank e ν é a frequência de seu movimento ondulatório. De acordo com a energia (frequência) de um fóton, ele pertence a uma das faixas do espectro eletromagnético, tal como a das micro-ondas, ondas de rádio, ondas de TV, infravermelho, luz visível, ultravioleta, raios X ou raios γ. Quanto maior for a frequência, maior será a energia do fóton; os raios γ são a forma mais energética, e as faixas de radiação utilizadas em estações AM estão dentre as mais baixas. Um núcleo instável pode, no processo de decaimento, emitir ambos os tipos de radiação.

Disponível em: <http://www.qmc.ufsc.br/qmcweb/artigos/nuclear/introducao.html>. Acesso em: 8 mar. 2010.

A física polonesa Marie Skodowska Curie é uma famosa personagem da história da ciência. Foi a primeira mulher a ganhar um Prêmio Nobel, conseguindo se destacar como pesquisadora em uma época em que as universidades eram um domínio masculino. Mas qual, afinal, foi sua contribuição importante à ciência? Podemos dizer que, com a colaboração de seu marido, o francês Pierre Curie (1859-1906), ela "inventou" a radioatividade e descobriu novos elementos radioativos – o tório, o polônio e o rádio. Foi apenas a partir do seu trabalho que surgiu um enorme interesse pelos fenômenos radioativos e que essa área começou a se desenvolver de fato.

Costuma-se dizer que a radioatividade foi descoberta pelo físico francês Henri Becquerel (1852-1908) em 1896. No entanto, somente dois anos depois, em 1898, o fenômeno da radioatividade foi percebido como algo totalmente novo, graças às pesquisas de Marie Curie e de Pierre Curie.

CAPÍTULO 12

QUANTIDADE DE MOVIMENTO E SUA CONSERVAÇÃO

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, abrangemos um vasto conteúdo da Dinâmica, iniciando pela apresentação dos conceitos de impulso e quantidade de movimento e terminando com um estudo de colisões mecânicas e centro de massa.

Na primeira parte, definimos impulso e quantidade de movimento como grandezas vetoriais que requerem tratamento em módulo, direção e sentido nos fenômenos em que comparecem. Apresentamos também o cálculo gráfico do valor algébrico do impulso em diagramas *força* × *tempo*, além do teorema do impulso, versão ampliada do Princípio Fundamental da Dinâmica (2ª Lei de Newton).

O Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento é o tema central da segunda parte. A compreensão desse conceito requer, como temos verificado em sala de aula, muitos exemplos ilustrativos.

Advertimos para o fato de que a devida introjeção dos princípios de conservação – da energia e da quantidade de movimento – é essencial para um melhor entendimento de muitos fenômenos físicos.

Neste ponto da matéria, são imprescindíveis atividades, já que a grande diversidade de contextos nelas existentes possibilita delinear os limites epistemológicos de aplicação dessas leis fundamentais.

É necessário distinguir, no entanto, sistema conservativo de sistema isolado, uma vez que a conservação de energia mecânica, que ocorre nos primeiros, não implica a conservação de quantidade de movimento, inerente aos segundos, e vice-versa.

Recomendamos que a terceira parte, que trata de colisões mecânicas, seja abordada com atenção, porque esse é um tema que permite trabalhar em boa medida a noção de conservação da quantidade de movimento em sistemas isolados de forças externas.

O QUE NÃO PODE FALTAR

1. Impulso de uma força constante
2. Quantidade de movimento
3. Teorema do impulso

▶ Atividades

5. Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento

▶ Atividades

6. Estudo das colisões mecânicas

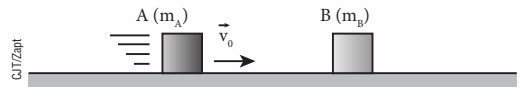
▶ Atividades

ALGO MAIS

Apresentamos a seguir o texto *Máximas transferências*, que pode ser trabalhado com os estudantes se houver possibilidade.

Máximas transferências

Consideremos a situação representada a seguir em que dois blocos, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a $\mathbf{m}_A$ e $\mathbf{m}_B$, apoiados num plano horizontal sem atrito, irão sofrer uma colisão unidimensional perfeitamente elástica. O bloco **A** é lançado contra o bloco **B**, inicialmente em repouso, com velocidade de intensidade $\mathbf{v}_0$. A resistência do ar e as dimensões dos blocos serão consideradas desprezíveis.



Determinemos, inicialmente, as expressões das velocidades escalares $\mathbf{v}_A$ e $\mathbf{v}_B$ adquiridas, respectivamente, por **A** e **B** após a colisão.

Como o choque é admitido perfeitamente elástico (e = 1,0), tem-se:

$$e = \frac{v_{af}}{v_{ap}} \Rightarrow 1{,}0 = \frac{v_B - v_A}{v_0}$$

Assim: $v_B - v_A = v_0 \Rightarrow v_B = v_0 + v_A$ (I)

Impondo-se a conservação da quantidade de movimento total do sistema, temos:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow m_A v_A + m_B v_B = m_A v_0 \quad \text{(II)}$$

Substituindo (**I**) em (**II**):

$$m_A v_A + m_B(v_0 + v_A) = m_A v_0$$

$$m_A v_A + m_B v_0 + m_B v_A = m_A v_0$$

Logo: $\boxed{v_A = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) v_0}$

Substituindo o valor de $\mathbf{v}_A$ em (**I**), segue que:

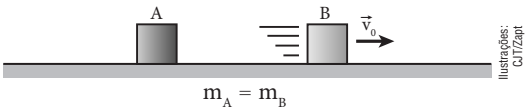
$$v_B = v_0 + \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) v_0$$

$$\boxed{v_B = \left(1 + \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) v_0}$$

Máxima transferência de energia cinética

Ocorre se $m_A = m_B$. Nesse caso, os blocos trocam de velocidades, isto é, **A** para ($v_A = 0$) e **B** adquire velocidade final igual à inicial de **A** ($v_B = v_0$). As expressões de $\mathbf{v}_A$ e $\mathbf{v}_B$ permitem verificar o exposto. Nessa situação, a energia cinética inicial de **A** é integralmente transferida para **B**.

A configuração dos blocos imediatamente após a colisão está representada a seguir.

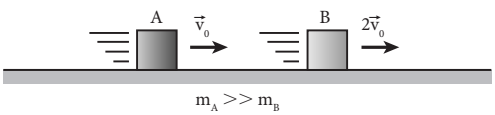


Ilustrações: CJT/Zapt

Máxima transferência de velocidade

Ocorre se $m_A >> m_B$. Nesse caso o bloco **A** mantém sua velocidade praticamente inalterada ($v_A \cong v_0$). O bloco **B**, por sua vez, adquire uma velocidade final de intensidade próxima do dobro da velocidade inicial de **A** ($v_B \cong 2v_0$). As expressões de $\mathbf{v}_A$ e $\mathbf{v}_B$ permitem verificar o exposto. Nessa situação, acontece a maior transferência de velocidade de **A** para **B**.

A configuração dos blocos imediatamente após a colisão está representada a seguir.



Máxima transferência de quantidade de movimento

Ocorre se $m_A << m_B$.

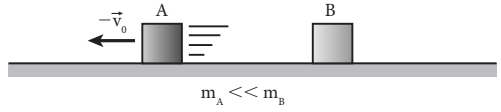
Nesse caso, o bloco **A** inverte o sentido de seu movimento, adquirindo velocidade final de intensidade próxima à de sua velocidade inicial ($v_A \cong -v_0$). O bloco **B**, por sua vez, permanece praticamente em repouso ($v_B \cong 0$). As expressões de $\mathbf{v}_A$ e $\mathbf{v}_B$ permitem verificar o exposto.

A situação final descrita pode ser justificada com base no fato de que o sistema é isolado de forças externas, devendo ocorrer conservação da quantidade de movimento total.

$$\Delta\vec{Q}_{total} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{Q}_A + \Delta\vec{Q}_B = \vec{0}$$

Para que haja máxima transferência de quantidade de movimento de **A** para **B**, a parcela $\Delta\vec{Q}_A$ deve ser mínima na soma vetorial acima e $\Delta\vec{Q}_B$, máxima, o que se verifica quando $\Delta\vec{Q}_A = -2\,m_A\vec{v}_A$ e $\Delta\vec{Q}_B = \vec{0}$.

A configuração dos blocos imediatamente após a colisão está representada a seguir.



RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS (P. 223)

4. Se o movimento da formiga é uniforme (velocidade escalar constante), sua energia cinética permanece constante.
À medida que a formiga se eleva em relação ao solo, sua energia potencial de gravidade cresce proporcionalmente à altura atingida.
A quantidade de movimento da formiga é variável, pois, embora tenha módulo constante, muda de direção ao longo da trajetória.
A energia mecânica total da formiga cresce, já que a energia potencial de gravidade cresce e a energia cinética é constante.
Trata-se de um sistema não conservativo, muito embora também seja não dissipativo.
A alternativa ***c*** é a correta.

5. a) Leoa: MU $\Rightarrow s = s_0 + vt$
$s_L = 8{,}0\,t$ (SI)
Zebra: MUV $\Rightarrow s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$
$s_Z = 20 + 1{,}0t^2$ (SI)
No encontro: $s_Z = s_L$
$20 + 1{,}0\,t^2 = 8{,}0\,t \Rightarrow 1{,}0\,t^2 - 8{,}0\,t + 20 = 0$
$\Delta = 64 - 80;\ \Delta < 0$
Assim, a equação não tem solução real.
Logo: A leoa não consegue êxito em ataque.

b) No instante $\mathbf{t}_1$ em que a distância entre a leoa e a zebra é mínima, os dois animais têm velocidades iguais.
$v_Z = v_L \Rightarrow 2{,}0\,t_1 = 8{,}0 \Rightarrow t_1 = 4{,}0$ s
Em $t_1 = 4{,}0$ s:
$s_L = 8{,}0 \cdot 4{,}0 = 32$ m
$s_Z = 20 + 1{,}0\,(4{,}0)^2 = 36$ m
Logo: $d_{mín} = s_Z - s_L \Rightarrow d_{mín} = 36 - 32$ (m)
Portanto: $\boxed{d_{mín} = 4{,}0\ m}$

c) $\vec{Q}_{Z,L} = \vec{Q}_Z - \vec{Q}_L$
Como os vetores têm a mesma direção e o mesmo sentido, a equação vetorial pode ser escrita algebricamente:
$Q_{Z,L} = Q_Z - Q_L \Rightarrow Q_{Z,L} = m_Z v_Z - m_L v_L$
Assim: $Q_{Z,L} = (200 - 120)\,8{,}0\ kg\frac{m}{s}$
Logo: $\boxed{Q_{Z,L} = 640\ kg \cdot \frac{m}{s}}$

6. $I\Big]_0^2 = A_1 = \dfrac{(6{,}0 + 2{,}0)\,2{,}0}{2} = 8{,}0\ N \cdot s$

$I\Big]_0^2 = m\,v_2 - m\,v_0 \Rightarrow 8{,}0 = 2{,}0v_2$

Logo: $\boxed{v_2 = 4{,}0\ m/s}$

$I\Big]_2^4 = A_2 = \dfrac{2{,}0 \cdot 6{,}0}{2} = 6{,}0\ N \cdot s$

$I\Big]_2^4 = m\,v_4 - m\,v_2 \Rightarrow 6{,}0 = 2{,}0v_4 - 2{,}0 \cdot 4{,}0$

Logo: $\boxed{v_4 = 7{,}0\ m/s}$

$I\Big]_4^6 = A_3 = \dfrac{2{,}0\,(-6{,}0)}{2} = -6{,}0\ N \cdot s$

$I\Big]_4^6 = m\,v_6 - m\,v_4 \Rightarrow -6{,}0 = 2{,}0v_6 - 2{,}0 \cdot 7{,}0$

Logo: $\boxed{v_6 = 4{,}0\ m/s}$

7. a) I = "área"

$I = \dfrac{(8{,}0 + 1{,}0)10^{-2} \cdot 4{,}0 \cdot 10^2}{2}\ (N \cdot S)$

$\boxed{I = 18\ N \cdot s}$

Teorema do impulso: $\Delta\vec{Q} = \vec{I}$

$Q - Q_0 = I \Rightarrow \boxed{Q = 18\ kg \cdot \dfrac{m}{s}}$

b) Teorema da energia cinética:

$\tau = \dfrac{Q^2}{2\,m} - \dfrac{(Q_0)^2}{2\,m} \Rightarrow \tau = \dfrac{(18)^2}{2 \cdot 0{,}45}\ (J)$

Logo: $\boxed{\tau = 3{,}6 \cdot 10^2\ J}$

8. a) $P = mg \Rightarrow 2{,}0 \cdot 10^{-2} = m \cdot 10$

Assim: $m = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ kg \Rightarrow \boxed{m = 2{,}0\ g}$

b) Cálculo da velocidade de saída do solo:

$E_c = E_p \Rightarrow \dfrac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

Logo: $v = \sqrt{2 \cdot 10{,}0 \cdot 0{,}2}\ m/s \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0\ m/s}$

Cálculo do impulso de **F**:

$I_F \overset{n}{=} (\text{área})_{F \times t} = \dfrac{0{,}5F_{máx}}{2} \Rightarrow \boxed{I_F = \dfrac{F_{máx}}{4}}$

Teorema do Impulso:

$\vec{I}_{total} = m\vec{v} - m\vec{v}_0 \Rightarrow I_F - I_P = mv$

$\dfrac{F_{máx}}{4} - 2{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}5 = 2{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}0$

Logo: $\boxed{F_{máx} = 5{,}6 \cdot 10^{-2}\ N}$

9. Teorema do impulso:

$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{F}_m \cdot \Delta t = m\,\vec{v}_2 - m\,\vec{v}_1$

$\vec{F}_n\,\Delta t = m\,(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

Como o movimento da bola ocorre exclusivamente em uma única direção (horizontal), a equação acima pode ser reduzida a uma equação algébrica, a exemplo do que fazemos a seguir:

$F_m \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-2} = 40 \cdot 10^{-3}\,[8{,}0 - (-12)]$

$F_m \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-2} = 40 \cdot 10^{-3} \cdot 20$

Logo: $\boxed{F_m = 40\ N}$

10. a) $|\vec{v}| = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}20} \Rightarrow |\vec{v}| = 2{,}0\ m/s$

Assim: $|\Delta\vec{v}| = 2{,}0 + 2{,}0 \Rightarrow |\Delta\vec{v}| = 4{,}0\ m/s$

$|\vec{I}| = |\Delta\vec{Q}| \Rightarrow |\vec{F}|\,\Delta t = m\,|\Delta\vec{v}|$

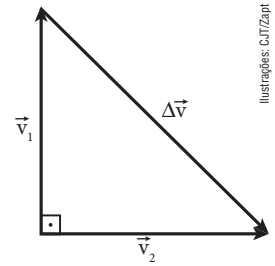
Logo: $|\vec{F}|\,2{,}0 \cdot 10^{-2} = 2{,}0 \cdot 4{,}0 \Rightarrow \boxed{|\vec{F}| = 4{,}0 \cdot 10^2\ N}$

b) Como não há dissipação de energia mecânica, temos: $\boxed{h = 20\ cm}$

11. $\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{I} = m\,\Delta\vec{v} \Rightarrow$

$\Rightarrow |\vec{I}| = m \cdot |\Delta\vec{v}|$

$\boxed{(\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1)}$



Ilustrações: CJT/Zapt

Teorema de Pitágoras:

$|\Delta\vec{v}|^2 = (15)^2 + (20)^2$

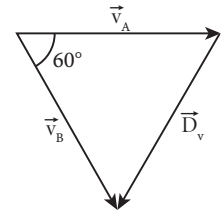
$\boxed{|\Delta\vec{v}| = 25\ m/s}$

$|\vec{I}| = 8{,}0 \cdot 10^2 \cdot 25\ (N \cdot s)$

$\boxed{|\vec{I}| = 2{,}0 \cdot 10^4\ N \cdot s}$

12. a) MU: $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{90}{3{,}6} = \dfrac{500}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 20\ s}$

b) $\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{F}\,\Delta t = m\,\Delta\vec{v}$



$|\vec{F}| = \dfrac{m\,|\Delta v|}{\Delta t}$

O triângulo ao lado é **equilátero**, logo:

$|\Delta\vec{v}| = |\vec{v}_A| = |\vec{v}_B| = 25\ m/s$

Assim:

$|\vec{F}| = \dfrac{1\,000 \cdot 25}{20}\ (N) \Rightarrow \boxed{|\vec{F}| = 1250\ N}$

13. a) $|\vec{I}| = m|\Delta\vec{v}| \Rightarrow |\vec{F}| \cdot \Delta t = m\,|\Delta\vec{v}|$

$5{,}0 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-2} = 0{,}50\,|\Delta\vec{v}|$

$|\Delta\vec{v}| = 100\ m/s$

$|\Delta\vec{v}|^2 = |\vec{v}_i|^2 + |\vec{v}_f|^2 \Rightarrow (100)^2 = (80)^2 + |\vec{v}_f|^2$

Logo: $\boxed{|\vec{v}_f| = 60\ m/s}$

b) $E_{dis} = E_{c_i} - E_{c_f} = \dfrac{0{,}50}{2}\,[(80)^2 - (60)^2]$

Assim: $\boxed{E_{dis} = 7{,}0 \cdot 10^2\ J}$

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 226)

Analisando o experimento

1. O sal de frutas é constituído basicamente por ácido anidro extraído de frutas, como uvas, laranjas, limões, dentre outros cítricos, mais sais, como o carbonato de sódio e o bicarbonato de sódio. Esses sais, em contato com água, produzem ácido carbônico que se transforma em gás carbônico mais água.

2. Essencialmente, energia química produzida na reação do sal de frutas hidratado transforma-se em energia mecânica (cinética) no conjunto "canhão-projétil".

3. O gás carbônico produzido na reação do sal de frutas com água aumenta significativamente a pressão no interior do tubo fotográfico. Quando essa pressão supera a pressão atmosférica externa mais a pressão exercida pelas forças de fechamento da tampa, ocorre a "explosão" e a tampa é ejetada.

4. A rigor, não, já que há intervenção de forças de atrito entre a placa de isopor e a água.

5. A velocidade mais intensa é a do "projétil" (tampa do tubo de filme fotográfico) porque sua massa é menor que a do "canhão" (tubo de filme fotográfico mais a placa de isopor).

6. A quantidade de movimento final do sistema é praticamente nula, como ocorria imediatamente antes da "explosão". O experimento permite inferir que há conservação da quantidade de movimento total do sistema nesse tipo de situação.

7. Por exemplo, o disparo de qualquer arma de fogo, de pequeno ou grande porte, implica conservação da quantidade de movimento total do sistema. Com a arma e o projétil inicialmente em repouso, fazendo-se o disparo, ocorre o recuo da arma, isto é, o projétil, de menor massa, é expelido em alta velocidade em um determinado sentido e a arma, de maior massa, adquire movimento em sentido oposto ao do projétil, com velocidade de menor intensidade que a deste.

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 229)

Analisando o experimento

1. Desprezando-se os atritos, o sistema carrinho-bexiga é isolado de forças externas, devendo ocorrer conservação da quantidade de movimento total. Inicialmente, com o sistema em repouso, a quantidade de movimento total é igual a zero, assim devendo permanecer durante toda a ejeção do ar contido no balão. Dessa forma, com o ar sendo expelido em um determinado sentido, o carrinho adquire movimento em sentido oposto com o objetivo de manter a quantidade de movimento total do sistema permanentemente nula.

2. Sim. A contração da bexiga pelas forças elásticas da borracha faz com que partículas do ar interno sejam ejetadas violentamente para trás. Essas partículas reagem em sentido oposto no sistema carrinho-bexiga, provocando sua propulsão.

3. Para dar respaldo argumentativo a essa questão, lançamos mão de uma interessante reportagem publicada no *site Inovação Tecnológica*:

[...]

Motores espaciais

Enquanto não aprendemos a manipular a teia do espaço-tempo, continuamos a fazer avanços importantes nos motores das naves espaciais. Já conseguimos construir motores de foguetes com controle da queima de combustíveis líquidos. Mais promissores ainda são os motores iônicos, planejados há décadas, mas só agora sendo utilizados em missões reais. Ainda assim, continuamos falando de missões apenas no interior do nosso Sistema Solar, com voos durando décadas e dependendo de trajetórias bem definidas, que aproveitam a aceleração dos campos gravitacionais dos planetas que vão ficando pelo caminho.

Propulsão a *laser*

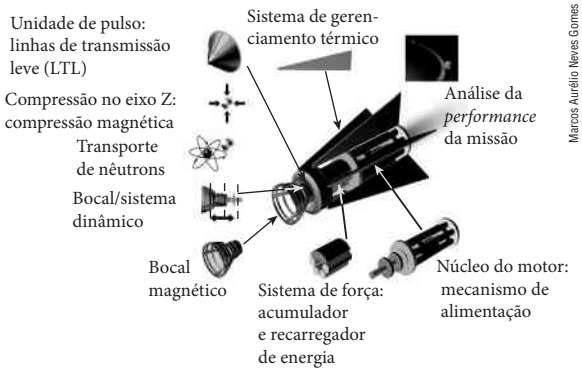
A conclusão é óbvia: se quisermos dar início a uma exploração espacial realmente em larga escala, precisamos de novas tecnologias. Há inúmeras propostas, todas elas dentro de nossa capacidade de entendimento das teorias, mas igualmente todas ainda longe das possibilidades técnicas de nossa engenharia. Dentre essas novas formas de propulsão, têm merecido destaque aquelas que defendem a utilização de naves alimentadas pela energia de um poderosíssimo raio *laser,* disparado da Terra – a chamada propulsão a *laser.*

Ainda estaríamos ligados umbilicalmente à Terra natal mas, em comparação com as naves e sondas atuais, seria como sairmos de um andador de criança para um carro último tipo. Teríamos uma capacidade de navegação pelo Sistema Solar que faria delirar os cientistas e viabilizaria pesquisas hoje inimagináveis. E poderíamos realmente chegar a outras estrelas, ainda que com naves não tripuladas.

Propulsão híbrida *laser*-atômica

Agora há outra alternativa, com um potencial aparentemente superior. Os pesquisadores Dana Andrews e Roger Lenard desenvolveram o conceito de um novo tipo de propulsão chamado de MiniMag, a sigla de *Miniature Magnetic Orion*. O projeto Orion original desenvolveu a ideia de uma nave espacial impulsionada por sucessivas detonações nucleares.

Os pesquisadores juntaram essa ideia com a teoria da propulsão a *laser*, criando um tipo de propulsão híbrida que, segundo eles, poderá viabilizar a exploração interestelar em curto prazo e sem depender de novas descobertas científicas disruptivas, que possam trazer para a realidade a utilização de outros caminhos, como as fendas espaciais e os voos de dobra.



Marcos Aurélio Neves Gomes

Combustível disparado por *laser*

A espaçonave teria um motor atômico mas precisaria levar apenas uma pequena quantidade de combustível nuclear. O restante do combustível seria arremessado até ela na forma de minúsculas partículas carregadas pelo feixe de raio *laser*. As sondas espaciais Voyager também possuem motores atômicos, mas a nova proposta fala de um tipo de motor atômico totalmente novo, no qual as detonações aconteceriam no interior de um reator de compressão magnética. Ainda não temos tecnologia para construir um reator assim, mas as experiências que os cientistas fizeram na Máquina Z comprovam que o conceito é viável.

Reator atômico com compressão magnética

A tecnologia de compressão magnética reduziria drasticamente o tamanho da nave, tanto em relação à nave prevista pelo projeto Orion original, quanto em relação à propulsão a *laser* original. As pequenas partículas de combustível seriam comprimidas no interior do campo magnético até atingir uma altíssima densidade, quando então seriam detonadas. O plasma resultante da explosão seria dirigido para o exterior por um bocal também magnético, gerando o empuxo que poderia levar a espaçonave às estrelas.

10% da velocidade da luz

Segundo os pesquisadores, uma espaçonave assim seria capaz de atingir 10% da velocidade da luz. O suficiente para revolucionar a exploração de nosso Sistema Solar e de suas vizinhanças e até mesmo para atingir as estrelas mais próximas. Com a vantagem de que se baseia nos conhecimentos da Física atual, não dependendo de nenhuma revolução do conhecimento. Eles acreditam que a tecnologia necessária para viabilizar sua ideia poderá estar ao nosso alcance ainda neste século.

Matusalém

Mas, como todos os bons visionários, eles não param na fronteira do possível. Estimando os avanços na biologia e na medicina, que farão com que o homem tenha um tempo de vida muito superior ao atual, segundo eles, é concebível popular a galáxia em ciclos de expansão de 60 a 90 anos-luz.

Se ficarmos apenas com a nave que eles propõem construir, viajando a 10% da velocidade da luz, isso equivale a dizer que as tripulações e os colonizadores das galáxias viajando a bordo dessas espaçonaves de conquista de novos planetas deveriam superar Matusalém e viverem mais de 900 anos. Mas eles não têm pressa, e afirmam que isso poderá acontecer dentro de quatro ou cinco mil anos.

Disponível em: <http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=010130070903>. Acesso em: 11 abr. 2016.

---

4. Grande parte das motos aquáticas utiliza um sistema turbojato que absorve água pela frente e ejeta o líquido violentamente para trás. Com isso, dá-se a propulsão, em obediência ao Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento e à Lei da Ação e Reação.

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}}$$

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 231)

17. $\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow \vec{Q}_A + \vec{Q}_P = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A = -\vec{Q}_P$

$m_A v_A = m_P v_P \Rightarrow m_A \frac{D}{T} = m_P v_P$

Assim: $70 \cdot \frac{120}{T} = 0{,}10 \cdot 560$

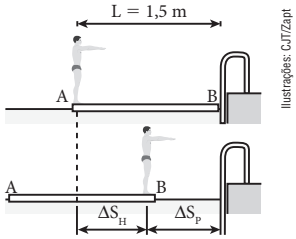
Logo: $\boxed{T = 150\ s = 2\ min\ 30\ s}$

18. a) O sistema é **isolado de forças externas**; logo:

$\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow \vec{Q}_H + \vec{Q}_P = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_H = -\vec{Q}_P$

Em módulo: $Q_H = Q_P \Rightarrow \boxed{\frac{Q_H}{Q_P} = 1}$

b)



Ilustrações: CJT/Zapt

Da figura: $\Delta S_H + \Delta S_p = L$

$\Delta S_H + \Delta S_p = 1,5$ (I)

Por outro lado: $m_H v_H = m_p v_P$

$$m_H \frac{\Delta S_H}{\Delta t} = m_p \frac{\Delta S_P}{\Delta t} \Rightarrow 60\,\Delta S_H = 120\,\Delta S_P$$

Logo: $\Delta S_H = 2\,\Delta S_p$ (II)

Substituindo (**II**) em (**I**), temos:

$2\,\Delta S_p + \Delta S_p = 1,5 \Rightarrow \Delta S_p = 0,50$ m

Logo: $\boxed{x = \Delta S_p = 0,50 \text{ m}}$

c) O deslocamento do homem em relação à escada é:

$\Delta S_H = 2\,\Delta S_p = 2 \cdot 0,50$ m $\Rightarrow \Delta S_H = 1,0$ m

$$v_{H,E} = \frac{\Delta S_H}{\Delta t} = \frac{1,0 \text{ m}}{2,0 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{v_{H,E} = 0,50 \text{ m/s}}$$

Em relação à prancha, o homem desloca-se de **A** para **B**, percorrendo 1,5 m.

$$v_{H,P} = \frac{AB}{\Delta t} = \frac{1,5 \text{ m}}{2,0 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{v_{H,p} = 0,75 \text{ m/s}}$$

19. Explosão:

Sistema isolado de forças externas.

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$M \cdot 8,0 \cdot 10^3 + 2\,M\,v_B = 3 \cdot M \cdot 2,0 \cdot 10^3$

$\boxed{v_B = -1,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}}$

20. a) $\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow 2,0 \cdot 32 + 1,0\,v_B = 3,0 \cdot 20$

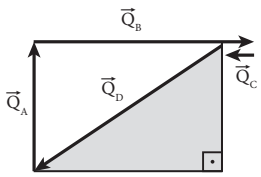
Logo: $\boxed{v_B = -4,0 \text{ m/s}}$ (movimento para cima)

b) $\Delta E = E_{c_f} - E_{c_i}$

$$\Delta E = \left[\frac{2,0\,(32)^2}{2} + \frac{1,0\,(4,0)^2}{2}\right] - \frac{3,0\,(2,0)^2}{2}$$

Assim: $\boxed{\Delta E = 432 \text{ J}}$

21.



$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

Assim: $\vec{Q}_A + \vec{Q}_B + \vec{Q}_C + \vec{Q}_D = \vec{0}$

$Q_A = m_A v_A = 3,0 \cdot 100 = 300 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$

$Q_B = m_B v_B = 2,5 \cdot 200 = 500 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$

$Q_C = m_C v_C = 2,0 \cdot 50 = 100 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$

Teorema de Pitágoras:

$(Q_D)^2 = (Q_B - Q_C)^2 + Q_A{}^2 \Rightarrow (Q_D)^2 = (400)^2 + (300)^2$

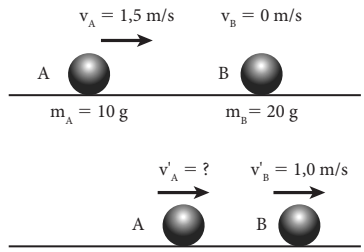
Logo: $Q_D = 500 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$

$m_D v_D = Q_D \Rightarrow 4,0\,v_D = 500 \Rightarrow \boxed{v_D = 125 \text{ m/s}}$

A alternativa ***a*** é a correta.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 237)

26.



$Q_{após} = Q_{antes}$ (Sistema Isolado)

$m_A v'_A + m_B v'_B = m_A v_A + m_B v_B$

$10 v'_A + 20 \cdot 1,0 = 10 \cdot 1,5$

$v'_A + 2,0 = 1,5 \Rightarrow \boxed{v'_A = -0,50 \text{m/s}}$

Logo: $|v'_A| = 0,50$m/s

O sinal (−) significa que, após a colisão, a bolinha **A** se move para a esquerda.

27. (**I**) **Incorreta.**

O choque foi totalmente inelástico e houve conservação da quantidade de movimento total do sistema.

(**II**) **Correta.**

$\vec{Q}_i = \vec{Q}_f \Rightarrow Mv_0 = (M + m)\,v$

$1\,000\,v_0 = (1\,000 + 800)\,54 \Rightarrow \boxed{v_0 = 97,2 \text{ km/h}}$

(**III**) **Correta.**

Teorema do impulso ao carro de 800 kg:

$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow I = mv \Rightarrow I = 800 \cdot \frac{54}{3,6}$ (N · s)

Logo: $\boxed{I = 1,2 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{s}}$

(**IV**) **Incorreta.**

$F\Delta t = I \Rightarrow F \cdot 0,10 = 1,2 \cdot 10^4 \Rightarrow \boxed{F = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N}}$

A alternativa ***b*** é a correta.

28. a) **Colisão**: Sistema isolado de forças externas

$\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \xrightarrow{\text{Algebricamente}} 3\,M\,v = M\,40 + 2\,M\,(-5{,}0)$

Da qual: $\boxed{v = 10\ cm/s}$

b) **Conjunto A-B**: (Teorema do Impulso)

$\vec{I}_{AB} = \Delta\vec{Q}_{AB} \Rightarrow I_{AB} = 2\,M\,(v - v_0)$

Assim: $I_{AB} = 2 \cdot 15\,[\,10 - (-5{,}0)\,]10^{-2}$

Logo: $\boxed{I_{AB} = 4{,}5\ N \cdot s}$

29. **1ª Colisão entre A e B:**

$2\,M\,v_A + M\,v_B = 2\,M\,9{,}0$

$2v_A + v_B = 18 \quad (I)$

$e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 1{,}0 = \dfrac{v_B - v_A}{9{,}0}$

$v_B - v_A = 9{,}0 \quad (II)$

Fazendo (**II**) − (**I**), temos: $3\,v_A = 9{,}0$

Logo: $\boxed{v_A = 3{,}0\ m/s}$ e $\boxed{v_B = 12\ m/s}$

Colisão entre B e C:

Como o choque é unidimensional e elástico entre massas iguais, os blocos trocam de velocidade.

Logo: $\boxed{v_B' = 0}$ e $\boxed{v_C = 12\ m/s}$

2ª Colisão entre A e B:

$2M\,v_A' + M\,v_B'' = 2M\,3{,}0$

$2v_A' + v_B'' = 6{,}0 \quad (III)$

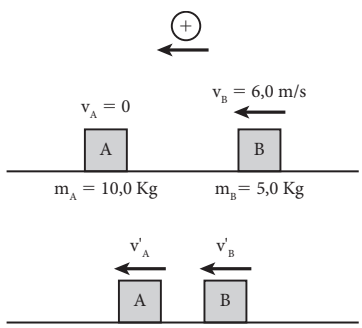
$e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 1{,}0 = \dfrac{v_B'' - v_A'}{3{,}0}$

Logo: $v_B'' - v_A' = 3{,}0 \quad (IV)$

Fazendo (**III**) − (**IV**), temos: $3v_A' = 3{,}0$

Logo: $\boxed{v_A' = 1{,}0\ m/s}$ e $\boxed{v_B'' = 4{,}0\ m/s}$

30.



Ilustrações: CJT/Zapt

1) Conservação da quantidade de movimento do ato da colisão

$Q_f = Q_0 \Rightarrow m_A v'_A + m_B v'_B = m_B v_B$

Assim: $10{,}0 \cdot v'_A + 5{,}0\,v'_B = 30{,}0$

Logo: $2{,}0\,v'_A + v'_B = 6{,}0 \quad (I)$

2) $v_{r_{af}} = v_{r_{ap}} \Rightarrow v'_A - v'_B = 6{,}0 \quad (II)$

Fazendo (**I**) + (**II**), temos: $3{,}0v'_A = 12{,}0$

$\boxed{v'_A = 4{,}0\ m/s}$

Em (**II**): $4{,}0 - v'_B = 6{,}0 \Rightarrow \boxed{v'_B = -2{,}0\ m/s}$

3) Tempo gasto para **B** chegar ao muro (MU):

$\Delta s = vt \Rightarrow 10{,}0 = 2{,}0t \Rightarrow \boxed{t = 5{,}0\ s}$

4) Movimento relativo entre **A** e **B**:

$\Delta s_{rel} = v_{rel}\,t \Rightarrow d_{AB} = 6{,}0 \cdot 5{,}0\ (m)$

Logo: $\boxed{d_{AB} = 30{,}0\ m}$

31. a) $\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow (M + m)v_2 = m\,v_1$

$(1\,980 + 20)\,v_2 = 20 \cdot 200 \Rightarrow \boxed{v_2 = 2{,}0\ m/s}$

b) Subida do sistema após a colisão:

$E_{m_f} = E_{m_i} \Rightarrow (M + m)\,g\,h = \dfrac{(M + m)\,v_2^2}{2}$

Logo: $10 \cdot h = \dfrac{(2{,}0)^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 0{,}20\ m = 20\ cm}$

32. As forças de repulsão eletrostática trocadas entre as duas partículas **1** e **2** (cargas de mesmo sinal se repelem) são internas ao sistema e não afetam a quantidade de movimento total, que vai se manter constante antes e depois da colisão.

$e = \dfrac{v_{af}}{v_{ap}} \Rightarrow 1{,}0 = \dfrac{v''_2 - v'_1}{12{,}0 \cdot 10^4}$

$v'_2 - v'_1 = 12{,}0 \cdot 10^4$

$-v'_2 + v'_1 = -12{,}0 \cdot 10^4 \quad (I)$

$\vec{Q}_f = \vec{Q}_i$

$2mv'_1 + mv'_2 = 2m(6{,}0 \cdot 10^4) + m(-6{,}0 \cdot 10^4)$

$2v'_1 + v'_2 = 6{,}0 \cdot 10^4 \quad (II)$

Fazendo (I) + (II), temos: $3v'_1 = -6{,}0 \cdot 10^4$

$\boxed{v'_1 = -2{,}0 \cdot 10^4\ m/s}$

A partícula **1** inverte o sentido do seu movimento.

De (**II**): $2(-2{,}0 \cdot 10^4) + v'_2 = 6{,}0 \cdot 10^4$

Logo: $\boxed{v'_2 = 10{,}0 \cdot 10^4\ m/s}$

33. a) Se a direção OP forma 45° com as direções dos movimentos iniciais do automóvel e do caminhão, temos:

$Q_A = Q_B \Rightarrow M \cdot v_A = 4\,M \cdot 30{,}0 \Rightarrow \boxed{v_A = 120\ km/h}$

A afirmação do motorista do automóvel é **falsa**.

b) Considerando a conservação da quantidade de movimento na direção do movimento inicial do automóvel, temos:

$5\,M \cdot v \cdot \cos 45° = M \cdot 120 \Rightarrow \boxed{v \cong 33{,}9\ km/h}$

34. 1) Para a esfera **A**:

$\boxed{E_f = E_i}$ (referência no solo)

$m_A g H = \frac{m_A (v_A)^2}{2} \Rightarrow v_A = \sqrt{2gH}$

Assim: $v_A = \sqrt{2 \cdot 10{,}0 \cdot 0{,}80} \Rightarrow \boxed{v_A = 4{,}0\ m/s}$

2) Para a esfera **B**:

$\boxed{E_f = E_i}$ (referência no solo)

$E'_{cB} + m_B g H = \frac{m_B (v_B)^2}{2}$

$240 + 10{,}0 \cdot 10{,}0 \cdot 0{,}80 = \frac{10{,}0}{2} (v_B)^2$

$(v_B)^2 = 64{,}0 \Rightarrow \boxed{v_B = 8{,}0\ m/s}$

3) Conservação da quantidade de movimento no ato da colisão: $Q_f = Q_i$

$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_0$

$5{,}0 \cdot 4{,}0 + 10{,}0 \cdot 8{,}0 = 5{,}0 \cdot v_0 \Rightarrow \boxed{v_0 = 20{,}0\ m/s}$

4) $e = \frac{v_{r_{af}}}{v_{r_{ap}}} = \frac{v_B - v_A}{v_0} \Rightarrow e = \frac{8{,}0 - 4{,}0}{20{,}0}$

Logo: $\boxed{e = 0{,}20}$

35. 1) A compressão será máxima quando os blocos tiverem velocidades iguais.

2) Conservação da quantidade de movimento (sistema isolado).

$Q_f = Q_i$

$(m_1 + m_2)v = m_1 v_1 + m_2 v_2$

$6{,}0v = 2{,}0 \cdot 7{,}0 + 4{,}0 \cdot 4{,}0$

$6{,}0v = 30{,}0 \Rightarrow \boxed{v = 5{,}0\ m/s}$

3) Conservação da energia mecânica: $E_f = E_0$

$$\frac{k\, x_{máx}^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = \frac{m_1 (v_1)^2}{2} + \frac{m_2 (v_2)^2}{2}$$

$$\frac{300}{2} x_{máx}^2 + \frac{6{,}0}{2} \cdot 25{,}0 = \frac{2{,}0}{2} \cdot 49{,}0 + \frac{4{,}0}{2} \cdot 16{,}0$$

$150\, x_{máx}^2 + 75{,}0 = 49{,}0 + 32{,}0$

$x_{máx}^2 = 0{,}040 \Rightarrow \boxed{x_{máx} = 0{,}20\ m}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 239)

1. O deslocamento poderia ocorrer arremessando-se o bloco de gelo vigorosamente na direção horizontal, em sentido oposto ao do movimento pretendido. A conservação da quantidade de movimento do sistema seria verificada nessa situação, já que a resultante das forças externas no ato do lançamento é praticamente igual a zero (a superfície do lago é plana e horizontal e os atritos foram desprezados). Por isso, lançando-se o bloco de gelo horizontalmente em um determinado sentido, seu corpo seria impulsionado em sentido contrário, permitindo que você se deslocasse em linha reta sobre a superfície congelada até atingir a borda almejada do lago. As velocidades, no entanto, teriam intensidades inversamente proporcionais às respectivas massas. De fato:

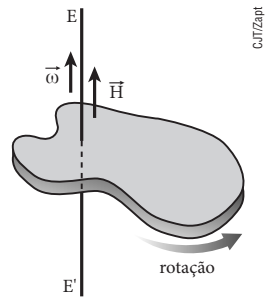
$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_1 = -\vec{Q}_2$

Em módulo: $Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2$

Da qual: $\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}}$

2. O momento angular ($\vec{H}$) é uma grandeza vetorial associada ao movimento de rotação de corpos extensos (isto é, de dimensões não desprezíveis) em torno de eixos predeterminados.

Apresentemos, inicialmente, de forma qualitativa e simplificada, a concepção de momento de inércia (**I**). Trata-se de uma grandeza escalar relacionada à dificuldade (inércia) que um determinado sólido opõe às mudanças de sua velocidade angular de rotação ($\vec{\omega}$) em torno de um eixo.



CJT/Zapt

Decorre desse conceito que, quanto mais distante de um determinado eixo de rotação se distribuir a massa de um sólido, maior será seu momento de inércia. Para uma distribuição de massas mais concentrada, isto é, mais próxima do eixo de rotação, o momento de inércia do corpo será menor.

Consideremos o sólido representado acima, admitido em rotação em torno de um eixo imaginário EE' com velocidade angular $\vec{\omega}$.

Por definição, o momento angular do sólido em relação ao eixo EE' é dado pelo produto:

$$\boxed{\vec{H} = I\,\vec{\omega}}$$

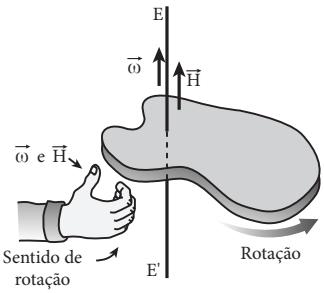
No **SI**, as unidades de medida das grandezas físicas citadas nessa expressão são:

- Momento de inércia (**I**): $kg \cdot m^2$
- Velocidade angular (ω): rad/s
- Momento angular (**H**): $kg \cdot m^2/s$

Observemos que a intensidade de $\vec{H}$ cresce com o valor de **I** e/ou com a intensidade de $\vec{\omega}$.

Tendo-se em conta que o momento de inércia **I** só apresenta valores positivos, uma vez que está relacionado com a massa do sistema, a orientação de $\vec{H}$ é a mesma de $\vec{\omega}$. A direção desses dois vetores coincide com a do eixo de rotação do sistema e o sentido é dado pelo polegar da mão direita quando se dispõem os outros quatro dedos dessa mão (indicador, médio, anelar e mínimo) de acordo com a rotação do sólido.

Na figura ao lado, ilustramos o exposto.



3. A explicação para a situação descrita baseia-se no princípio da conservação do momento angular, que diz:

> Se o torque externo sobre um sistema de partículas for nulo, conserva-se o momento angular total.

Ao abrir os braços você provocará um deslocamento de parte de sua massa para locais mais distantes do eixo de rotação. Com isso, haverá um aumento no momento de inércia do sistema com consequente diminuição da velocidade angular.

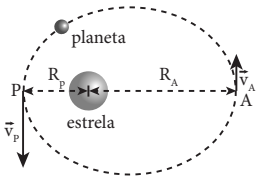
Esse comportamento da velocidade angular é obrigatório, já que, na ausência de torques externos, o momento angular total deve permanecer constante.

O oposto ocorreria com uma bailarina ao patinar sobre uma pista de gelo e executar rodopios em torno de um eixo vertical com os braços abertos na horizontal. Ela teria sua velocidade angular de rotação sensivelmente aumentada se comprimisse repentinamente os braços em X contra o tórax. Isso diminuiria seu momento de inércia, o que faria aumentar concomitantemente a intensidade de sua velocidade angular.

Nesse caso, também seria verificada a constância do momento angular, haja vista que o torque externo é praticamente nulo.

A 2ª Lei de Kepler (Lei das Áreas), apresentada no Capítulo **8**, traduz uma interessante aplicação do princípio da conservação do momento angular. Falar que o raio vetor de um planeta em relação ao centro de massa de uma estrela varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais equivale a dizer que, como o torque externo é nulo, conserva-se o momento angular total do sistema estrela-planeta.

Consideremos a situação esquematizada a seguir, em que um planeta descreve uma órbita elíptica em torno de uma estrela.



Ilustrações: CJT/Zapt

Ilustração com elementos sem proporção entre si.

Sejam **m** a massa do planeta e $\mathbf{v}_P$ e $\mathbf{v}_A$ as intensidades de sua velocidade de translação nos pontos **P** (periélio) e **A** (afélio). Sejam, ainda, $\mathbf{R}_P$ e $\mathbf{R}_A$ as distâncias do planeta ao centro de massa da estrela nos pontos **P** e **A**, respectivamente.

Como o momento angular deve se conservar, apresentando a mesma intensidade no periélio e no afélio, podemos escrever que:

$$H_P = H_A \Rightarrow I_P\omega_P = I_A\omega_A \quad (I)$$

Na situação em estudo, o planeta pode ser assimilado a um ponto material. Por isso, seus momentos de inércia em **P** e **A** ficam determinados, respectivamente, por: $I_P = m(R_P)^2$ e $I_A = m(R_A)^2$.

Os módulos das velocidades angulares em **P** e **A**, por sua vez, ficam expressos fazendo-se:

$$\omega_P = \frac{v_P}{R_P} \text{ e } \omega_A = \frac{v_A}{R_A}$$

Substituindo em (**I**), temos:

$$m(R_P)^2 \frac{v_P}{R_P} = m(R_A)^2 \frac{v_A}{R_A} \Rightarrow R_P v_P = R_A v_A$$

Logo: $\boxed{\frac{v_P}{v_A} = \frac{R_A}{R_P}}$

É interessante notar que as intensidades das velocidades e as respectivas distâncias ao centro de massa da estrela estão na proporção inversa. Realmente, como se depreende da 2ª Lei de Kepler, no periélio (menor distância à estrela), a intensidade da velocidade orbital é máxima, enquanto no afélio (maior distância à estrela) é mínima.

4. Tendo-se em conta que o torque externo sobre o planeta deve ser admitido nulo, conserva-se o momento angular do sistema. O significativo "encolhimento" (redução de raio) imaginado na questão provocaria redução na intensidade do momento de inércia do planeta, já que sua massa teria uma distribuição mais próxima do eixo de rotação. Com isso, aumentaria a velocidade angular da Terra, com consequente redução no período de rotação. Dessa forma, a duração dos dias terrestres ficaria menor que as atuais 24 h.

UNIDADE 3

ESTÁTICA

CAPÍTULO 13

ESTÁTICA DOS SÓLIDOS

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Este capítulo trata de um assunto que contém inúmeras aplicações em nosso dia a dia, o que permite enriquecer a aula com muitos exemplos. Em geral, as atividades também abordam situações de utilidade prática. Algumas vezes, as questões são aparentemente paradoxais. Se o professor preferir, poderá explorar este capítulo em outro momento do curso, por exemplo, logo após o Capítulo **6**.

Neste estudo, pretendemos explorar a condição de equilíbrio de um corpo assimilável a um ponto material e aplicá-la ao caso do equilíbrio **estático** (corpo sem movimento de translação), além de estudar as condições de equilíbrio de translação e rotação de um corpo extenso sólido e aplicá-las ao caso do equilíbrio **estático** (corpo sem movimento de translação nem de rotação).

No cálculo do momento escalar de uma força, é comum o estudante se equivocar na determinação do braço da força em relação ao eixo de rotação. Por isso, é necessário enfatizar que o braço é a distância do eixo até a **linha de ação** da força, e não necessariamente do eixo ao ponto de aplicação dessa força.

Experimentos com um cabo de vassoura, por exemplo, suspenso pelo seu centro de gravidade e com cargas de massas conhecidas dependuradas em posições adequadas do cabo possibilitam confirmar a condição de equilíbrio de rotação. Isso também pode ser feito em uma gangorra. Nesses experimentos, é fundamental que os estudantes percebam que as cargas de um lado e do outro do ponto de suspensão não precisam ter a mesma massa para que o sistema esteja em equilíbrio de rotação. A primeira parte do **Faça você mesmo** também provocará tal constatação.

Uma porta comum (de dobradiças) entreaberta também pode ser útil. Dois estudantes, um do lado de fora de uma sala e o outro do lado de dentro, a distâncias bem diferentes do eixo das dobradiças, empurram a porta: um tentando fechá-la e o outro procurando impedir que isso aconteça. O estudante mais próximo do eixo vai perceber que precisa aplicar uma força bem mais intensa que a aplicada pelo seu colega para conseguir manter a porta em equilíbrio de rotação.

Recomendamos destacar a utilidade das alavancas, que facilitam sobremaneira a realização de várias tarefas, e sugerir aos estudantes a leitura do texto *Algumas alavancas nos seres vivos.*

O QUE NÃO PODE FALTAR

2. Estática do ponto material e estática do corpo extenso
3. Equilíbrio do ponto material
▶ Atividades
4. Equilíbrio do corpo extenso
5. Momento escalar de uma força em relação a um eixo
6. Condições de equilíbrio do corpo extenso
7. Alavancas
9. Equilíbrio de corpos apoiados
▶ Atividades

ALGO MAIS

Se possível, falar, por exemplo, da Terra, cujo movimento de rotação não é afetado pela força gravitacional que recebe do Sol para manter-se em órbita, já que a linha de ação dessa força passa pelo eixo de rotação e, portanto, não produz torque.

Pode-se sugerir aos estudantes uma pesquisa sobre um dos maravilhosos feitos de Arquimedes: a determinação do volume de uma esfera a partir de conceitos da Mecânica.

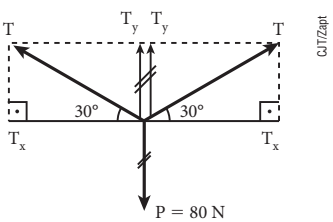
RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 244)

4. $2T_y = P$

$2T \operatorname{sen} 30° = P$

$2T \cdot \frac{1}{2} = 80$

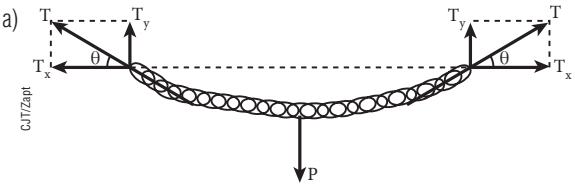
$\boxed{T = 80\ N}$



5. As outras duas forças têm de equilibrar o peso, que é vertical. Portanto, elas não podem ser ambas horizontais.

A alternativa ***d*** é a correta.

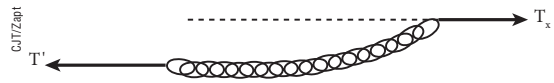
6. a)



$2T_y = P \Rightarrow 2T \operatorname{sen}\theta = P \Rightarrow 2T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 40$

Logo: $\boxed{T = 20\sqrt{2}\ N}$

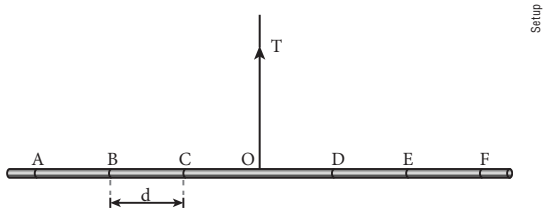
b) Em uma das metades da corrente, temos, na horizontal:



$T' = T_x = T\cos\theta = 20\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

Portanto: $\boxed{T' = 20\ N}$

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 245)



Analisando o experimento

1. **Em a)** 1 clipe em **D** e outro em **C**:
Fd e Fd $\Rightarrow$ Fd = Fd
Em b) 2 clipes em **D** e 1 clipe em **B**:
2 Fd e F · 2d $\Rightarrow$ 2 Fd = 2 Fd
Em c) 2 clipes em **E**, 1 clipe em **C** e 1 clipe em **A**:
2 Fd · 2d e Fd + F · 3d $\Rightarrow$ 4 Fd = 4 Fd
Em d) 2 clipes em **E** e 4 clipes em **C**:
2 Fd · 2d e 4 Fd $\Rightarrow$ 4 Fd = 4 Fd
Em e) 2 clipes em **E**, 2 clipes em **D** e 2 clipes em **A**:
2 F · 2d + 2 Fd e 2 F · 3d $\Rightarrow$ 6 Fd = 6 Fd

2. Sendo **x** a distância pedida, devemos ter:
3F · 3 cm + F · 8 cm = 2 F x $\Rightarrow$ x = 8,5 cm

3. A condição de equilíbrio de translação de um corpo – no caso, o canudo – é a nulidade da resultante das forças que nele atuam.
Então, temos:
Em a) T = F + F $\Rightarrow$ T = 2 F
Em b) T = 2 F + F $\Rightarrow$ T = 3 F
Em c) T = 2 F + F + F $\Rightarrow$ T = 4 F
Em d) T = 2 F + 4 F $\Rightarrow$ T = 6 F
Em e) T = 2 F + 2 F + 2 F $\Rightarrow$ T = 6 F
A igualdade dos pesos só aconteceu nas situações **a** e **c**.

4. Sendo **x** a distância do menino ao eixo da gangorra, o equilíbrio exige que:
24 · 2,5 = 30x $\Rightarrow$ x = 2,0 m
Portanto, a distância entre o menino e a menina é igual a 4,5 m.

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 253)

Analisando o experimento

1. Nos procedimentos **III** e **IV**, o estudante deve ter obtido valores de $\mathbf{x}_{CG}$ próximos de 13,5 cm e 10,5 cm, respectivamente.
Por meio da expressão fornecida para $\mathbf{x}_{CG}$, temos:
Em III: $m_1 = 3m, m_2 = 5m, x_1 = 6\,cm$ e $x_2 = 18\,cm$

$$x_{CG} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x_{CG} = \frac{3m \cdot 6\,cm + 5m \cdot 18\,cm}{8m} = 13{,}5\,cm$$

Em IV: $m_1 = 5m, m_2 = 3m, x_1 = 6\,cm$ e $x_2 = 18\,cm$

$$x_{CG} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x_{CG} = \frac{5m \cdot 6\,cm + 3m \cdot 18\,cm}{8m} = 10{,}5\,cm$$

Em cada caso, o valor medido e o calculado são iguais ou, pelo menos, aproximadamente iguais. Podem diferir um pouco por causa de erros experimentais e também porque o peso do canudo, embora pequeno, não é nulo.

2. A atividade foi proposta com o intento de determinar a abscissa do centro de gravidade dos dois conjuntos de clipes. Assim, foi preciso usar fieiras pesadas o suficiente para que o peso do canudo pudesse ser negligenciado.

3. O CG do conjunto constituído pelas duas fieiras de clipes é o ponto onde podemos considerar aplicado seu peso total, que é a resultante dos dois pesos.
Lembrando que o momento da força resultante de um sistema de forças é igual à soma dos

momentos das forças componentes, o momento do peso total, aplicado no CG, tem de ser igual à soma dos momentos dos pesos de cada fieira, aplicados em pontos situados nas verticais de abscissas $\mathbf{x}_1$ e $\mathbf{x}_2$.
Assim, em relação a O, por exemplo, temos:

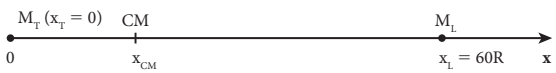
$M_{\text{Peso total}} = M_{\text{Peso da fieira em } x_1} + M_{\text{Peso da fieira em } x_2}$

$(m_1 + m_2)\, g\, x_{CG} = m_1\, g\, x_1 + m_2\, g\, x_2$

Como o valor de **g** é igual em todos os termos (campo gravitacional uniforme), ele pode ser cancelado e, com isso, obtemos:

$$x_{CG} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

4. A massa de cada um dos dois astros pode ser considerada em seus centros (modelo de ponto material). Sendo $\mathbf{M}_L$ a massa da Lua, a da Terra é $M_T = 81M_L$:



$$x_{CM} = \frac{M_T x_T + M_L x_L}{M_T + M_L} = \frac{81M_L \cdot 0 + M_L \cdot 60R}{81M_L + M_L}$$

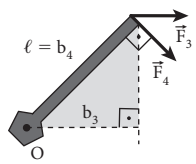
Logo: $x_{CM} \cong 0{,}7R$
Destaque-se que o CM do sistema Terra-Lua é interno à Terra.

5. Nos três casos, a vertical que passa pelo centro de gravidade CG tem de intersectar a agulha.
Na situação de estabilidade, o CG está abaixo da agulha, na de instabilidade está acima dela e, na indiferença, está nela. Acrescente-se que a situação de indiferença não é evidente quando a agulha está posicionada, mesmo que ligeiramente, fora do CG.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 257)

11. Os braços são distâncias do polo às linhas de ação das forças. Só a **01** está incorreta. Todas as demais afirmações estão corretas.
A soma é: (02 + 04 + 08 + 16 + 32) = 62

12. O braço máximo é igual a ℓ (hipotenusa do triângulo destacado). O braço $\mathbf{b}_3$ é o cateto do mesmo triângulo.
Portanto, $\vec{F}_4$ é mais eficiente para girar o parafuso no sentido **horário**.



13. Tomando os momentos em relação à origem **O**, em valor absoluto, e operando com as massas para evitar complicações desnecessárias, temos:

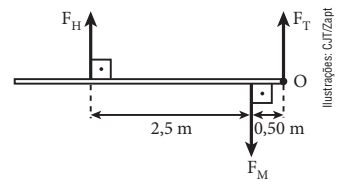
$1\,000\ g \cdot 20\ cm = 400\ g \cdot x \Rightarrow \boxed{x = 50\ cm}$

14. Forças na viga:
Em relação a **O**:

$F_H \cdot 3{,}0 = F_M \cdot 0{,}50$

$F_H \cdot 3{,}0 = 1\,800 \cdot 0{,}50$

$\boxed{F_H = 300\ N}$



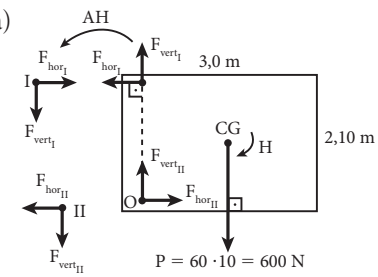
Ilustrações: CJT/Zapt

15. Em relação ao eixo do sistema, temos, em valor absoluto:

$F_R = M\, g\, r$

$F \cdot 40\ cm = 50 \cdot 10 \cdot 10\ cm \Rightarrow \boxed{F = 125\ N}$

16. a)



Em relação a **O**:

$\left|M_{F_{vert_I}}\right| = \left|M_{F_{vert_{II}}}\right| = \left|M_{F_{hor\,II}}\right| = 0$ (braços nulos)

$\left|M_{F_{hor_I}}\right| = \left|M_P\right|$

$F_{hor_I}\,(2{,}10 - 0{,}50) = 600(1{,}5 - 0{,}25)$

$F_{hor_I} \cdot 1{,}60 = 750 \Rightarrow \boxed{F_{hor_I} = 469\ N}$

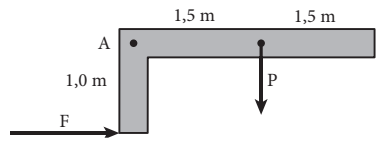
A força resultante na porteira é nula na horizontal.

Logo: $F_{hor_I} = F_{hor_{II}} \Rightarrow \boxed{F_{hor_{II}} = 469\ N}$

b) A força resultante também é nula na vertical:

$R_{vert} = F_{vert_I} + F_{vert_{II}} = P \Rightarrow \boxed{R_{vert} = 600\ N}$

17. $4\ m \rightarrow 120\ N$
$3\ m \rightarrow P$
$\Rightarrow P = 90\ N$

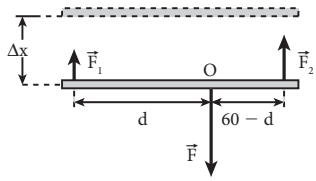


Em relação a **A**:

$P \cdot 1{,}5 = F \cdot 1{,}0 \Rightarrow \boxed{F = 135\ N}$

Observe que o peso da parte vertical da barra, por ter momento nulo em relação a **A**, não participou dos cálculos referentes ao equilíbrio de rotação.

18. a) $K_1 = 200\ N/m$ e $K_2 = 600\ N/m$



Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

$F_1\, d = F_2\,(60 - d)$, com **d** em cm.

$K_1\, \Delta x\, d = K_2\, \Delta x\,(60 - d)$

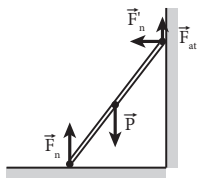
$200\, d = 600\,(60 - d) \Rightarrow \boxed{d = 45\ cm}$

b) $F = F_1 + F_2 = K_1\, \Delta x + K_2\, \Delta x$

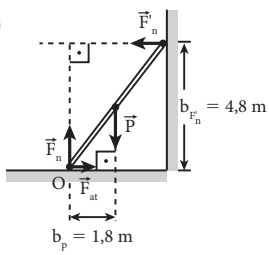
$120 = 200\Delta x + 600\Delta x$

$\boxed{\Delta x = 0{,}15\ m = 15\ cm}$

19. a) Não é possível porque a força resultante não será nula na horizontal: não existe nenhuma força para equilibrar $\vec{F}_n$.



b)



Resultante nula vertical:

$F_n = P$

$\boxed{F_n = 360\ N}$

Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

$P\, b_p = F'_n\, b_{F'_n} \Rightarrow 360 \cdot 1{,}8 = F'_n \cdot 4{,}8 \Rightarrow F'_n = 135\ N$

Resultante nula na horizontal: $F_n = 360$; $F_{at} = F'_n$

$\boxed{F_{at} = 135\ N}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 259)

1. Usando uma secreção aderente, a aranha gruda em **A** (por exemplo) a extremidade do fio que ela está começando a produzir. Depois, desce pela árvore, sempre produzindo fio (que não é aderente), caminha pelo chão e sobe na outra árvore até chegar a **B** (ver figura 1).

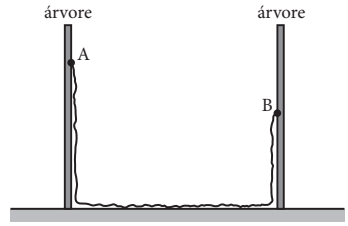


figura 1

Ilustrações: CJT/Zapt

Em **B**, ela passa a ingerir o fio produzido até que ele fique esticado, e gruda nesse ponto a outra extremidade (ver figura 2).

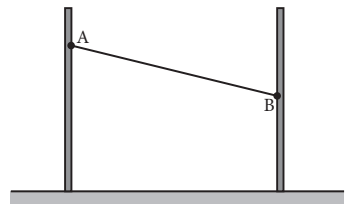


figura 2

Em seguida, a aranha caminha pelo fio **AB** até chegar a um ponto **C**, onde gruda outro fio que vai começar a produzir (ver figura 3). Suspensa ao fio que está produzindo, também não aderente, desce até o ponto **D**, onde passa novamente a ingerir o fio até que os estirantes fiquem como na figura 4:

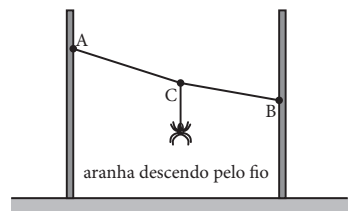


figura 3

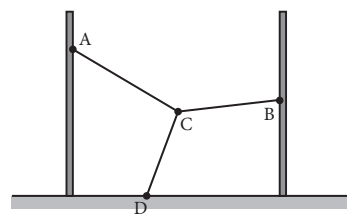


figura 4

A aranha também poderia ir até **D** caminhando de **C** até **B** e, em seguida, descendo pela árvore.

Chegou o momento de fazer a teia propriamente dita, em que ficarão presos os insetos de que a aranha vai se alimentar. O material usado nessa etapa precisa ser aderente.

Para isso, ela sobe pelo estirante, de **D** até **E**, por exemplo. Gruda em **E** um fio aderente, sobe até **C** e caminha até **F**. Ingere o fio até ele ficar esticado e prende em **F** a outra extremidade:

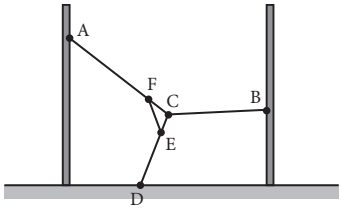


figura 5

E assim ela continua até a conclusão da obra, o que está parcialmente representado na figura 6:

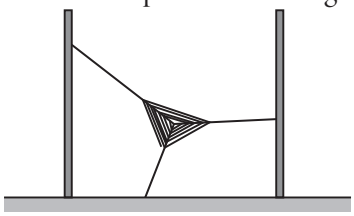


figura 6

Ilustrações: CJT/Zapt

2. Entre as muitas alavancas existentes no ser humano, vamos descrever duas:

- Quando estamos em pé, com a **cabeça** tombada para a frente, e resolvemos erguê-la, ela é uma alavanca **interfixa**.

A força resistente é o peso da cabeça e a força potente é exercida por músculos do pescoço, principalmente o **esplênio**. O fulcro está na articulação da cabeça com a coluna vertebral.

Estando em pé, com a cabeça tombada para trás, ela continua sendo uma alavanca interfixa quando a erguemos. Nesse caso, a força resistente também é o peso da cabeça e o fulcro continua na já citada articulação.

A força potente é exercida principalmente pelo músculo **esternoclidomastóideo**.

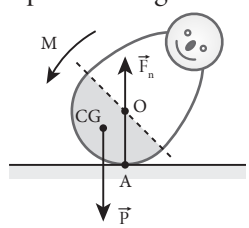
- Quando nos apoiamos nas pontas dos pés e erguemos o corpo para pegar um livro no alto de uma estante, por exemplo, cada **pé** é uma alavanca **inter-resistente**.

  A força resistente é a força equivalente a uma parte do nosso peso aplicada no pé pelos ossos tíbia e fíbula, e a força potente é exercida no pé pelos músculos gêmeos (gastrocnêmio), que formam a panturrilha – a "barriga da perna" – e que estão conectados ao calcanhar por meio do tendão calcâneo ("tendão de aquiles").

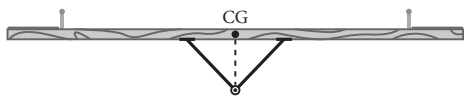
  O fulcro fica na ponta de cada pé.

3. Em pé, o joão-teimoso está em equilíbrio estável. Se ao ser tombado e, em seguida, solto, ele sempre volta a ficar em pé, seu centro de gravidade (CG) certamente está abaixo de **O**, como representa a figura:

Quando o boneco é tombado, o peso $\vec{P}$ produz um momento em relação ao ponto de apoio **A**, de modo que ele volte a ficar em pé.



4. A ilustração a seguir mostra a posição aproximada do centro de gravidade (CG) de uma gangorra. Seu fulcro (eixo de suspensão) está localizado abaixo do centro de gravidade.



fulcro

Se a gangorra desocupada for colocada em repouso na horizontal e, em seguida, for solta, ela acabará tombando para um dos lados por dois motivos possíveis:

1º) Ao contrário do que está representado na ilustração, a vertical passando pelo centro de gravidade pode não intersectar o centro do fulcro, o que é muito provável.

2º) Se a vertical que passa pelo centro de gravidade intersectar o centro do fulcro, a gangorra ficará em equilíbrio, porém **instável**. Assim, ventos, pequenas brisas ou outros fatores acabarão tombando a gangorra para um lado ou para o outro.

Na posição de equilíbrio estável, o centro de gravidade da gangorra ficaria abaixo do fulcro. Assim, ela ficaria de ponta-cabeça, na horizontal.

5. A torre de Pisa foi contruída para abrigar o sino da catedral da cidade de Pisa, na Itália. Sua construção se iniciou em 1173 e se estendeu até o final do século XIII.

Esse monumento tem cerca de 58 m de altura. A torre foi erguida sobre alicerces de pedra pouco profundos, no Campo dos Milagres, uma região de solo arenoso e instável. Uma das regiões de apoio cedeu e ela começou a se inclinar para o lado sul quando apenas três dos oito andares estavam prontos. A construção foi interrompida. Pedras mais longas foram colocadas no lado sul da fundação e os trabalhos foram retomados até a obra ser concluída, mesmo inclinada.

A inclinação, entretanto, continuou aumentando cerca de 1,2 mm por ano.

No século XX, no início dos anos 30, o ditador Benito Mussolini assumiu o compromisso de fazer a torre ficar na vertical. Entretanto, apesar da injeção de quase 100 toneladas de argamassa no solo (na região sul da fundação), a inclinação continuou aumentando. Em 1990, quando a inclinação já passava de 4 metros, uma equipe internacional de engenheiros avaliou que a torre corria o risco de cair e ela foi interditada à visitação. Foram instalados contrapesos de concreto no lado norte da torre e cabos de aço foram amarrados nela. Isso não foi feito para solucionar o problema, mas para se ter tempo de buscar a solução. Para reduzir o ângulo de inclinação, em vez de injetar argamassa no lado sul, os especialistas decidiram retirar terra do lado norte. Com essa medida, a inclinação foi reduzida em 45 cm e, por isso, foi dado prosseguimento à remoção de terra. Os cabos de aço continuam atados à torre, mas os contrapesos passaram a ser retirados desde 1999.

A visitação foi reaberta em dezembro de 2001, porém com restrições que incluem a limitação da quantidade de visitantes: no máximo, trinta pessoas de cada vez. De acordo com estimativas de engenheiros e arquitetos, esse monumento da Idade Média está salvo por mais trezentos anos, pelo menos. O equilíbrio da torre estaria em estado crítico quando uma reta vertical passando pelo seu centro de gravidade atingisse a borda da região em que ela está apoiada.

Sugestão: Pedir aos estudantes que determinem o valor aproximado do diâmetro externo **D** da torre, conhecida sua "altura" **H** (mais precisamente, seu comprimento), dispondo-se de uma fotografia da torre e de uma régua.

Com a régua, os estudantes medem, na fotografia, a "altura" **h** e o diâmetro externo **d**.

Da proporcionalidade entre as medidas reais e as medidas feitas na fotografia, pode-se escrever:

$$\frac{D}{d} = \frac{H}{h}$$

Fazendo os cálculos, será obtido o valor de **D** (cerca de 17 m).

CAPÍTULO 14

ESTÁTICA DOS FLUIDOS

OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Este é um tema relativamente curto, mas de grande importância, tanto pelos aspectos históricos como pelo caráter prático. A Hidrostática – como também é chamada a Estática dos fluidos – baseia-se nos teoremas de Stevin, Pascal e Arquimedes, que apresentamos acompanhados de vários exemplos do dia a dia, leituras, propostas experimentais e atividades minuciosamente selecionadas e encadeadas.

Dividimos o assunto em duas partes, que trazem a matéria numa sequência didática e lógica. Na primeira, iniciamos com as definições de densidade e pressão, que serão essenciais na apresentação dos demais conceitos. Já na segunda, enunciamos e demonstramos os citados teoremas, discorrendo sobre seus desdobramentos e aplicações.

Recomendamos que o professor dedique atenção especial às atividades, nas quais se encontra uma grande motivação ao aprendizado. Num primeiro estudo desse conteúdo, entretanto, as questões mais difíceis podem ser deixadas de lado, priorizando-se a compreensão das concepções básicas. Devem merecer destaque atividades que envolvam o Teorema de Arquimedes, o item de maior relevância.

O QUE NÃO PODE FALTAR

2. Massa específica ou densidade absoluta (μ)
4. O conceito de pressão
5. Pressão exercida por uma coluna líquida
6. O Teorema de Stevin

7. A pressão atmosférica e o experimento de Torricelli

▶ Atividades

8. O Teorema de Pascal

10. Prensa hidráulica

11. O Teorema de Arquimedes

▶ Atividades

ALGO MAIS

Sugerimos a seguir algumas questões que podem ser propostas aos estudantes para ampliar as ideias apresentadas no texto *O ciclo das águas*.

1. A que altura máxima uma bomba comum pode empurrar a água a partir do solo em um edifício muito alto? Como funciona a distribuição de água nesses prédios?

Resposta: Uma bomba comum pode elevar a água a 10 m de altura, no máximo. Para saber mais, leia nesse mesmo capítulo o texto A sucção impossível. *Na maioria dos edifícios altos, porém, a caixa-d'água situa-se no teto da construção e a água é distribuída pelos apartamentos ou escritórios pela ação da gravidade. No caso da utilização de bombas de recalque, provoca-se artificialmente uma diferença de pressão que permite à agua se elevar além de 10 m.*

2. O que são os fenômenos climáticos naturais denominados *El Niño* e *La Niña* e quais as suas consequências?

Resposta: O ***El Niño*** *é um evento climático natural que ocorre no Oceano Pacífico, podendo ser definido como um aquecimento anormal de suas águas, seguido pelo enfraquecimento dos ventos alísios. Tais alterações modificam o sistema climático de distribuição das chuvas e de calor em diversas regiões do planeta. Apesar de apresentar uma descrição muito simples, seu funcionamento reúne uma série de conceitos de climatologia. O* ***La Niña*** *consiste em uma alteração cíclica das temperaturas médias do Oceano Pacífico, sendo observado principalmente nas águas localizadas na porção central e leste desse oceano. Tal transformação é capaz de modificar uma série de outros fenômenos, como a distribuição de calor, concentração de chuvas, formação de secas e a pesca. Quando a alteração da temperatura das águas do Oceano Pacífico aponta para uma redução das médias térmicas, o fenômeno é nomeado de La Niña. Resumindo: o efeito La Niña está ligado ao resfriamento das temperaturas médias das águas do Oceano Pacífico, representando exatamente o oposto do fenômeno El Niño.*

3. Além de rios, represas, açudes e cacimbas, que outras fontes poderiam ser cogitadas para o abastecimento de água à população?

Resposta: Fontes alternativas de água. ***Águas do lençol freático****: isso exige perfurações do solo, instalação de equipamentos de bombeamento e tratamento da água, que, em geral, é salobra;* ***aproveitamento de águas pluviais****: isso requer instalações adequadas que diferem de caso para caso. A água, obtida não é potável e também exige tratamento antes de ser disponibilizada para o consumo humano;* ***dessalinização de água do mar****: na maioria dos casos, os métodos existentes ainda são caros, exigindo instalações sofisticadas para processar a água.*

4. Na sua cidade tem faltado água? Que políticas públicas têm sido implementadas para amenizar o problema? Em que medida você pode colaborar para economizar água? Discuta essa questão com colegas e professores.

Resposta pessoal.

Apresentamos a seguir um texto que pode ser lido com os estudantes, se houver possibilidade.

A ponta do *iceberg*

Uma das evidências da possibilidade de vida em um planeta é a existência de água. Pesquisas recentes indicam a presença de lençóis desse líquido no subsolo marciano, o que tem estimulado muitas conjecturas a respeito do planeta vermelho.

Cerca de dois terços da superfície da Terra são cobertos por água, substância essencial à vida de animais e vegetais. Sem água, não é possível sustentar a biodiversidade: os seres vivos – de uma simples bactéria ao complexo organismo humano – não conseguem sobreviver. A ausência desse precioso líquido inviabiliza muitos dos nossos processos, inclusive a exploração de recursos hídricos para geração de energia elétrica.

Algumas projeções, no entanto, têm demonstrado que a indispensável água escasseará num futuro próximo. Isso tem tirado o sono de cientistas, ambientalistas e governantes, impondo-lhes uma difícil questão: como garantir a sobrevivência de mais de 7 bilhões de seres humanos?

A água é um tanto atípica; apresenta especificidades, algumas na contramão da maioria das substâncias. Uma dessas singularidades reside no fato de ela aumentar o volume enquanto se solidifica. É sabido que um bloco de gelo ocupa um volume maior que o da sua correspondente massa líquida. Essa constatação se deve à formação das pontes de hidrogênio – maneira peculiar de as moléculas de H_2O se agregarem em

consequência do seu caráter polar –, que surgem no processo de solidificação.

Esse aumento de volume traz alguns transtornos em países de invernos rigorosos: encanamentos hidráulicos de casas e prédios ficam vulneráveis, obrigando à utilização de isolações térmicas adequadas; carros precisam receber em seus radiadores uma mistura de água e substâncias anticongelantes, evitando assim possíveis danos aos canículos por onde circula o fluido de arrefecimento.

Outro fenômeno também típico de locais de clima frio é que as árvores começam a perder suas folhas quando chega o outono. Devido às temperaturas relativamente baixas registradas nessa estação, a seiva que circula nos vasos congela, aumentando seu volume e matando, além das próprias folhas, algumas plantas mais tenras.

Por ter volume maior que o da correspondente massa líquida, o gelo é menos denso que a água, o que provoca sua flutuação. A densidade da água vale aproximadamente 1,0 g/cm^3, sendo a do gelo cerca de 92% desse valor: 0,92 g/cm^3, portanto. Por essa razão, um bloco de gelo boia na água, mantendo 92% de seu volume imerso. É o que ocorre com os *icebergs* – verdadeiras montanhas de água sólida flutuantes nos mares das regiões polares. Um navegante deve precaver-se na presença de um *iceberg*; não quanto à parte visível do bloco – a ponta do *iceberg* –, mas, principalmente, em relação à porção submersa (92% do volume total). Uma colisão contra um *iceberg* pode levar uma embarcação a pique, como aconteceu com o *R.M.S. Titanic*, em 1912.

Entretanto, é justamente devido a esse caráter irregular da água que a vida subaquática é preservada nos locais onde mares, lagos e rios congelam parcialmente no inverno. À medida que a temperatura baixa aquém de 4 °C, a água ainda líquida localizada na superfície e exposta ao ambiente externo reduz sua densidade a valores menores que o máximo registrado a 4 °C, ficando assim "retida" na superfície. Dessa maneira, forma-se uma casca sólida apenas superficial. Isso permite que peixes, plantas e outros seres permaneçam vivos até a chegada da próxima primavera, quando o gelo começa a derreter.

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 269)

1. A manutenção da chama da vela exige como combustível o gás oxigênio (O_2) presente no ar. Com o passar do tempo, queima-se praticamente todo o oxigênio do ar confinado dentro do frasco e a chama se extingue.
2. A chama da vela consome praticamente todo o oxigênio (O_2) existente no ar confinado dentro do frasco, mas produz gás carbônico (CO_2).
Nessa dinâmica de supressão e produção de gases, predomina a supressão, o que faz diminuir a pressão. Além disso, o gás residual dentro do frasco esfria em contato com as paredes do recipiente, o que também colabora para reduzir a pressão. A redução total de pressão dentro do frasco faz o suco se elevar de modo que a soma da pressão exercida pela coluna líquida com a pressão devida à coluna gasosa equilibra a pressão atmosférica externa.
3. De acordo com o **Teorema de Stevin**, pontos de um mesmo líquido em equilíbrio situados no mesmo nível horizontal suportam pressões iguais. Assim, sendo $\mathbf{p}_{col}$ a pressão exercida pela coluna líquida que se eleva a partir da superfície livre do suco contido no prato, $\mathbf{p}_{gás}$ a pressão devida à coluna gasosa existente no interior do frasco e $\mathbf{p}_{atm}$ a pressão atmosférica reinante no ambiente, tem-se a equação:

$$p_{col} + p_{gás} = p_{atm}$$

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 270)

3. Bloco **A**: $\mu = \dfrac{m_A}{V_A} = \dfrac{m_A}{x^3} \Rightarrow \boxed{m_A = \mu x^3}$

$p_A = \dfrac{P_A}{A_A} = \dfrac{m_A g}{x^2} = \dfrac{\mu x^3 g}{x^2} \Rightarrow \boxed{p_A = \mu x g}$

Bloco **B**: $\mu = \dfrac{m_B}{V_B} = \dfrac{m_B}{(3x)^3} \Rightarrow \boxed{m_B = 27\mu x^3}$

$p_B = \dfrac{P_B}{A_B} = \dfrac{m_B g}{(3x)^2} = \dfrac{27\mu x^3 g}{9x^2} \Rightarrow \boxed{p_B = 3\mu x g}$

Logo: $\dfrac{p_A}{p_B} = \dfrac{\mu x g}{3\mu x g} \Rightarrow \boxed{\dfrac{p_A}{p_B} = \dfrac{1}{3}}$

4. Situação **1:** $p_1 = \dfrac{P}{A}$

Situação **2:** $p_2 = \dfrac{P_n}{A}$

P_n é a componente normal do peso do livro.

$P_n = P \cos 60° \Rightarrow P_n = \dfrac{1}{2}P$

Logo: $p_2 = \dfrac{\frac{1}{2}P}{A}$

Assim: $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{\frac{\frac{1}{2}P}{A}}{\frac{P}{A}} \Rightarrow \boxed{\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{1}{2}}$

5. a) Nos três casos, a pressão hidrostática verificada na parede do fundo dos recipientes é a mesma.

$\boxed{p_A = p_B = p_C = \mu g h}$

b) Nos três casos, a força que o líquido exerce na parede do fundo dos três recipientes tem a mesma intensidade.

$\boxed{F_A = F_B = F_C = \mu g h A}$

A igualdade entre $\mathbf{F}_A$, $\mathbf{F}_B$ e $\mathbf{F}_C$ denomina-se **Paradoxo Hidrostático**.

6. A pressão hidrostática no fundo do vaso é dada por:

$p = p_1 + p_2 + p_3$

$p = \mu_1 g h_1 + \mu_2 g h_2 + \mu_3 g h_3$

$p = (1{,}5 \cdot 2{,}0 + 2{,}0 \cdot 4{,}0 + 4{,}0 \cdot 6{,}0)10^2 \left(\frac{N}{m^2}\right)$

$\boxed{p = 3{,}5 \cdot 10^3\ N/m^2}$

A intensidade de força aplicada pelos líquidos na parede do fundo do vaso fica dada por:

$p = \frac{F}{A} \quad \Rightarrow \quad F = p A$

$F = 3{,}5 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-4}\ (N) \Rightarrow \boxed{F = 7{,}0\ N}$

A alternativa ***d*** é a correta.

7. a) Pressão hidrostática em $t_0 = 0$:

$p_i = \mu_a g h_i = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10^{-2}\ (Pa)$

$\boxed{p_i = 1{,}0 \cdot 10^3\ Pa}$

Cálculo da altura final da coluna de água:

$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \Delta h}{\Delta t} \Rightarrow \Delta h = \frac{Z \Delta t}{A}$

Assim: $\Delta h = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 20}{1{,}0} \Rightarrow \Delta h = 20\ cm$

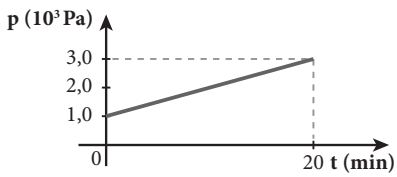
$h_f = h_i + \Delta h \Rightarrow h_f = 10 + 20\ (cm) \Rightarrow \boxed{h_f = 30\ cm}$

Pressão hidrostática em $t = 20$ min:

$p_f = \mu_a g h_f = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^{-2}\ (Pa)$

$\boxed{p_f = 3{,}0 \cdot 10^3\ Pa}$

A função $p = f(t)$ é do 1º grau e o gráfico correspondente está dado a seguir:



b) Na parede do fundo tem-se:

$F_F = p_F A_F = 3{,}0 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0\ (N) \Rightarrow \boxed{F_F = 3{,}0 \cdot 10^3\ N}$

Nas paredes laterais, tem-se:

$F_L = \frac{P_f}{2} A_L = \frac{3{,}0 \cdot 10^3}{2} \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}30\ (N)$

$\boxed{F_L = 4{,}5 \cdot 10^2\ N}$

8. A água invadirá a garrafa, preenchendo-a completamente. É importante lembrar que, se fosse possível, a água subiria a uma altura de 10 m empurrada pelas forças da pressão atmosférica.

A alternativa ***a*** é a correta.

9. A pressão atmosférica local está medida no barômetro (figura da direita): $p_{atm} = 70$ cmHg

Gás **M:** $p_m = p_{Hg} + p_{atm}$

$p_m = (20 + 70)\ cmHg \Rightarrow \boxed{p_m = 90\ cmHg}$

Gás **N:** $p_n = p_{Hg} \Rightarrow \boxed{p_n = 20\ cmHg}$

10. $p_{gás} + p_{Hg} = p_0$

$p_{gás} + \mu_{Hg} g h = p_0$

$p_{gás} + 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}50 = 1{,}0 \cdot 10^5$

$\boxed{p_{gás} = 0{,}32 \cdot 10^5\ Pa = 0{,}32\ atm}$

11. Aplicando aos pontos **1** e **2** o Teorema de Stevin, temos:

$p_2 - p_1 = \mu g h$

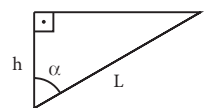
$p_{atm} - 0 = \mu g h$

$1{,}01 \cdot 10^5 = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81\ h$

Da qual: $\boxed{h \cong 0{,}757\ m = 75{,}7\ cm}$

$\cos\alpha = \frac{h}{L}$

$\cos\alpha = \frac{75{,}7}{151} \cong 0{,}50$



Ilustrações: CJT/Zapt

Logo: $\boxed{\alpha \cong 60°}$

SUBSÍDIOS AO *FAÇA VOCÊ MESMO* (p. 278)

1. O empuxo necessário para equilibrar o peso da caixa é o mesmo em ambos os casos. A água salgada é mais densa que a água doce e, por isso, a flutuação na água salgada exige um volume imerso menor que na água doce.

De fato, $E = \mu_F V_i g$

Com base na expressão acima, é possível perceber que, com **E** constante, aumentando-se μ_F, $\mathbf{V}_i$ diminui.

2. Aumentou a densidade da água e diminuiu a fração do volume da caixa imersa na solução. Veja a explicação na resposta dada à questão anterior.

Flutuação na água doce:

$$E_1 = P \Rightarrow \mu_1 V_1 g = P \quad (\mathbf{I})$$

Flutuação na água salgada:

$$E_2 = P \Rightarrow \mu_2 V_2 g = P \quad (\mathbf{II})$$

Comparando-se (**I**) e (**II**), segue que:

$$\mu_2 V_2 g = \mu_1 V_1 g \Rightarrow \mu_2 V_2 = \mu_1 V_1$$

Como a densidade da água salgada (μ_2) é maior que a da água doce (μ_1), depreende-se que o volume da caixa imerso na água salgada (V_2) é **menor** que o volume da caixa imerso na água doce (V_1).

3. Sim, o barco passa a flutuar com uma menor fração de seu volume imersa.

4. Sim, pois, para recobrar a linha de flutuação da água doce, o barco poderá receber mais carga. Observemos que um volume imerso maior disponibiliza um empuxo maior, o que permite aumentar o peso do barco flutuante na água salgada.

RESOLUÇÃO DAS *QUESTÕES PROPOSTAS* (p. 281)

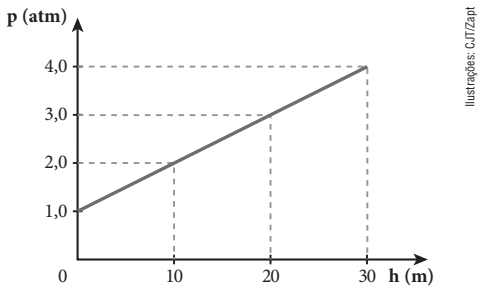
17. a) Teorema de Stevin:

$p_i - p_{i-1} = \mu g h \Rightarrow \Delta p = \mu g h$

Assim: $\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10$ (Pa)

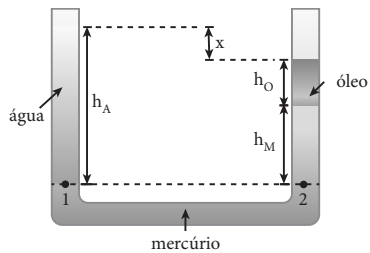
$\boxed{\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1{,}0 \text{ atm}}$

b) A pressão total cresce uniformemente com a profundidade, como pode ser observado no gráfico a seguir.



Ilustrações: CJT/Zapt

18. 1)



Os pontos **1** e **2**, situados no mesmo nível horizontal, pertencem ao mesmo líquido em equilíbrio (o mercúrio) e, por isso, estão submetidos a pressões iguais.

$p_1 = p_2 \Rightarrow \mu_A g h_A + p_{atm} = \mu_M g h_M + \mu_0 g h_0 + p_{atm}$

Logo: $\mu_A h_A = \mu_M h_M + \mu_0 h_0$

Assim: $1{,}0 \cdot 32{,}0 = 13{,}6 h_M + 0{,}80 \cdot 6{,}0$

$\boxed{h_M = 2{,}0 \text{ cm}}$

2) $x + h_0 + h_M = h_A \Rightarrow x + 6{,}0 + 2{,}0 = 32{,}0$

Logo: $\boxed{x = 24{,}0 \text{ cm}}$

19. 1) Analisando-se a alavanca interfixa:

$F_1 d_1 = Fd \Rightarrow F_1 \cdot 40 = 50 \cdot 200$

Assim: $\boxed{F_1 = 250 \text{ N}}$

2) Conforme o Teorema de Pascal:

$$\Delta p_2 = \Delta p_1 \Rightarrow \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

Logo: $\frac{F_2}{80} = \frac{250}{40} \Rightarrow \boxed{F_2 = 500 \text{ N}}$

A alternativa ***e*** é a correta.

20. a) $\frac{F_1}{A_1} = \frac{m g}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{1{,}0} = \frac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10}{10}$

Logo: $\boxed{F_1 = 1{,}0 \cdot 10^3 \text{ N}}$

b) $\tau_2 = m g h_2 \Rightarrow \tau_2 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3{,}0$ (J)

Logo: $\boxed{\tau_2 = 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ J}}$

$\tau_1 = \tau_2 = 3{,}0 \cdot 10^4$ J

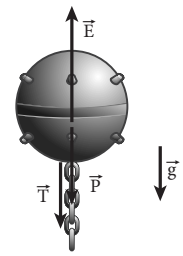
$\boxed{\tau_1 = \tau_2 = 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ J (conservação do trabalho)}}$

21. a) O empuxo $\vec{E}$ tem intensidade dada por:

$E = \mu V g$

$E = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10$ (N)

$\boxed{E = 1{,}0 \cdot 10^4 \text{ N}}$



A intensidade da força de tração na corrente ($\vec{T}$) é obtida analisando-se o equilíbrio da mina.

$\vec{T} + \vec{P} + \vec{E} = \vec{0} \xrightarrow{\text{em módulo}} T + P = E$

$T' + mg = E$

$T + 200 \cdot 10 = 1{,}0 \cdot 10^4 \Rightarrow \boxed{T = 8{,}0 \cdot 10^3 \text{ N}}$

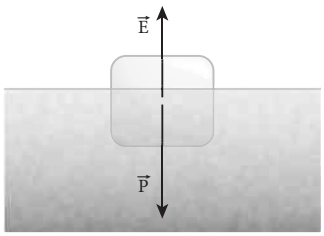
b) $p_{expl} = \mu g h + p_{atm} + p_{emb}$

$5{,}0 \cdot 10^5 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 8{,}0 + 1{,}0 \cdot 10^5 + p_{emb}$

$5{,}0 \cdot 10^5 = 1{,}8 \cdot 10^5 + p_{emb}$

Daí: $\boxed{p_{emb} = 3{,}2 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$

22.



$\vec{E}$ = empuxo
$\vec{P}$ = peso

Condição de equilíbrio:

$\vec{E} + \vec{P} = \vec{0} \xrightarrow{\text{em módulo}} E = P$

$\mu_A V_i g = \mu_G V_G g \Rightarrow \mu_A V_i = \mu_G V_G$

$1{,}0 V_i = 0{,}90 V_G \Rightarrow \boxed{V_i = 90\%\, V_G}$

O volume imerso é 90% do volume total.

23. a) Com a imersão da esfera na água, a intensidade da força de tração na mola diminui. Com isso, a mola se contrai, fazendo o ponteiro deslocar-se para cima.

b) $E = \Delta T \Rightarrow \mu_A V g = K \Delta x$

$1{,}0 \cdot 10^3 \cdot V \cdot 10 = 1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-2}$

Logo: $\boxed{V = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 1{,}0 \cdot 10^2\ cm^3}$

24. O peso aparente do objeto (P_{ap}) é dado pela diferença entre seu peso real (**P**) e o empuxo recebido do líquido (**E**).

$P_{ap} = P - E$

$\frac{3}{4} P = P - \mu_L V g \Rightarrow \frac{1}{4} P = \mu_L \frac{m}{\mu} g \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{4} P = \frac{\mu_L}{\mu} P \Rightarrow \mu_L = \frac{\mu}{4}$

Logo: $\mu_L = \frac{8{,}0}{4}\ (g/cm^3) \Rightarrow \boxed{\mu_L = 2{,}0\ g/cm^3}$

25. **Equilíbrio na água do rio:**

$P_{barco} = E$

$m_b g = \mu V_i g \Rightarrow m_b = \mu V_i \qquad (I)$

Equilíbrio na água do mar:

$P_{total} = E'$

$(m_b + m_a) g = \mu' V_i g \Rightarrow m_b + m_a = \mu' V_i \qquad (II)$

Dividindo (**II**) por (**I**), temos:

$\frac{m_b + m_a}{m_b} = \frac{\mu'}{\mu} \Rightarrow \frac{500 + m_a}{500} = \frac{1{,}03}{1{,}00}$

Logo: $\boxed{m_a = 15\ kg}$

26. a) Na flutuação, o peso total deverá ser equilibrado pelo empuxo.

$P_{total} = E \Rightarrow M g + n m g = \mu_{água} V_{imerso} g$

Sendo $M = 2{,}8 \cdot 10^4$ kg, $m = 60$ kg, $\mu_{água} = 1{,}0 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ e $V_{imerso} = 40\ m^3$, calculemos o valor de **n**:

$2{,}8 \cdot 10^4 + n\,60 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 40$

$\boxed{n = 200 \text{ pessoas}}$

b) Sendo **M'** a nova massa da embarcação depois de descartados suprimentos e bagagens, mas com as 200 pessoas a bordo, e $V' = 37\ m^3$ o volume de casco submerso, podemos escrever que:

$M' + n\,m = \mu_{água} V'_{imerso}$

$M' + 200 \cdot 60 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 37$

Logo: $M' = 2{,}5 \cdot 10^4$ kg = 25 toneladas

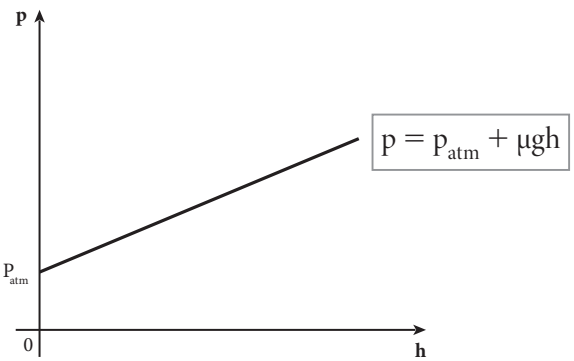
Sendo ΔM a massa de suprimentos e bagagens lançada ao mar, temos:

$\Delta M = M - M' \Rightarrow \Delta M = (28 - 25)$ toneladas

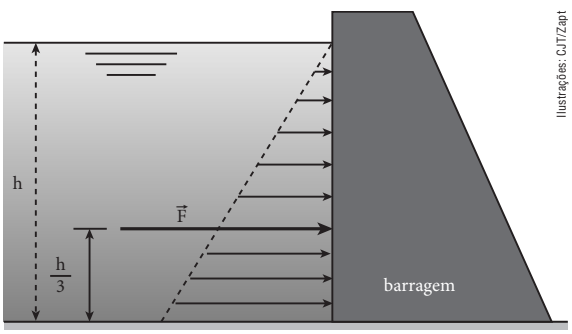
Portanto: $\boxed{\Delta M = 3 \text{ toneladas}}$

SUBSÍDIOS AO *DESCUBRA MAIS* (p. 282)

1. Isso ocorre porque as pressões nos pontos da parede molhada da estrutura crescem uniformemente com a profundidade, conforme justifica o Teorema de Stevin.



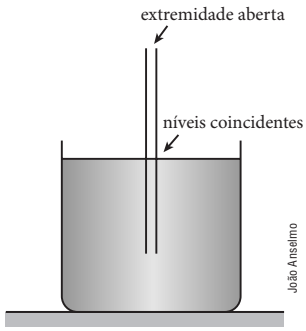
Devido a isso, as intensidades das forças de pressão exercidas contra a barragem também crescem uniformemente com a profundidade. Assim, para que a estrutura fique devidamente resistente, é preciso que a espessura da parede acompanhe esse comportamento, aumentando com a profundidade, como está representado a seguir.



Ilustrações: CJT/Zapt

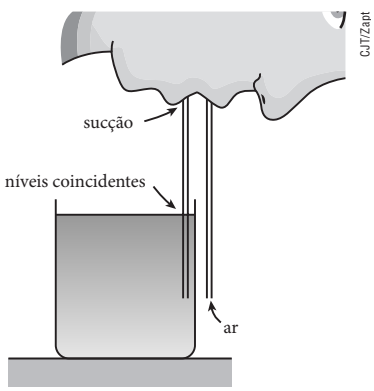
O centro de pressões (CP) é o ponto onde está aplicada a força resultante ($\vec{F}$) exercida contra a parede molhada da barragem. É importante destacar que esse ponto situa-se a uma altura $\frac{h}{3}$ em relação ao fundo, em que **h** é a "espessura" da lâmina d'água do reservatório.

2. Se a extremidade superior do canudinho estiver aberta ao ar, a pressão exercida sobre o refrigerante, tanto no canudinho como no copo, será a pressão atmosférica. Dessa forma, o nível livre do líquido no interior do canudinho coincidirá com o nível livre do refrigerante no copo, como representa a figura.



Com a sucção na extremidade aberta do duto, porém, reduz-se a pressão exercida sobre o líquido contido no seu interior e o refrigerante sobe, deslocando-se rumo à boca da pessoa, onde a pressão do ar é menor que a pressão atmosférica. O fluxo ocorre no sentido da maior para a menor pressão, como se o fluido buscasse estabelecer um equilíbrio de pressões.

Por outro lado, se uma pessoa sugar simultaneamente as extremidades superiores de dois canudinhos, um mergulhado no refrigerante e outro colocado fora do copo, como indica a figura, ela não conseguirá sorver o líquido. Isso ocorrerá porque no interior da boca a pressão será sempre a pressão atmosférica e, sem diferença de pressões, não ocorre o escoamento do fluido.

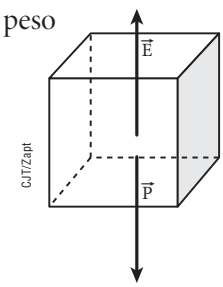


Da mesma forma, é impossível que o refrigerante suba por um canudinho furado numa região acima do líquido. Não se estabelece uma diferença de pressões adequada e o líquido não se eleva.

3. Essa ineficiência dos meios gasosos em transmitir acréscimos de pressão se deve à sua alta compressibilidade, o que não se verifica nos meios líquidos. Ainda assim, nota-se que em meios gasosos também ocorre alguma transmissão de incrementos de pressão, como pode ser sentido no interior de um carro quando, com os vidros fechados, uma das portas é bruscamente fechada. As pessoas no interior do veículo percebem nesse ato efeitos ligados aos acréscimos de pressão, que se transmitem parcialmente pelo ar.

4. Os dois cubos flutuam com a mesma porcentagem de volume imerso, já que ela independe da aresta do cubo. Veja a demonstração:

$\vec{E}$ = empuxo
$\vec{P}$ = peso



$E = P \Rightarrow \mu_a V_i g = \mu V g$

Portanto: $\boxed{\frac{V_i}{V} = \frac{\mu}{\mu_a}}$

A relação entre o volume imerso (V_i) e o volume total (**V**) só depende da relação entre a densidade do isopor (μ) e a da água (μ_a), que é a mesma em ambos os casos.

5. A plumagem que reveste a parte do corpo da ave imersa na água é dotada de muita gordura. Além disso, ao eriçar as penas de sua região peitoral, a ave faz com que sua plumagem fique encharcada de água. Com isso, as moléculas de gordura aderem-se entre si, o mesmo ocorrendo com as moléculas de água, o que produz o fenômeno da tensão superficial que inibe a penetração da água externa para dentro da plumagem. Tudo se passa como se o volume do peitoral da ave ficasse maior. O aumento do volume de água deslocado produz então um empuxo adicional que equilibra parte do peso do animal, facilitando sua flutuação.

Thinkstock/Getty Images

Cisnes: elegância e fácil flutuação.

6. Tal procedimento é utilizado porque o empuxo exercido pela água sobre os astronautas reduz artificialmente seu peso. Com isso, são simuladas as condições do espaço em que, no ambiente de microgravidade, os corpos permanecem praticamente imponderáveis, flutuando como se não tivessem peso.

SUBSÍDIOS AO *INTERSABERES* (p. 283)

Este é um bom momento para estabelecer conexões entre as Ciências da Natureza. É possível falar de Química e de Biologia, além de Física. A atmosfera terrestre está, desde os primórdios do planeta, em constante mutação. Passamos de uma atmosfera *redutora*, rica em hidrogênio e monóxido de carbono (CO), para uma atmosfera *oxidante*, rica em oxigênio (O_2). Os primeiros biomas eram muito diferentes dos atuais, frutos das mudanças do ar do planeta.

Sugerimos para leitura e complementação um ótimo artigo de Wilson F. Jardim, professor titular de Química Analítica da Unicamp–SP, intitulado "A evolução da atmosfera terrestre", publicado nos *Cadernos Temáticos de Química Nova na Escola*.

Esse artigo está disponível no endereço: <http://qnesc.sbq.org.br/online/cadernos/01/evolucao.pdf> e foi acessado em 11 de abril de 2016.

Compreensão, pesquisa e debate

1. Uma boa referência para analisar as possíveis respostas dos alunos está no artigo a seguir.

A evolução da atmosfera da Terra

Podemos compreender razoavelmente a história da atmosfera da Terra até há um bilhão de anos atrás. Regredindo-se no tempo, somente especulamos, já que se trata de uma área ainda em constante pesquisa.

A atmosfera moderna é denominada terceira atmosfera, categoria atribuída para distinguir a composição química atual das duas composições anteriores.

A primeira atmosfera

A **primeira atmosfera** era constituída principalmente por hélio e hidrogênio. O calor provindo da crosta terrestre em formação, ainda em forma de plasma, e a ação do Sol a dissiparam.

A segunda atmosfera

Há aproximadamente 3,5 bilhões de anos, a superfície do planeta tinha se resfriado o suficiente para formar uma crosta endurecida, cheia de vulcões que liberavam vapor d'água, dióxido de carbono e amoníaco. Dessa forma, surgiu a **segunda atmosfera**, que era formada principalmente de dióxido de carbono, vapor d'água, amônia, metano e óxido de enxofre.

Nesta segunda atmosfera, quase não havia oxigênio livre. O ar existente era aproximadamente 100 vezes mais denso que o atual. Acredita-se que o efeito estufa causado pelos altos níveis de dióxido de carbono impediu a Terra de congelar. Durante os próximos bilhões anos, devido ao resfriamento, o vapor d'água condensou-se para precipitar em forma de chuva e formar oceanos que começaram a dissolver o dióxido de carbono. Seriam absorvidos 50% do dióxido de carbono pelos oceanos.

Dessa forma houve o favorecimento do surgimento de moléculas de cadeia longa envolvendo o carbono. Com o passar do tempo e com a recombinação das cadeias de carbono, iniciou-se o processo de formação dos ácidos nucleicos primordiais. Assim, acredita-se, estabeleceu-se um processo de fotossíntese que evoluiu para a vida. Deu-se início a partir daí a um ciclo de conversão de dióxido de carbono em oxigênio.

Com o passar do tempo, o carbono em excesso foi fixado em combustíveis fósseis, pedras sedimentares (notavelmente, pedra calcária) e conchas animais. Estando o oxigênio livre na atmosfera e reagindo com o amoníaco, foi liberado nitrogênio. Simultaneamente, as bactérias também iniciaram a conversão do amoníaco em nitrogênio.

Assim, aumentando-se a população vegetal, os níveis de oxigênio cresceram significativamente (enquanto níveis de dióxido de carbono diminuíram). No princípio, o oxigênio combinou com vários elementos (como ferro), mas, eventualmente, acumulou-se na atmosfera, resultando em extinções em massa e evolução de diversas espécies.

A terceira atmosfera

Com o aparecimento de uma camada de ozônio (O_3) – a ozonosfera –, as formas de vida no planeta ficaram mais bem protegidas da radiação ultravioleta. Essa atmosfera constituída agora de oxigênio e nitrogênio foi caracterizada como **terceira atmosfera**. Esta última tem uma estrutura complexa que age como reguladora da temperatura e umidade da superfície do planeta.

Disponível em: <www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/meio-ambiente-atmosfera/atmosfera-da-terra.php>. Acesso em: 11 abr. 2016.

2. Não. A Terra é o único planeta do Sistema Solar com histórico de atmosfera como conhecemos, o que foi determinante para o surgimento de vida por aqui.

Vênus: É o segundo planeta a partir do Sol, com atmosfera constituída principalmente por gás carbônico (CO_2) e nitrogênio (N_2). A temperatura na superfície chega a 470 ºC, com presença de nuvens de ácido sulfúrico (H_2SO_4), que dificultam observações ópticas do planeta a partir da Terra, e ventos que podem atingir 360 km/h.

Marte: É o quarto planeta a partir do Sol, logo depois da Terra, com atmosfera bastante rarefeita, constituída por 95% de gás carbônico (CO_2) e 3% de nitrogênio (N_2). Por ter superfície bastante arenosa, Marte tem um céu alaranjado, devido a partículas de poeira em suspensão erguidas por fortes ventos. É o planeta "vermelho", denominação conferida por alguns astrônomos ao observarem Marte da Terra.

3. Sim, pois nos primórdios do planeta seu ar era bem mais rarefeito que hoje. Meteoritos e outros corpos celestes maiores colidiam frequentemente contra a crosta, já que não eram desintegrados pelo escudo protetor atmosférico, como ocorre atualmente.

Há muitas evidências dessas colisões em diversos pontos da superfície terrestre, como crateras e buracos de variadas dimensões.

4. Sim. As condições de temperatura e pressão reinantes na superfície terrestre fazem com que a água que recobre quase 75% da crosta se mantenha no estado líquido. Em média, a temperatura da atmosfera é de 14 °C e a pressão ao nível do mar, de 1 atm ou, aproximadamente, $1 \cdot 10^5$ Pa. Nessas condições, a água mantém-se líquida.

Há indícios de que exista água em Marte, porém exclusivamente nos estados sólido e gasoso. Isso porque, devido à baixíssima pressão atmosférica local, ocorre sublimação, com o gelo passando diretamente para o estado de vapor.

5. Com o aumento populacional, a intensificação e mecanização da agricultura (o que implica desmatamento), a instalação de um parque industrial bastante dependente de matrizes energéticas à base de combustíveis fósseis e o aumento vertiginoso de veículos movidos a derivados do petróleo, as emissões de gás carbono vêm aumentando progressivamente, agravando o efeito estufa e o aquecimento global.

O gás carbônico (CO_2), associado ao metano (CH_4) oriundo da decomposição de matéria viva, são os principais gases estufa, que, por formarem uma espécie de redoma em volta do planeta, impedem o retorno de radiações infravermelhas emanadas do solo, que deveriam voltar ao espaço.

O assunto *Efeito estufa* será mais bem abordado no Volume **2**, em Termologia.

MATERIAL COMPLEMENTAR

DINÂMICA DOS FLUIDOS

O estudo da **Estática dos fluidos ou Hidrostática** é sequenciado pelo da **Dinâmica dos fluidos** ou **Hidrodinâmica**. Essa abordagem, no entanto, é reservada ao Ensino Superior, mais especificamente aos cursos de ciências exatas, como Física e Engenharia. O desenvolvimento que faremos aqui será superficial e simplificado. Daremos ênfase a alguns conceitos que julgamos apropriados ao Ensino Médio.

A Hidrodinâmica estuda o movimento dos fluidos em geral, como o escoamento da água em rios e tubulações, a circulação sanguínea no corpo humano, o deslocamento da fumaça expelida por chaminés etc.

Nossa análise será restrita a algumas situações particulares em que estarão envolvidos fluidos ideais, particularmente líquidos **incompressíveis, não viscosos** e em **regime permanente de escoamento**.

Líquido incompressível: apresenta a mesma massa específica (ou densidade absoluta) em qualquer ponto, independentemente de acréscimos de pressão.

Essa hipótese é aceitável, já que os líquidos em geral têm baixa compressibilidade.

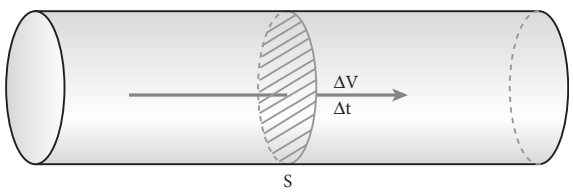
Escoamento não viscoso: é o deslocamento em que as diversas camadas fluidas não trocam forças de atrito entre si, tampouco com as paredes da tubulação. Quanto maior for a viscosidade de um líquido, maior será a dissipação de energia mecânica durante seu escoamento, o que não será objeto de nosso estudo. O óleo lubrificante de motores, por exemplo, é mais viscoso que a água. Por isso, seu escoamento em idênticas condições é mais "moroso" que o da água, implicando maior produção de energia térmica.

Regime permanente (ou estacionário) de escoamento: a velocidade verificada em um dado ponto do fluxo é constante para qualquer valor de tempo, independentemente da partícula do fluido que esteja passando por esse local.

Vazão (Z)

Consideremos um trecho de uma tubulação cilíndrica por onde escoa um líquido incompressível, não viscoso e em regime permanente. Por uma seção transversal **S** dessa tubulação passa um volume de líquido **ΔV** durante um intervalo de tempo **Δt**, conforme a ilustração a seguir.

Ilustrações: Setup



Por definição, a vazão **Z** verificada em **S** é expressa por:

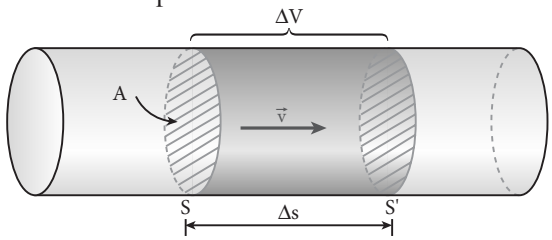
$$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a vazão é medida em m^3/s.

Paulo Fridman/Pulsar Imagens

Um dos vinte tubos da Usina Hidrelétrica de Itaipu. Esse duto despeja água sobre uma turbina acoplada a um gerador de tensão elétrica. Em cada tubo da usina, a vazão de água é de 700 m^3/s, em média. Foz do Iguaçu – PR. Junho de 2011.

Durante um intervalo de tempo **Δt**, o volume de líquido que atravessa a seção de referência **S** pode ser calculado fazendo-se $\Delta V = A\,\Delta s$, em que **A** é a área de **S** e **Δs** é o deslocamento das partículas do líquido nesse intervalo de tempo.

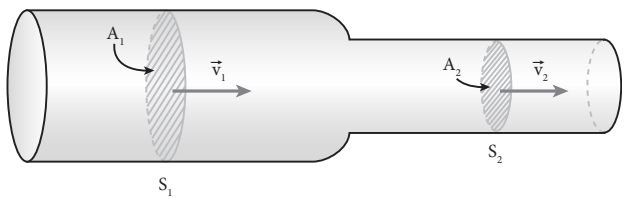


Sendo **v** a intensidade da velocidade de escoamento do líquido, segue que:

$$Z = \frac{A\,\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{Z = A\,v}$$

Equação da Continuidade

Consideremos o trecho de tubulação esquematizado a seguir, por onde escoa um líquido incompressível, não viscoso e em regime permanente. Sejam A_1 e A_2 as áreas das seções S_1 e S_2, e v_1 e v_2 as intensidades da velocidade de escoamento do fluido em S_1 e S_2, respectivamente.



Levando-se em conta a conservação da massa, a vazão determinada em S_1 deve ser igual à determinada em S_2; logo:

$$Z_1 = Z_2 \Rightarrow \boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

A última expressão é denominada **Equação da Continuidade**, e ela nos permite notar que as intensidades das velocidades de escoamento são inversamente proporcionais às respectivas áreas das seções transversais da tubulação:

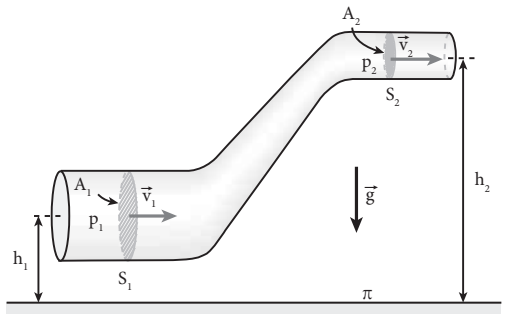
$$A_1 > A_2 \Rightarrow v_1 < v_2$$

Ron Chapple/Corbis/Fotoarena

Neste rio de profundidade admitida constante, a velocidade da correnteza na parte mais estreita (região central da fotografia) deve ser maior que nas partes mais largas.

Teorema de Bernoulli

Consideremos um trecho de tubulação disposto verticalmente, conforme representa a figura a seguir, por onde escoa um líquido incompressível, não viscoso, de massa específica igual a μ em regime permanente. Sejam $\mathbf{S_1}$ e $\mathbf{S_2}$ duas seções transversais da tubulação, com áreas iguais a $\mathbf{A_1}$ e $\mathbf{A_2}$. Por essas seções o líquido passa com velocidades de intensidade $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$, respectivamente. Sejam, ainda, $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$ as pressões nos centros de $\mathbf{S_1}$ e $\mathbf{S_2}$, $\mathbf{h_1}$ e $\mathbf{h_2}$ as alturas desses centros em relação a um plano horizontal de referência π, e $\mathbf{g}$ a intensidade da aceleração da gravidade.



Ilustrações: Setup

O físico, médico e fisiologista suíço **Daniel Bernoulli** (1700-1782) relacionou as grandezas citadas por meio de uma expressão de muita importância, capaz de explicar vários fenômenos do dia a dia.

$$p_1 + \mu g h_1 + \frac{\mu (v_1)^2}{2} = p_2 + \mu g h_2 + \frac{\mu (v_2)^2}{2}$$

Nessa expressão, conhecida como Teorema de Bernoulli, as parcelas $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$ são denominadas **pressões estáticas**, enquanto as parcelas $\frac{\mu (v_1)^2}{2}$ e $\frac{\mu (v_2)^2}{2}$ são chamadas **pressões dinâmicas**.

Outra forma de apresentar o Teorema de Bernoulli é: em qualquer seção da tubulação,

$$p + \mu g h + \frac{\mu v^2}{2} = C \text{ (Constante)}$$

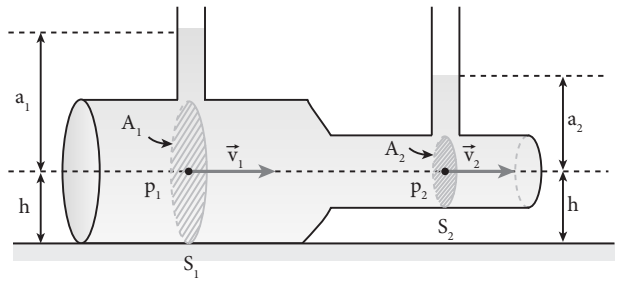
Casos particulares importantes

I. Se $\mathbf{h_1}$ for igual a $\mathbf{h_2}$, a tubulação será horizontal e, pela Equação da Continuidade, conclui-se que, sendo $A_1 > A_2$, então $v_1 < v_2$. O Teorema de Bernoulli reduz-se, nesse caso, a:

$$p_1 + \frac{\mu (v_1)^2}{2} = p_2 + \frac{\mu (v_2)^2}{2}$$

Da desigualdade $v_1 < v_2$, decorre que $p_1 > p_2$. Assim, à menor velocidade de escoamento corresponde a maior pressão estática.

Isso pode ser verificado acoplando-se à tubulação dois tubos verticais abertos na extremidade superior, como está representado a seguir. Esses acessórios são denominados **tubos de Venturi** e permitem notar que na seção $\mathbf{S_1}$ a altura atingida pelo líquido é maior que na seção $\mathbf{S_2}$, o que é indicador de uma pressão estática maior.



$$A_1 > A_2 \Rightarrow p_1 > p_2$$

Na circulação sanguínea, por exemplo, admitindo-se condições ideais, verifica-se nas artérias e veias de maior diâmetro menor velocidade de escoamento do sangue e, consequentemente, maior pressão.

II. Se o líquido estiver em repouso, as pressões dinâmicas serão nulas e o Teorema de Bernoulli reduz-se ao Teorema de Stevin, da Estática dos Fluidos.

De fato, se $v_1 = v_2 = 0$, tem-se:

$$p_1 + \mu g h_1 = p_2 + \mu g h_2$$

Da qual: $p_1 - p_2 = \mu g (h_2 - h_1)$

Efeitos Bernoulli

Relacionamos a seguir algumas situações práticas que podem ser explicadas com base no Teorema de Bernoulli.

I. Soprando-se sobre uma folha de papel, como sugerem as fotografias a seguir, a maior intensidade da velocidade de escoamento do ar sobre ela faz com que a pressão nessa superfície fique menor que a pressão exercida sobre a face de baixo. Com isso, a folha se eleva, adquirindo uma posição praticamente horizontal.

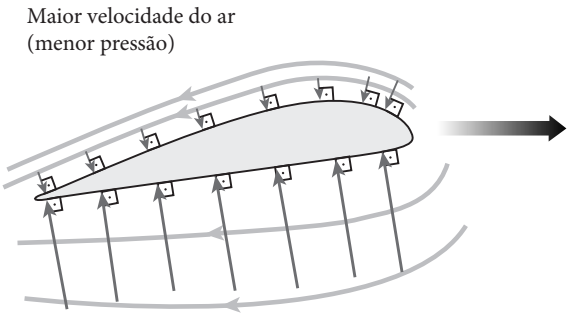
Fotografias: Sérgio Dotta Jr./The Next

Em caso de fortes ventanias, telhados de casas e de galpões podem ser arremessados para cima. Isso ocorre porque a maior velocidade do ar sobre o telhado reduz a pressão nessa superfície. Dessa forma, predominam as forças de pressão de baixo para cima, o que pode deslocar a estrutura.

Cortinas instaladas em janelas abertas podem ser lançadas para fora pela ação do vento. A corrente de ar do lado de fora reduz a pressão do ambiente externo, fazendo com que elas sejam deslocadas no sentido da maior para a menor pressão.

Lonas de caminhões em alta velocidade estufam, movendo-se também no sentido da maior para a menor pressão.

II. A força de sustentação de um avião é exercida principalmente nas asas da aeronave. Elas têm um desenho específico, de modo que o ar escoa com maior velocidade pela superfície de cima. Com isso, a pressão exercida nessa face é menor que a pressão verificada no lado de baixo. Obtém-se, então, uma força resultante que admite uma componente vertical dirigida para cima que se opõe à tendência de queda do avião.



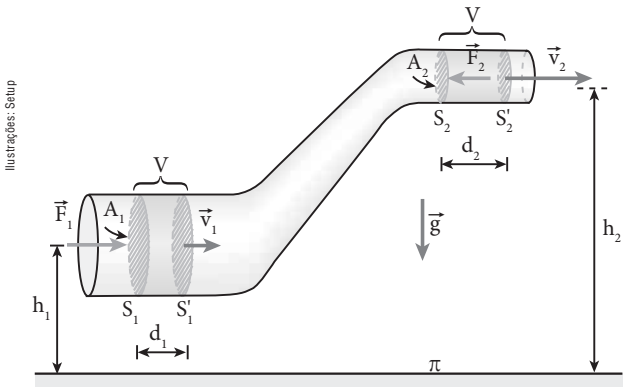
Donal Philby/AGE FOTOSTOCK/Grupo Keystone

A velocidade de escoamento do ar é maior na face de cima das asas do avião. Assim, predominam as forças de pressão de baixo para cima, o que dá sustentação à aeronave.

Demonstração do Teorema de Bernoulli

Consideremos a figura a seguir em que um líquido incompressível, não viscoso e de massa específica igual a μ escoa em regime permanente através de um trecho de tubulação disposto verticalmente em um local em que a aceleração da gravidade tem intensidade **g**. Estudemos o deslocamento da esquerda para a direita de uma porção de fluido compreendida em um determinado instante entre as seções $\mathbf{S_1}$ (área igual a $\mathbf{A_1}$) e $\mathbf{S_2}$ (área igual a $\mathbf{A_2}$). Nessas seções, as velocidades de escoamento têm intensidades $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$, respectivamente.

Essa porção líquida recebe do resto do fluido as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ aplicadas em $\mathbf{S_1}$ e $\mathbf{S_2}$, onde as pressões estáticas valem, respectivamente, $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$. Sejam $\mathbf{h_1}$ e $\mathbf{h_2}$ as alturas dos centros de $\mathbf{S_1}$ e $\mathbf{S_2}$ em relação a um plano horizontal π adotado como referência.



O líquido é então deslocado durante certo intervalo de tempo, migrando da região delimitada pelas seções $\mathbf{S_1}$ e $\mathbf{S_2}$ para outra, delimitada pelas seções $\mathbf{S_1}'$ e $\mathbf{S_2}'$.

O volume **V** de líquido que sai da parte baixa do duto é integralmente transferido para a parte alta. Tudo se passa, para efeito de cálculo, como se fossem deslocadas as mesmas partículas do fluido de uma região à outra. Esse volume fica determinado fazendo-se:

$$V = A_1 d_1 \quad \text{ou} \quad V = A_2 d_2$$

em que $\mathbf{d_1}$ e $\mathbf{d_2}$ são os deslocamentos da massa **m** de líquido, respectivamente, na parte baixa e na parte alta da tubulação.

I. Trabalhos de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ (τ_{fd}):

$$\tau_{fd} = \tau_{\vec{F}_1} + \tau_{\vec{F}_2} \Rightarrow \tau_{fd} = F_1 d_1 - F_2 d_2$$

$$\tau_{fd} = p_1 A_1 d_1 - p_2 A_2 d_2 \Rightarrow \tau_{fd} = p_1 V - p_2 V$$

Da qual: $\tau_{fd} = (p_1 - p_2)\,V$ (I)

II. Trabalho da gravidade (τ_{gr}):

$\tau_{gr} = -\,m\,g\,(h_2 - h_1)$

$\tau_{gr} = -\,\mu\,V\,g\,(h_2 - h_1)$ (II)

III. Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{fd} + \tau_{gr} = \tau_{total} \Rightarrow \tau_{fd} + \tau_{gr} = \frac{m\,(v_2)^2}{2} - \frac{m\,(v_1)^2}{2}$$

Assim: $\tau_{fd} + \tau_{gr} = \frac{\mu\,V}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$ (III)

Substituindo (**I**) e (**II**) em (**III**), temos:

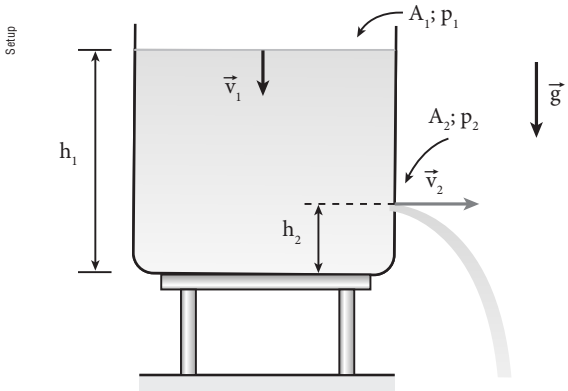
$$(p_1 - p_2)\,V - \mu\,V\,g\,(h_2 - h_1) = \frac{\mu\,V}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

Portanto:

$$p_1 + \frac{\mu\,(v_1)^2}{2} + \mu\,g\,h_1 = p_2 + \frac{\mu\,(v_2)^2}{2} + \mu\,g\,h_2$$

Equação de Torricelli

Vamos admitir um recipiente cilíndrico em repouso sobre um suporte horizontal. Suponhamos que dentro dele exista um líquido incompressível, não viscoso e de massa específica igual a μ. Se fizermos um pequeno furo próximo à base do recipiente, o líquido vazará pelo orifício com velocidade horizontal, como representa a figura a seguir.



Aplicando o Teorema de Bernoulli, é possível determinar a intensidade (**v**) da velocidade de escoamento do fluido através do orifício em função do módulo da aceleração da gravidade (**g**) e do desnível (**h**) entre a superfície livre do líquido e o plano horizontal que contém o furo.

$$p_2 + \frac{\mu\,(v_2)^2}{2} + \mu\,g\,h_2 = p_1 + \frac{\mu\,(v_1)^2}{2} + \mu\,g\,h_1$$

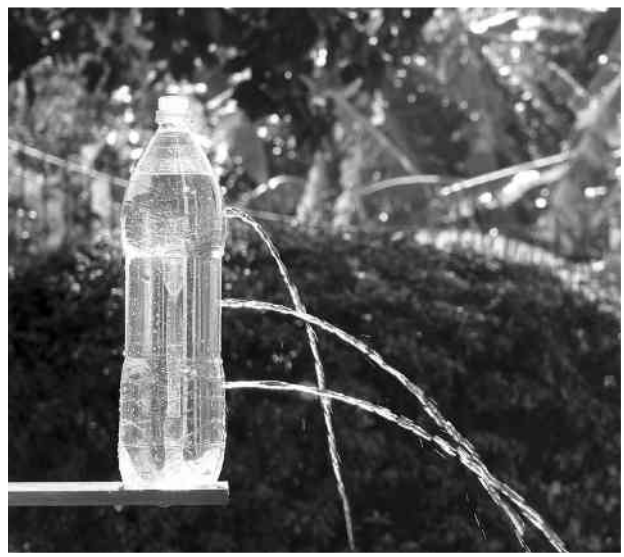
Devemos observar, porém, que, sendo o diâmetro do orifício muito pequeno em comparação com o do recipiente, é razoável considerarmos $v_1 \cong 0$.

Por outro lado, as pressões estáticas na superfície livre do líquido ($\mathbf{p}_1$) e na saída do furo ($\mathbf{p}_2$) são iguais à pressão atmosférica local.

Com isso, temos: $\frac{\mu\,(v_2)^2}{2} = \mu\,g\,(h_1 - h_2)$

Fazendo $h_1 - h_2 = h$ e $v_2 = v$, obtemos a chamada Equação de Torricelli, em uma alusão ao físico italiano Evangelista **Torricelli** (1608-1647).

$$v = \sqrt{2g\,h}$$



Sérgio Dotta Jr./The Next

O alcance horizontal do líquido na fotografia cresce com a profundidade do furo. Isso está de acordo com a Equação de Torricelli, a qual estabelece que a intensidade da velocidade de saída do fluido dobra quando a profundidade do orifício quadruplica.

Exemplos:

1. Uma mangueira tem em sua extremidade um esguicho de boca circular cujo diâmetro pode ser ajustado. Admita que essa mangueira, operando com vazão constante, consiga encher um balde de 30 L em 2 min 30 s.

a) Se a área da boca do esguicho for ajustada em 1,0 cm^2, com que velocidade a água sairá da mangueira?

b) Reduzindo-se o diâmetro da boca do esguicho à metade, com que velocidade a água sairá da mangueira nessa nova situação?

Resolução:

a) A vazão (**Z**) através da boca do esguicho é calculada por:

$$Z = A\,v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Sendo $A = 1{,}0\ cm^2 = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^2$; $\Delta V = 30\ L = 30 \cdot 10^{-3}\ m^3$ e $\Delta t = 2{,}5\ min = 150\ s$, calculemos a velocidade **v** de escoamento da água.

$$1{,}0 \cdot 10^{-4}\ v = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{150} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0\ m/s}$$

b) Como a área do círculo é diretamente proporcional ao quadrado do seu raio, ou do seu diâmetro $\left(A = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}\right)$, se reduzirmos o diâmetro à metade, a área será reduzida à quarta parte. Assim, aplicando-se a Equação da Continuidade, temos:

$$A'\,v' = A\,v \Rightarrow \frac{A}{4}\,v' = A - 2{,}0$$

Logo: $\boxed{v' = 8{,}0\ m/s}$

2. O aneurisma é uma dilatação anormal verificada em um trecho de uma artéria pela distensão parcial de suas paredes. Essa patologia, de origem congênita ou adquirida, pode provocar o rompimento do duto sanguíneo com escape de sangue, o que, em muitos casos, é fatal. Trata-se do que popularmente se denomina *derrame*.
Admita que uma pessoa tenha um aneurisma de aorta, de modo que a área da secção reta de sua artéria dobre. Considere o sangue um fluido ideal, de massa específica $1{,}2\ g/cm^3$, escoando inicialmente com velocidade 20 cm/s. Devido ao aneurisma, qual a variação da pressão estática do sangue no local da lesão, expressa em unidades do SI?

Resolução:

I. Pela **Equação da continuidade:**

$$Z_2 = Z_1 \Rightarrow A_2 v_2 = A_1 v_1 \Rightarrow 2\,A_1 v_2 = A_1\,20$$

Assim: $\boxed{v_2 = 10\ cm/s = 0{,}10\ m/s}$

II. Pelo **Teorema de Bernoulli**, aplicado a um mesmo ponto do interior da artéria, tem-se:

$$p + \frac{\mu v^2}{2} = C\ (\text{Constante})$$

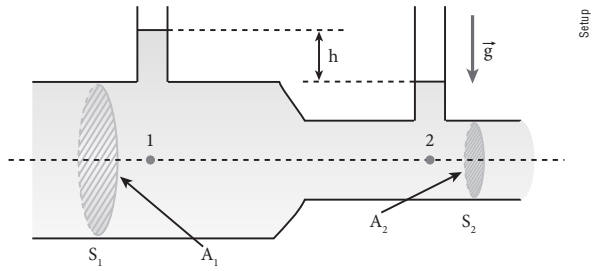
$$p_2 + \frac{\mu (v_2)^2}{2} = p_1 + \frac{\mu (v_1)^2}{2}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\mu}{2}\left[(v_1)^2 - (v_2)^2\right]$$

$$\Delta p = \frac{1{,}2 \cdot 10^3}{2}\left(0{,}20^2 - 0{,}10^2\right)(Pa)$$

$$\boxed{\Delta p = 18\ Pa}$$

3. Considere a tubulação hidráulica esquematizada a seguir por onde escoa água em regime permanente. Os pontos 1 e 2 indicados, pertencentes a uma mesma horizontal, estão situados sob dois tubos verticais abertos em que se observa no líquido um desnível de altura **h**. No local a aceleração da gravidade tem intensidade **g**.



Supondo conhecidas as áreas A_1 e A_2 das secções S_1 e S_2, respectivamente, e considerando a água um fluido ideal, determine a intensidade da velocidade do líquido no ponto **1**.

Resolução:

I. **Equação da continuidade:**

$$Z_2 = Z_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2 v_2 = A_1 v_1$$

Assim: $v_2 = \frac{A_1}{A_2}\,v_1$ (I)

II. **Teorema de Bernoulli:**

$$p_2 + \frac{\mu (v_1)^2}{2} = p_2 + \frac{\mu (v_2)^2}{2}$$

$$\mu\,g\,h_1 + P_{atm} + \frac{\mu (v_1)^2}{2} = \mu\,g\,h_2 + P_{atm} + \frac{\mu (v_2)^2}{2}$$

Da qual: $g\left(h_1 - h_2\right) + \frac{(v_1)^2}{2} = \frac{(v_2)^2}{2}$ (II)

Observando que $h_1 - h_2 = h$ e substituindo (**I**) em (**II**), temos:

$$g\,h + \frac{(v_1)^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{A_1}{A_2}\,v_1\right)^2$$

$$2\,g\,h = (v_1)^2\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]$$

Assim: $\boxed{v_1 = \left[\frac{2\,g\,h}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}\right]^{\frac{1}{2}}}$

Sugestão de experimento para o capítulo 5

Construção de um dinamômetro rudimentar (capítulo 5)

A necessidade da medição de pesos sempre esteve presente ao longo da história. Povos antigos já uti-

lizavam balanças de travessão para estimar a quantidade, em peso, das mercadorias comercializadas.

Os romanos, particularmente, empregavam em suas balanças massores-padrão, denominados **escrúpulos**, que correspondiam aproximadamente a 24 grãos de um determinado cereal. Essas porções eram utilizadas como contrapeso para equilibrar a mercadoria na balança. Em alguns casos, comerciantes charlatões alegavam sistematicamente não terem os escrúpulos necessários para estimar o peso do que estava sendo vendido e, fatalmente, ganhavam fama de desonestos. Hoje em dia, em português, o termo "sem escrúpulos" é aplicado para designar pessoas de mau-caráter ou de conduta duvidosa.

Propomos nesta atividade a construção de um dinamômetro rudimentar.

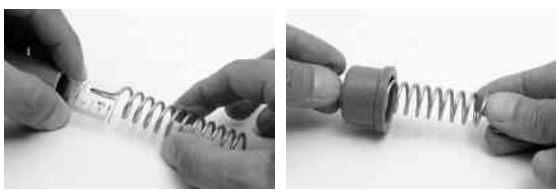
O dinamômetro ou balança de mola é um instrumento destinado a medir intensidade de pesos (ou massas, dependendo da calibração da escala). Em passado recente, esse equipamento era bastante utilizado no comércio, especialmente em feiras livres, mas vem gradativamente sendo substituído por outros tipos de balança, sobretudo as eletrônicas, que oferecem maior sensibilidade e precisão.

Material necessário

- 1 mola helicoidal leve com extremidades acessíveis a conexões;
- 1 lâmina delgada de plástico flexível (branco, de preferência) em forma de régua;
- 1 tubo de PVC que possa alojar a mola e a lâmina de plástico (o diâmetro desse tubo deve ser maior que a largura da lâmina, de modo que esta consiga se movimentar longitudinalmente dentro do tubo sem encostar em suas paredes);
- 1 tampão cilíndrico leve para a extremidade de cima do dinamômetro, em que possam ser fixadas a mola em sua base inferior e uma alça de sustentação do aparelho em sua base superior;
- 1 tampão cilíndrico leve para a extremidade de baixo do dinamômetro. Esse tampão, que é opcional, deve ter uma abertura retangular para que a lâmina de plástico possa correr livremente através dela, sem fazer contato com o tampão;
- 2 ganchos (parafusos para suportes de vasos, por exemplo) para serem fixados, respectivamente, no tampão de cima, como alça de sustentação do dinamômetro, e na extremidade da lâmina de plástico, para dependurar os corpos a serem pesados. Deverá ser cogitada a melhor maneira de fixação desses ganchos em função do material disponível;
- corpos de pesos iguais e conhecidos (três, de preferência) compatíveis com a operação da mola em regime elástico – latas contendo um determinado tipo de refrigerante, por exemplo. Esses corpos servirão para elaborar uma escala sobre a lâmina de plástico;
- cola para a perfeita aderência dos tampões ao tubo de PVC;
- 1 caneta hidrográfica.

Procedimento

I. Fixe o gancho de sustentação do instrumento à base superior do tampão de cima. Em seguida, conecte extremidades da mola, respectivamente, à base do tampão de cima e à extremidade superior da lâmina de plástico. Certifique-se de que essas fixações ficaram bem firmes.



II. Aloje esse conjunto dentro do tubo de PVC e providencie a colagem do tampão de cima na boca superior do tubo. Aguarde a secagem da cola.

III. Acople o gancho para pendurar os corpos a serem pesados na extremidade de baixo da lâmina de plástico. Certifique-se da boa fixação.

IV. Para calibrar o aparelho, com o dinamômetro suspenso em posição vertical, pendure o primeiro peso-padrão e faça com a caneta hidrográfica um traço na lâmina de plástico bem rente ao tampão de baixo. Esse traço corresponde a uma unidade de peso (ou massa) pendente no dinamômetro.

Fotos: Fernando Favoretto/Criar Imagem

V. Pendure, de maneira sucessiva e acumulativa, o segundo e o terceiro pesos-padrão e assinale na lâmina de plástico as respectivas posições de equilíbrio do sistema. Ficam marcadas, então, as posições referentes a duas e três unidades de peso (ou massa).

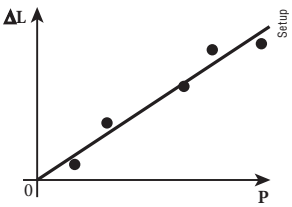
VI. Como a mola opera em regime elástico, suas deformações são diretamente proporcionais aos respectivos pesos pendentes no dinamômetro (**Lei de Hooke**). Por isso, a escala será linear, isto é, com espaçamento constante entre divisões consecutivas.

VII. Para aumentar a precisão da escala, você poderá utilizar uma régua para fazer mais subdivisões equiespaçadas, menores que aquelas obtidas com os corpos de peso-padrão.

Analisando o experimento

1. Utilize o dinamômetro que você construiu para representar em um gráfico cartesiano a variação do comprimento da lâmina de plástico exposto no instrumento (deformação da mola) em função da intensidade dos pesos (ou massas) dos corpos suspensos.

Resposta: A curva média que se deve obter é um segmento de reta a partir da origem do sistema de eixos, semelhante à que esboçamos ao lado.



2. A partir do gráfico esboçado no item anterior, determine a constante elástica da mola utilizada no dinamômetro.

*Resposta: O valor da constante elástica da mola pode ser obtido dividindo-se o peso **P** de um determinado corpo pendente no dinamômetro pela correspondente deformação **ΔL** provocada na mola. Em uma atividade de laboratório, porém, recomendamos que seja feito o cálculo para diversos pares (**P**; **ΔL**). Dessa forma, o valor mais provável da constante elástica da mola será dado pela média aritmética dos valores experimentais obtidos (Postulado de Gauss, da Teoria dos erros).*

3. Por que foi recomendado, na relação de materiais necessários à construção do dinamômetro, o emprego de componentes leves? O que é um **dinamômetro ideal**?

Resposta: Quanto mais leve for um dinamômetro, menos ele interferirá nas medidas realizadas. Por isso, foi sugerida a utilização de componentes leves na construção do instrumento. Um dinamômetro é considerado ideal quando sua massa é desprezível em comparação com a massa dos demais elementos do sistema.

4. Considere uma balança de travessão de braços iguais e um dinamômetro. Suponha que a balança de travessão esteja equilibrada na horizontal, sustentando em um dos pratos um corpo de 1 kg. Isso significa que no outro prato há massores cuja massa totaliza 1 kg. Admita, ainda, que o dinamômetro sustente verticalmente também um corpo de 1 kg. Essas duas balanças, depois de realizarem suas medições em condições de repouso, são colocadas em operação dentro de um elevador acelerado verticalmente para cima. Haverá alteração na indicação da balança de travessão? E na indicação do dinamômetro? Em caso afirmativo, para mais ou para menos?

Resposta: Como se pode demonstrar, dentro de um elevador acelerado verticalmente para cima reina uma gravidade aparente maior que a real.

A balança de travessão, no entanto, continuará em equilíbrio na horizontal, indicando o mesmo valor: 1 kg. Isso ocorrerá porque seus dois pratos, com os respectivos conteúdos, sofrerão o mesmo acréscimo de peso, o que não provocará desequilíbrio do equipamento. Já o dinamômetro acusará uma massa aparente maior que 1 kg para o corpo pendente em sua extremidade inferior. Isso ocorrerá devido ao aparente aumento de peso desse corpo.

5. Em relação à situação descrita no item anterior, quanto indicarão a balança de travessão e o dinamômetro caso o elevador esteja despencando em queda livre, com aceleração igual à da gravidade?

Resposta: Dentro de um elevador despencando verticalmente em queda livre reina uma gravidade aparente nula. A balança de travessão continuará equilibrada, indicando 1 kg, já que em seus dois pratos será notada igual redução aparente de peso. O dinamômetro, por sua vez, indicará um peso aparente nulo para o corpo pendente em sua extremidade inferior, com sua mola não apresentando nenhuma deformação.

ISBN 978-85472056O-7